

ملزمة الرياضيات للصف الثالث متوسط

المنهج الجديد للعام الدراسي ٢٠١٨ ـ ٢٠١٩

الجزء الأول

شرح مفصل للمادة وحل جميع أمثلة وتمارين الكتاب

بالإضافة الى حل تمارين نهاية الجزء الأول حسب موضوع

كل فصل

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين **اعدادية أم قصر للبنين**

رقم الهاتف // 07703153998



الفصل الأول

العلاقات والمتباينات على الأعداد الحقيقية

الدرس [1 – 1] ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية

فكرة الدرس

■ تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على أعداد حقيقية باستعمال ترتيب العمليات .

المفردات

- العدد الحقيقي
- تنسيب (تجذير) المقام
- المرافق

[1 – 1 – 1] استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية

ملاحظة : اذا كان المقدار بالصورة $(a-b)(a+b)$ يتم التبسيط بطريقتين :

1) توزيع القوس الأول على القوس الثاني ومن ثم جمع أو طرح الحدود المتشابهة .

2) القوسان يمثلان تحليل فرق بين مربعين يمكن حلها بالطريقة : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

ملاحظة : ((تخص الجذور التربيعية والتكعيبية))

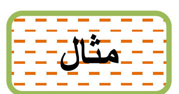
$\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3$
$\sqrt[3]{64} = 4$, $\sqrt[3]{125} = 5$
$\sqrt[3]{216} = 6$

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$

2) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = (\sqrt[3]{a})^3 = a$

3) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $b > 0$, $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$, $b > 0$

4) $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$



بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

1) $(\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18})$

الحل : الطريقة الأولى :

$$(\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18}) = \sqrt{12}(\sqrt{12} - \sqrt{18}) - \sqrt{18}(\sqrt{12} + \sqrt{18})$$

$$= \sqrt{12} \times \sqrt{12} - \sqrt{12} \times \sqrt{18} - \sqrt{18} \times \sqrt{12} - \sqrt{18} \times \sqrt{18} = 12 - 18 = -6$$



الطريقة الثانية :

$$(\sqrt{12}-\sqrt{18})(\sqrt{12}+\sqrt{18})=(\sqrt{12})^2-(\sqrt{18})^2$$

$$=12-18=-6$$

---

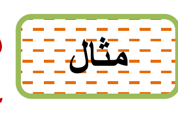
2) $\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)\div\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}\right)$

الحل :

$$\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)\div\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}\right)=\left(\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\div\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\right)$$

$$=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\times\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$$

$$=\frac{-(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{3\sqrt{3}}\times\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}=-1$$



بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر :

1) $\sqrt{12}(\sqrt{3}-\sqrt{8})-6$

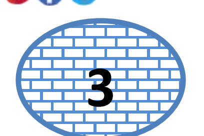
الحل :

$$\sqrt{12}(\sqrt{3}-\sqrt{8})-6=\sqrt{4\times3}(\sqrt{3}-\sqrt{4\times2})-6$$

$$=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-2\sqrt{2})=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}$$

$$=6-4\sqrt{6}-6==-4\sqrt{6}=-4\times2.4=-9.6$$





2) $(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{1}{9}\sqrt{28}\right)$

الحل : ملاحظة : $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$

	28
2	28
2	14
7	7
	1

$\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

$$(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{1}{9}\sqrt{28}\right)=\sqrt[3]{-27}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{2}{9}\sqrt{7}\right)$$

$$=-3\left(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{2}{9}\sqrt{7}\right)=-3\times\frac{1}{9}\sqrt{7}+3\times\frac{2}{9}\sqrt{7}$$

$$=-\frac{1}{3}\sqrt{7}+\frac{2}{3}\sqrt{7}=\frac{1}{3}\sqrt{7}$$

$$=\frac{1}{3}\times 2.6=\frac{2.6}{3}=0.86\approx 0.9$$

تنسيب المقام (المرافق)

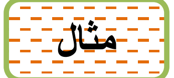
ملاحظة : اذا كان المقام يحتوي على جذر فيجب التخلص منه هنالك حالتان :

1) اذا كان المقام يتكون من حد واحد نقوم بالضرب والقسمة على نفس الجذر . أي أن :

$$\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

2) اذا كان المقام يتكون من حدين نقوم بالضرب والقسمة على نفس المقام بعكس الأشارة . أي أن :

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$



بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

1) $$\frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{7\times\sqrt{5}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{7\sqrt{5}-5}{5}$$

2) $$\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}}\times\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{7})}{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2}$$

$$=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}+\sqrt{7}\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{12-7}=\frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{5}$$

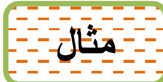


استعمال الحاسبة والتقريب لتبسيط جمل عددية

خواص الأسس

$1)\ a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $2)(a^n)^m = a^{nm}$ $3)\ a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$4)\ \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $5)\ (a.b)^n = a^n . b^n$ $6)\ \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $7)\ a^0 = 1$



أحسب الأسس لكل مما يلي واكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين اذا لم يكن عددا صحيحا :

$1)\ 9^{-\frac{3}{2}} = (3^2)^{-\frac{3}{2}} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} = 0.037 \approx 0.04$

$2)\ (\sqrt{7})^2 = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 7$

$3)\ 2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{-3}{2}} = 2^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{10+2-9}{6}} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} = 1.414 \approx 1.41$

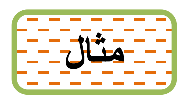
$4)\ 5^2 \div 5^{\frac{3}{2}} = 5^{2-\frac{3}{2}} = 5^{\frac{4-3}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} = 2.236 \approx 2.24$

$5)\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3^{-2} - 2^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \sqrt{2^3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \sqrt{8}$

$\approx 0.25 + 0.11 - 2.83 = 0.36 - 2.83 = -2.47$

$6)\ 8^{\frac{1}{3}} - (-8)^0 + 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{8} - 1 + 3^{2+\frac{1}{2}} = 2 - 1 + 3^{\frac{4+1}{2}}$

$= 1 + 3^{\frac{5}{2}} = 1 + \sqrt{3^5} = 1 + \sqrt{243} \approx 1 + 15.588 = 16.588 = 16.59$



بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر :

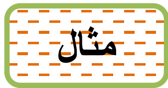
$$(-8)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\frac{1}{3}\sqrt{18}\right)=(-2^3)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\frac{1}{3}\times 3\sqrt{2}\right)=-2\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)$$

$$=-2\times\frac{1}{4}\sqrt{2}+2\sqrt{2}=\frac{-1}{2}\sqrt{2}+2\sqrt{2}=\frac{-\sqrt{2}+4\sqrt{2}}{2}$$

$$=\frac{3}{2}\sqrt{2}=\frac{3}{2}\times 1.41=\frac{4.23}{2}\approx 2.11=2.1$$

2	18
3	9
3	3
	1

$3\sqrt{2}$



استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

1) $\mathbf{3.6\times 10^{-4}-0.4135\times 10^{-3}}=3.6\times 10^{-4}-4.135\times 10^{-4}=(3.6-4.135)\times 10^{-4}$

$$=-0.535\times 10^{-4}\approx -0.54\times 10^{-4}$$

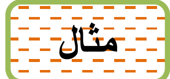
2) $\mathbf{0.052\times 10^{4}+7.13\times 10^{2}}=5.2\times 10^{2}+7.13\times 10^{2}=(5.2+7.13)\times 10^{2}$

$$=12.33\times 10^{2}$$

3) $\mathbf{(7.83\times 10^{-5})^{2}}=(7.83\times 10^{-5})(7.83\times 10^{-5})=61.3089\times 10^{-10}\approx 61.31\times 10^{-10}$

4) $\mathbf{4.86\times 10^{2}\div 0.55\times 10^{5}}=(4.86\div 0.55)\times 10^{2}\times 10^{-5}=8.836\times 10^{-3}$

$$\approx 8.84\times 10^{-3}$$



استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

$\mathbf{0.016\times 10^{4}+1.95\times 10^{3}}=0.16\times 10^{3}+1.95\times 10^{3}=(0.16+1.95)\times 10^{3}$

$$=2.11\times 10^{3}$$





اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

تأكد من فهمك **بسط الجمل العددية الأتية :**

$$1)\ (\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$$

الحل : الطريقة الأولى :

$$(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2 = 5-3 = 2$$

الطريقة الثانية :

$$(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = \sqrt{5}\,(\sqrt{5}+\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$$

$$= \sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{5}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$

$$= 5+\sqrt{15}-\sqrt{15}-3 = 2$$

$$2)\ (\sqrt{7}-\sqrt{2})^2$$

الحل : الطريقة الأولى :

$$(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2 = (\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2}) = \sqrt{7}\,(\sqrt{7}-\sqrt{2})-\sqrt{2}\,(\sqrt{7}-\sqrt{2})$$

$$= \sqrt{7}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{7}+\sqrt{2}\times\sqrt{2}$$

$$= 7-\sqrt{14}-\sqrt{14}+2 = 9-\sqrt{14}$$

الطريقة الثانية : حسب القانون مربع الكامل : $(a\mp b)^2 = a^2 \mp 2ab + b^2$

$$(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2 = (\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2 = 7-2\sqrt{14}+2 = 9-2\sqrt{14}$$

$$3)\ (\sqrt{125}-\sqrt{20})\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right) = (5\sqrt{5}-2\sqrt{5})\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= 3\sqrt{5}\times\frac{2}{3} = \frac{6\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5}$$

125	5
25	5
5	5
1	

$5\sqrt{5}$

20	2
10	2
5	5
1	

$2\sqrt{5}$

12	2
6	2
3	3
1	

$2\sqrt{3}$

4) $\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \frac{2\times2\sqrt{3}}{5(-3)} \div \frac{2\times2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{-15} \div \frac{4\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{4\sqrt{3}}{-15} \div \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{-15} \times \frac{2}{4\sqrt{3}} = \frac{-2}{15}$

8	2
4	2
2	2
1	$2\sqrt{2}$

24	2
12	2
6	2
3	3
1	$2\sqrt{6}$

س بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

5) $\sqrt{7}\,(\sqrt{28}-\sqrt{2}) - 5 = \sqrt{7}(2\sqrt{7}-\sqrt{2}) - 5$

$= \sqrt{7}\times 2\sqrt{7} - \sqrt{7}\times\sqrt{2} - 5$

$= 14 - \sqrt{14} - 5 = 9 - \sqrt{14}$

$= 9 - 3.74 = 5.26 \approx 5.3$

28	2
14	2
7	7
1	$2\sqrt{7}$

6) $(-125)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{12}\right) = \sqrt[3]{-125}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\times 2\sqrt{3}\right)$

$= -5\left(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = -5\times\frac{1}{10}\sqrt{3} + 5\times\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$= \frac{-1}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} = 2\times 1.73$

$= 3.46 \approx 3.5$

12	2
6	2
3	3
1	$2\sqrt{3}$

7) $2\sqrt{11} \div 3\sqrt{44} + \sqrt[3]{\frac{-8}{125}} = 2\sqrt{11} \div 3\times 2\sqrt{11} - \frac{2}{5}$

$= 2\sqrt{11} \times \frac{1}{6\sqrt{11}} - \frac{2}{5} = \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$

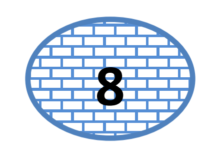
$= 0.33 - 0.4 = -0.07 \approx -0.1$

44	2
22	2
11	11
1	$2\sqrt{11}$

8) $5\sqrt{\frac{3}{15}} + 2\sqrt{\frac{1}{5}} - 5\sqrt{\frac{1}{125}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{5}{5\sqrt{5}}$

$= \frac{5}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6}{2.2} \approx= 2.72 \approx 2.7$

125	5
25	5
5	5
1	$5\sqrt{5}$



س بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد :

9) $\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\times 1-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}-3}{12}$

10) $\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \frac{1-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(1-2\sqrt{5})}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$= \frac{\sqrt{5}\times 1-\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}-10}{5}$

	20
2	10
2	5
5	1
$2\sqrt{5}$	

11) $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

$= \frac{\sqrt{3}(5\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6}(10-\sqrt{6})}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$= \frac{\sqrt{3}\times 5\sqrt{2}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{6}\times 10-\sqrt{6}\times\sqrt{6}}{12}$

$= \frac{5\sqrt{6}-3}{6} - \frac{10\sqrt{6}-6}{12} = \frac{10\sqrt{6}-6-10\sqrt{6}+6}{12}$

$= \frac{0}{12} = 0$

2	50
5	25
5	5
$5\sqrt{2}$	1

س استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين مستعملا الحاسبة لكل مما يأتي :

12) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3^{-3} - 3^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \sqrt{3^3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \sqrt{27}$

$= \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - 3\sqrt{3} = 0.111 + 0.037 - 3(1.73)$

$= 0.148 - 5.19 = -5.042 \approx -5.04$

3	27
3	9
3	3
$3\sqrt{3}$	1

13) $27^{\frac{1}{2}} - (-9)^0 + 3^2 \times 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{27} - 1 + 9 \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{3} - 1 + 9 \times 2.236 = 3 \times 1.73 - 1 + 20.124$

$= 5.19 - 1 + 20.124 = 24.314 \approx 24.31$

س استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

$$14)\ \mathbf{6.4\times10^{-5}-0.25\times10^{-4}} = 0.64\times10^{-4}-0.25\times10^{-4} = (0.64-0.25)\times10^{-4}$$

$$= 0.39\times10^{-4} = 0.039\times10^{-3} = 0.04\times10^{-3}$$

$$15)\ \mathbf{(9.23\times10^{-3})^2} = 9.23\times10^{-3}\times9.23\times10^{-3} = 85.192\times10^{-6} \approx 85.19\times10^{-6}$$

تدرب وحل تمرينات

بسط الجمل العددية الآتية :

$$16)\ \mathbf{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \sqrt{2}\,(\sqrt{2}-\sqrt{3}) - \sqrt{3}\,(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

$$= \sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$

$$= 2-\sqrt{6}-\sqrt{6}+3 = 5-2\sqrt{6}$$

$$17)\ \mathbf{(\sqrt{18}-\sqrt{50})\left(\frac{-27}{64}\right)^{\frac{1}{3}}} = (3\sqrt{2}-5\sqrt{2})\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}\right)$$

$$= -2\sqrt{2}\times\frac{-3}{4} = \frac{6\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$18)\ \mathbf{\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}} \div \frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{5}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\times5} \div \frac{5\times2}{5} = \frac{2\sqrt{3}}{15} \div \frac{10}{5} = \frac{2\sqrt{3}}{15}\times\frac{5}{10} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

س بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$19)\ \mathbf{7\sqrt{\frac{2}{49}}-3\sqrt{\frac{8}{81}}+\sqrt{\frac{18}{36}}} = 7\times\frac{\sqrt{2}}{7}-3\times\frac{\sqrt{8}}{9}+\frac{\sqrt{18}}{6}$$

$$= \sqrt{2}-\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{6}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{6} = \frac{5\times1.41}{6} = \frac{7.05}{6} = 1.17 \approx 1.2$$

$$20)\ \sqrt{\frac{64}{12}} \div \sqrt{\frac{5}{24}} + \sqrt[3]{\frac{-27}{32}} \times \sqrt[3]{\frac{108}{-64}} = \frac{8}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}} + \frac{(-3)}{\sqrt[3]{32}} \times \frac{\sqrt[3]{108}}{(-4)}$$

$$= \frac{8}{2\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{6}} + \frac{3}{2\sqrt[3]{4}} \times \frac{3\sqrt[3]{4}}{4}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}} + \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{5}} + \frac{9}{8}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{5}} + \frac{9}{8} = \frac{8 \times 1.4}{2.2} + 1.1 = \frac{11.2}{2.2} + 1.1 = 5.09 + 1.1$$

$$= 6.19 \approx 6.2$$

س بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد :

$$21)\ \frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(1 - \sqrt{2})}{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6} \times 1 - \sqrt{6} \times \sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{12}}{12} = \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{12}$$

$$22)\ \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{7} + 3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{7} + 3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7} - 3\sqrt{5}) - 3\sqrt{5}(\sqrt{7} - 3\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (3\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{7} - \sqrt{7} \times 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{7} + 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}}{7 - 45}$$

$$= \frac{7 - 3\sqrt{35} - 3\sqrt{35} + 45}{-38} = \frac{52 - 6\sqrt{35}}{-38}$$

$$= \frac{-52 + 6\sqrt{35}}{38}$$

$$23)\ \frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}}-\frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}}-\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{3\sqrt{15}}$$

$$=\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}}\times\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}}-\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{3\sqrt{15}}\times\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}$$

$$=\frac{\sqrt{11}\times\sqrt{33}-\sqrt{11}\times\sqrt{11}}{3\sqrt{11}\times\sqrt{11}}-\frac{2\sqrt{15}\times\sqrt{15}-\sqrt{5}\times\sqrt{15}}{3\sqrt{15}\times\sqrt{15}}$$

$$=\frac{\sqrt{11}\times\sqrt{11}\times\sqrt{3}-11}{3\times 11}-\frac{2\times 15-\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{3\times 15}$$

$$=\frac{11\sqrt{3}-11}{33}-\frac{30-5\sqrt{3}}{45}=\frac{11(\sqrt{3}-1)}{33}-\frac{5(6-\sqrt{3})}{45}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{6-\sqrt{3}}{9}=\frac{9(\sqrt{3}-1)-3(6-\sqrt{3})}{27}$$

$$=\frac{9\sqrt{3}-9-18+3\sqrt{3}}{27}=\frac{12\sqrt{3}-27}{27}$$

س استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين مستعملا الحاسبة لكل مما يأتي :

$$24)\ \left(3^{\frac{1}{4}}-2^{\frac{1}{4}}\right)\left(3^{\frac{1}{4}}+2^{\frac{1}{4}}\right)=\left(3^{\frac{1}{4}}\right)^2-\left(2^{\frac{1}{4}}\right)^2=3^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}$$

$$=\sqrt{3}-\sqrt{2}=1.73-1.41=3.14\approx 3.1$$

$$25)\ 125^{\frac{1}{3}}-\left(-\frac{3}{4}\right)^0+9^{\frac{1}{2}}\times 5^{\frac{1}{2}}=\sqrt[3]{125}-1+\sqrt{9}\times\sqrt{5}$$

$$=5-1+3\sqrt{5}=4+3\times 2.23=4+6.69=10.69\approx 10.7$$

تدرب وحل مسائل حياتية

س / 26 **الأقمار الصناعية :** يستعمل القمر الصناعي بصفة أساسية في الاتصالات مثل إشارات التلفاز والمكالمات الهاتفية في جميع أنحاء العالم والتنبؤ بالطقس وتعقب الأعاصير اذ تدور هذه الأقمار بسرعات محددة في مدارات خاصة بها حول الأرض وتحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة التالية : $V = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}}$ m/sec اذ r نصف قطر المدار (بعد القمر عن مركز الأرض) . ما سرعة القمر اذا كان نصف قطر المدار $300km$ ؟

الحل :

نحول نصف القطر من km الى m

$$r = 300\text{km} = 300 \times 1000 = 3 \times 10^5\text{m}$$

$$V = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}} = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{3\times10^5}} = \sqrt{\frac{4\times10^{14-5}}{3}} = \frac{2\times\sqrt{10^9}}{\sqrt{3}} = \frac{2\times\sqrt{10}\times\sqrt{10^8}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{10}\times10^4}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{10}\times10^4}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{30}\times10^4}{3} = \frac{2\times5.47\times10^4}{3} = \frac{10.94\times10^4}{3} = 3.65\times10^4$$

س / 27 **مكافحة الحرائق :** تحسب سرعة تدفق الماء الذي يضخ من سيارات الحريق بالقانون : $V = \sqrt{2hg}$ foot/sec اذ h تمثل أقصى ارتفاع للماء و g يمثل سرعة التعجيل الأرضي $(32\ \text{foot/sec}^2)$ لإطفاء الحريق في الغابات تحتاج إدارة مكافحة الحرائق في الدفاع المدني الى مضخة لتضخ الماء الى ارتفاع 80 foot فهل تفي بحاجتها مضخة تقذف الماء بسرعة 72 foot/sec ؟

الحل :

V : السرعة . أقصى ارتفاع $h = 80$ foot . *التعجيل الأرضي* $g = 32\ \text{foot/sec}^2$

$$V = \sqrt{2hg} = \sqrt{2\times80\times32} = \sqrt{5120} = 32\sqrt{5} = 32\times2.24 = 71.7 \approx 72\ \text{foot/sec}$$

مضخة الماء تفي بالحاجة .

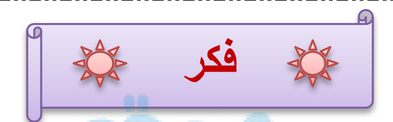
س / 28 **هندسة :** جد مساحة المثلث الذي يعلو واجهة البيت اذا كان ارتفاعه $\sqrt{18}-\sqrt{3}$ m وطول قاعدته $3\sqrt{2}+\sqrt{3}$ m

الحل :

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الأرتفاع

$$A=\frac{1}{2}(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{18}-\sqrt{3})=\frac{1}{2}(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(3\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

$$=\frac{1}{2}\left[(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2\right]=\frac{1}{2}(18-3)=\frac{1}{2}\times 15=7.5\ \text{m}^2$$



س / 29 أثبت صحة ما يأتي :

1 $\left(3^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}\right)\left(3^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}}\right)=1$

الحل :

الطرف الأيسر $=\left(3^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}\right)\left(3^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}}\right)$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$ الطرف الأيمن

2 $\left(7^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\right)\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)=2$

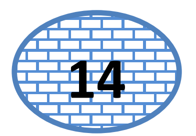
الحل : الطريقة الأولى (التوزيع)

الطرف الأيسر $=\left(7^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\right)\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)=7^{\frac{1}{3}}\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)-5^{\frac{1}{3}}\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)$

$=7^{\frac{1}{3}}\times 7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}\times 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+7^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{2}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\times 7^{\frac{2}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\times 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{2}{3}}$

$=7^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}-5^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}=7^{\frac{3}{3}}-5^{\frac{3}{3}}=7-5=2$ الطرف الأيمن





اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

الطريقة الثانية : بطريقة الفرق بين مربعين حسب القانون : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 - ab + b^2)$

الطرف الأيسر= $\left(7^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}}\right)\left(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}\right) = \left(7^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3$

$= 7 - 5 = 2$ الطرف الأيمن

س / 30 أصحح الخطأ : **كتب شاكر ناتج جمع العددين كالآتي :**

$$\mathbf{8.4 \times 10^{-3} + 0.25 \times 10^{-2} = 4.368 \times 10^{-3}}$$

حدد خطأ شاكر وصححه .

الحل :

$$8.4 \times 10^{-3} + 0.25 \times 10^{-2} = 8.4 \times 10^{-3} + 2.5 \times 10^{-3} = (8.4 + 2.5) \times 10^{-3}$$

$$= 10.9 \times 10^{-3}$$

س / 31 حس عددي : **هل أن العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28 ؟**

الحل :

125	5
25	5
5	5
1	$5\sqrt{5}$

$$\sqrt{125} = 5\sqrt{5} = 5 \times 2.23 = 11.15$$

نعم العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28 ؟

اكتب **ناتج الجمع بالتقريب لأقرب عشر :** $6^{\frac{3}{2}} + 5^{\frac{3}{2}}$

الحل :

125	5
25	5
5	5
1	$5\sqrt{5}$

216	6
36	6
6	6
1	$6\sqrt{6}$

$$6^{\frac{3}{2}} + 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{6^3} + \sqrt{5^3} = \sqrt{216} + \sqrt{125}$$

$$= 6\sqrt{6} + 5\sqrt{5} = 6 \times 2.44 + 5 \times 2.23$$

$$= 14.64 + 11.15 = 25.79 \approx 25.8$$

صفحة 28

مراجعة الفصل

تدريب 1 بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{5-2}$$

$$= \frac{5+\sqrt{10}+\sqrt{10}+2}{3} = \frac{7+2\sqrt{10}}{3} = \frac{7+2(3.16)}{3} = \frac{7+6.32}{3} = \frac{13.32}{3}$$

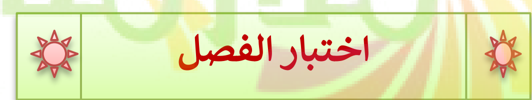
$$= 4.44 \approx 4.4$$

تدريب 2 استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

$$6.25\times10^3 \div 0.05\times10^6 = (6.25\div0.05)\times10^3\times10^6 = 125\times10^9$$

$$= 0.125\times10^{12} \approx 0.13\times10^{12}$$

صفحة 31



بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

1

$$(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5}) = \sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{5})+\sqrt{5}(\sqrt{3}+\sqrt{5})$$

$$= \sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{3}+\sqrt{5}\times\sqrt{5}$$

$$= 3+\sqrt{15}+\sqrt{15}+5 = 8+2\sqrt{15}$$

2

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt[3]{-8}} \div \frac{\sqrt{50}}{(4)^{\frac{1}{2}}} = \frac{3\sqrt{2}}{-2} \div \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{-2} \div \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{-2} \times \frac{2}{5\sqrt{2}} = -\frac{3}{5}$$

3

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{14}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{14}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}-\sqrt{14}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{2}-5\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{21}-\sqrt{42}}{3}-\frac{\sqrt{16}-5\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{21}-\sqrt{42}}{3}-\frac{4-5\sqrt{2}}{6}$$

$$=\frac{2\sqrt{21}-2\sqrt{42}-4+5\sqrt{2}}{6}$$

استعمل ترتيب العمليات والحاسبة لتكتب كل مما يلي مقربا لأقرب عشر :

4

$$\sqrt{\frac{49}{18}}\div\frac{9}{\sqrt{52}}+\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}\times\sqrt[3]{\frac{-125}{8}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{18}}\div\frac{9}{2\sqrt{13}}+\frac{-4}{3}\times\frac{-5}{2}$$

$$=\frac{7}{3\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{13}}{9}+\frac{10}{3}=\frac{14\sqrt{13}}{27\sqrt{2}}+\frac{10}{3}$$

$$\approx\frac{14\times 3.6}{27\times 1.4}+3.3\approx\frac{50.4}{37.8}+3.3\approx 1.3+3.3\approx 4.4$$

5

$$\left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}}-\left(-\frac{1}{2}\right)^{0}+(121)^{\frac{1}{2}}\times\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt[3]{125}}-1+\sqrt{121}\times\frac{1}{\sqrt{9}}$$

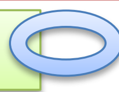
$$=\frac{1}{5}-1+\frac{11}{3}=0.2-1+3.66\approx 2.86\approx 2.9$$

اعداد المدرس // رائـد علي عبد الحســين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998





الاختيار من متعدد



صفحة 97

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

1 $(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7})$ a) $2+9\sqrt{7}$ b) $2+9\sqrt{2}$ c) $9+2\sqrt{14}$ d) $2+9\sqrt{14}$

الحل :

$$(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7}) = \sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{7})+\sqrt{7}\,(\sqrt{2}+\sqrt{7})$$
$$= \sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{7}+\sqrt{7}\times\sqrt{2}+\sqrt{7}\times\sqrt{7}$$
$$= 2+\sqrt{14}+\sqrt{14}+7 = 9+2\sqrt{14}$$

2 $(\sqrt{18}-\sqrt{8})\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}\right)$ a) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{-3\sqrt{2}}{5}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{-3\sqrt{2}}{5}$

الحل :

$$(\sqrt{18}-\sqrt{8})\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}\right) = (3\sqrt{2}-2\sqrt{2})\left(\frac{-3}{5}\right) = (\sqrt{2})\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{-3\sqrt{2}}{5}$$

3 $\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt[3]{-8}} \div \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$ a) $\frac{-5}{2}$ b) $\frac{-2}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$

الحل :

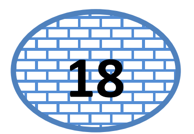
$$\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt[3]{-8}} \div \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \frac{6\times 5\sqrt{2}}{3(-2)} \div \frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{10\sqrt{2}}{-2} \div 2\sqrt{2} = -5\sqrt{2}\times\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{-5}{2}$$

4 $\sqrt{8}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-3\sqrt{6}$ a) $5-4\sqrt{6}$ b) $5+4\sqrt{6}$ c) $4-5\sqrt{6}$ d) $4+5\sqrt{6}$

الحل :

$$\sqrt{8}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-3\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-3\sqrt{6} = 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\sqrt{2}\times\sqrt{3}-3\sqrt{6}$$
$$= 4-2\sqrt{6}-3\sqrt{6} = 4-5\sqrt{6}$$





5 $(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{6}\sqrt{2}-\frac{1}{4}\sqrt{32}\right)$ a) $\frac{-5}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$

الحل :

$$(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{6}\sqrt{2}-\frac{1}{4}\sqrt{32}\right)=\sqrt[3]{-27}\left(\frac{1}{6}\sqrt{2}-\frac{1}{4}\times 4\sqrt{2}\right)=-3\left(\frac{1}{6}\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)$$

$$=-3\times\frac{1}{6}\sqrt{2}+3\times\sqrt{2}=\frac{-1}{2}\sqrt{2}+3\sqrt{2}$$

$$=\frac{-\sqrt{2}+6\sqrt{2}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}$$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

6 $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}=$ a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ c) 1 d) -1

الحل :

$$\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}=\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\times\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}=\frac{1(\sqrt{5}+1)-\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2-(1)^2}$$

$$=\frac{1\times\sqrt{5}+1\times 1-\sqrt{5}\times\sqrt{5}-\sqrt{5}\times 1}{5-1}=\frac{\sqrt{5}+1-5-\sqrt{5}}{4}=\frac{-4}{4}=-1$$

7 $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=$ a) $5+6\sqrt{2}$ b) $5-6\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{6}-5$ d) $2\sqrt{6}+5$

الحل :

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2-3}=\frac{2-\sqrt{6}-\sqrt{6}+3}{-1}$$

$$=\frac{5-2\sqrt{6}}{-1}=-5+2\sqrt{6}=2\sqrt{6}-5$$

8 $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{\sqrt{7}}-\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{\sqrt{28}}=$ a) $\frac{\sqrt{35}-7}{14}$ b) $\frac{\sqrt{35}+7}{14}$ c) $\frac{35-\sqrt{7}}{-14}$ d) $\frac{35-\sqrt{7}}{14}$

الحل :

$$\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{\sqrt{7}}-\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{\sqrt{28}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}-\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{2\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$

$$=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$$

$$=\frac{\sqrt{35}-7}{7}-\frac{\sqrt{35}-7}{14}=\frac{2(\sqrt{35}-7)-(\sqrt{35}-7)}{14}$$

$$=\frac{2\sqrt{35}-14-\sqrt{35}+7}{14}=\frac{\sqrt{35}-7}{14}$$

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

9 $\left(\frac{1}{3}\right)^2-3^{-2}-(5)^{\frac{3}{2}}\approx$ a) -18.11 b) 18.11 c) 11.18 d) -11.18

الحل :

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2-3^{-2}-(5)^{\frac{3}{2}}\approx\frac{1}{9}-\frac{1}{3^2}-\sqrt{(5)^3}\approx\frac{1}{9}-\frac{1}{9}-\sqrt{125}\approx-5\sqrt{5}\approx-5(2.236)\approx-11.18$$

10 $8^{-\frac{1}{3}}-(-7)^0+\frac{1}{6}\times4^{\frac{1}{2}}\approx$ a) -0.16 b) -0.17 c) 0.16 d) 0.17

الحل :

$$8^{-\frac{1}{3}}-(-7)^0+\frac{1}{6}\times4^{\frac{1}{2}}\approx\frac{1}{8^{\frac{1}{3}}}-1+\frac{1}{6}\times\sqrt{4}\approx\frac{1}{\sqrt[3]{8}}-1+\frac{1}{6}\times2$$

$$\approx\frac{1}{2}-1+\frac{1}{3}\approx0.5-1+0.333\approx-0.167\approx-0.17$$

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

11 $8.72 \times 10^{-2} - 0.364 \times 10^{-3} \approx$ a) 5.08×10^{-3} b) 0.51×10^{-3} c) 5.08×10^{-4} d) 0.51×10^{-4}

الحل :

$$8.72 \times 10^{-2} - 0.364 \times 10^{-3} \approx 0.872 \times 10^{-3} - 0.364 \times 10^{-3} \approx (0.872 - 0.364) \times 10^{-3}$$

$$\approx 0.508 \times 10^{-3} \approx 0.51 \times 10^{-3}$$

12 $(7.46 \times 10^{-2})^2 \approx$ a) 5.56×10^{-5} b) 5.57×10^{-4} c) 5.56×10^{-4} d) 5.57×10^{-5}

الحل :

$$(7.46 \times 10^{-2})^2 = 7.46 \times 10^{-2} \times 7.46 \times 10^{-2} = (7.46 \times 7.46) \times 10^{-4} = 55.65 \times 10^{-2-2}$$

$$= 55.65 \times 10^{-4} = 5.565 \times 10^{-5} \approx 5.57 \times 10^{-5}$$

الدرس [2 – 1] التطبيقات

فكرة الدرس

تعرف التطبيق وأنواعه وكيفية تمثيله بيانيا في المستوي الأحداثي وتعرف تركيب التطبيقات

المفردات

- العلاقة
- الزوج المرتب
- الضرب الديكارتي
- التطبيق
- المجال والمجال المقابل والمدى
- تركيب التطبيقات

[1 – 2 – 1] التطبيق وتمثيله في المستوي الأحداثي

التطبيق : لتكن R علاقة من المجموعة X (المجال) الى المجموعة Y (المجال المقابل) حيث كل عنصر من عناصر X يرتبط بعنصر وحيد من عناصر Y عندئذ تسمى العلاقة R تطبيق وتكتب $R : X \longrightarrow Y$.

الزوج المرتب : هي مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) اذ ينتمي المسقط الأول ((الأحداثي الأول)) الى المجموعة X والمسقط الثاني ((الأحداثي الثاني)) الى المجموعة Y من حاصل الضرب الديكارتي $X \times Y$

المدى : يمثل المدى المسقط الثاني من الأزواج المرتبة (x, y) أي تمثل صور عناصر المجال ((النواتج)) .

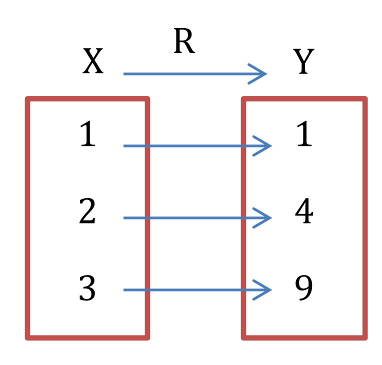
فيما يلي أمثلة توضح متى تكون العلاقة تطبيق :



R لا يمثل تطبيق لأن العنصر b في المجال ارتبط بعنصرين في المجال المقابل

X → Y (R): 1 → 1 ، 2 → 4 ، 3 → 4 ، 9

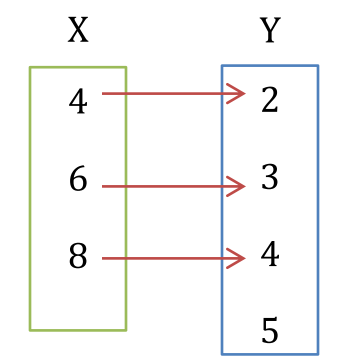
R يمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد من Y



R يمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد من Y

مثال اذا كانت $\mathbf{R : X \rightarrow Y}$ تمثل تطبيقا بقاعدة اقتران $y = \frac{1}{2}x$ من المجموعة $\mathbf{X = \{4, 6, 8\}}$ الى المجموعة $\mathbf{Y = \{2, 3, 4, 5\}}$. اكتب التطبيق على شكل أزواج مرتبة ثم مثل التطبيق بمخطط سهمي وحدد المجال والمدى للتطبيق .

الحل :



$y = \frac{1}{2}x \quad , \quad X = \{4,6,8\}$

$y = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

$y = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

$y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

$R = \{(4,2) , (6,3) , (8,4)\}$ الأزواج المرتبة

المجال : هي مجموعة الإحداثيات الأولى من الأزواج المرتبة في R . أي أن عناصر المجال $X = \{4,6,8\}$

المدى $= \{2,3,4\}$

مثال الجدول التالي يمثل العلاقة بين الوزن (كغم) وسعر السمك

هل تمثل العلاقة تطبيقا ؟ اذا كانت تطبيقا فاكتب قاعدة

الاقتران وحدد المجال والمدى .

السعر بألوف الدنانير Y	الوزن / كغم X
2	1
4	2
6	3
8	4

الحل :

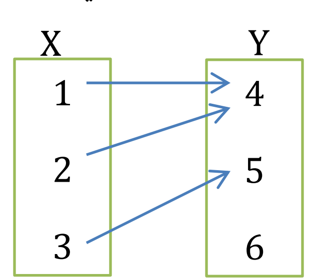
قاعدة الاقتران $y = 2x$

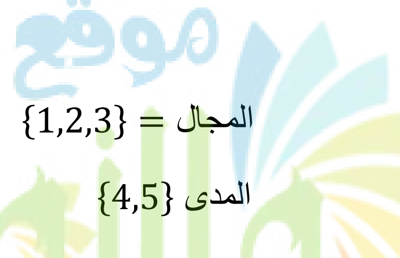
المجال $= \{1,2,3,4\}$ المدى $= \{2,4,6,8\}$

مثال اذا كانت العلاقة : $R : X \rightarrow Y$ معطاة كما يلي : $R = \{(1,4), (2,4), (3,5)\}$

اذ $X = \{1,2,3\}$ و $Y = \{4,5,6\}$ مثل العلاقة بمخطط سهمي وحدد المجال والمدى للعلاقة .

الحل : المخطط السهمي





المجال $= \{1,2,3\}$

المدى $\{4,5\}$

أنواع التطبيق

1) التطبيق شامل

يكون التطبيق $f: X \rightarrow Y$ شامل اذا كان المدى = المجال المقابل

ملاحظـة : يكون التطبيق $f : X \rightarrow Y$ غير شامل اذا كان المجال المقابل N , Z , R , Q

2) التطبيق المتباين

يكون التطبيق $f: X \rightarrow Y$ متباين اذا كان كل عنصر في Y يرتبط بعنصر واحد من X أي أن :

$$\forall\, x_1, x_2 \in X \;,\quad x_1 \neq x_2 \;\rightarrow\; f(x_1) \neq f(x_2)$$

ملاحظـة : يكون التطبيق $f: X \to Y$ غير متباين اذا كان :

$$\forall x_1, x_2 \in X \ , \quad x_1 \neq x_2 \quad \to \quad f(x_1) = f(x_2)$$

3) التطبيق التقابل

يكون التطبيق $f: X \to Y$ اذا كان التطبيق شامل ومتباين في آن واحد .

مثال **اذا كانت : $f : Z \to Z$ حيث : $f(x) = 2x^2 - 3$ بين نوع التطبيق حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة .**

الحل :

$f(x) = 2x^2 - 3 \quad , \quad X = Z = \{0, 1, -1, 2, -2, \ldots \ldots\}$

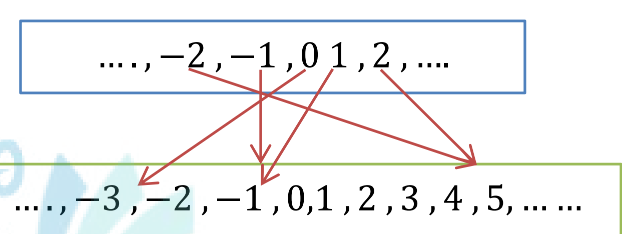
$f(0) = 2(0)^2 - 3 = 0 - 3 = -3$

$f(1) = 2(1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$

$f(-1) = 2(-1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$

$f(2) = 2(2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$

$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$



المدى $= \{-3, -1, 5, \ldots \ldots\}$

التطبيق ليس شامل لأن المدى $\neq$ المجال المقابل Z

التطبيق ليس متباينا لأن $f(1) = f(-1) = -1$ بينما $1 \neq -1$

تركيب الدوال

لإيجاد دالة جديدة من دالتين معلومتين هما $f(x)$, $g(x)$ وهي :

1) $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$

وتقرأ f تركيب g (f بعد g) وهي ناتج إيجاد $g(x)$ أولا ثم إيجاد صورتها في الدالة f .

2) $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

وتقرأ g تركيب f (g بعد f) وهي ناتج أيجاد $f(x)$ أولا ثم أيجاد صورتها في الدلة g .

مثال اذا كانت $f : A \to A$ وكان $A = \{1,2,3\}$ و $g : A \to A$ معرفتان كما يلي :

$$f = \{(1,3),(3,3),(2,3)\} \quad , \quad g = \{(3,1),(1,2),(2,3)\}$$

جد تركيب التطبيقين 1) $f \circ g(x)$ 2) $g \circ f(x)$ واكتب المجال والمدى لكل منهما .

الحل :

$1)\ f \circ g(x) = f[g(x)]$

$f \circ g(1) = f[g(1)] = f(2) = 3$

$f \circ g(2) = f[g(2)] = f(3) = 3$

$f \circ g(3) = f[g(3)] = f(1) = 3$

المجال $\{1,2,3\}$

المدى $= \{3\}$

$2)\ g \circ f(x) = g[f(x)]$

$g \circ f(1) = g[f(1)] = g(3) = 1$

$g \circ f(2) = g[f(2)] = g(3) = 1$

$g \circ f(3) = g[f(3)] = g(3) = 1$

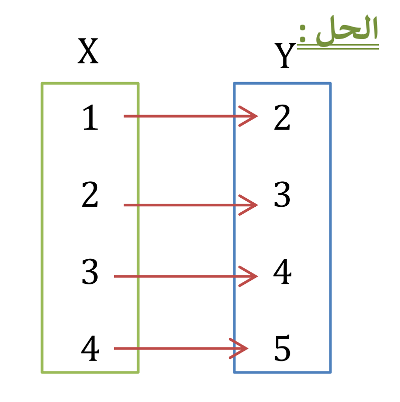
المجال $\{1,2,3\}$

المدى $= \{3\}$

تأكد من فهمك اكتب قاعدة اقتران للتطبيق ومثله بمخطط سهمي واكتب المجال والمدى لها :

1 $f = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$

الحل :



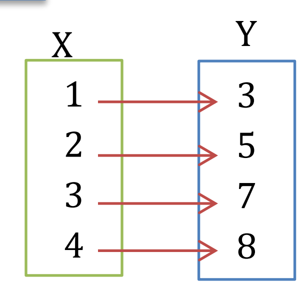
قاعدة الاقتران $f(x) = x + 1$

المجال $= \{1,2,3,4\}$

المدى $= \{2,3,4,5\}$

2 $g = \{(1,3),(2,5),(3,7),(4,9)\}$

الحل :

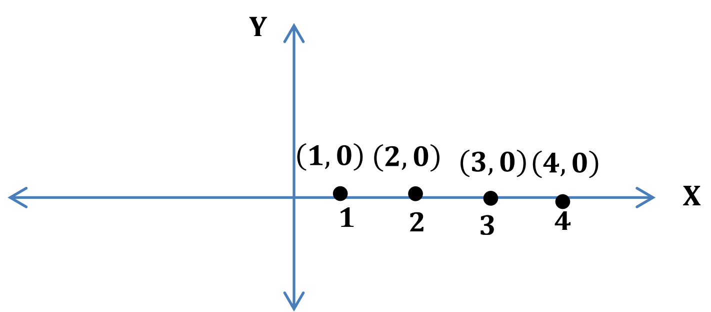


قاعدة الأقتران : $g(x) = 2x + 1$

المجال $= \{1,2,3,4\}$ المدى $= \{3,5,7,9\}$

س اكتب قاعدة الاقتران للتطبيقات التالية ومثلها في المستوي الإحداثي واكتب المجال والمدى لها :

3 $f = \{(1,0),(2,0),(3,0),(4,0)\}$



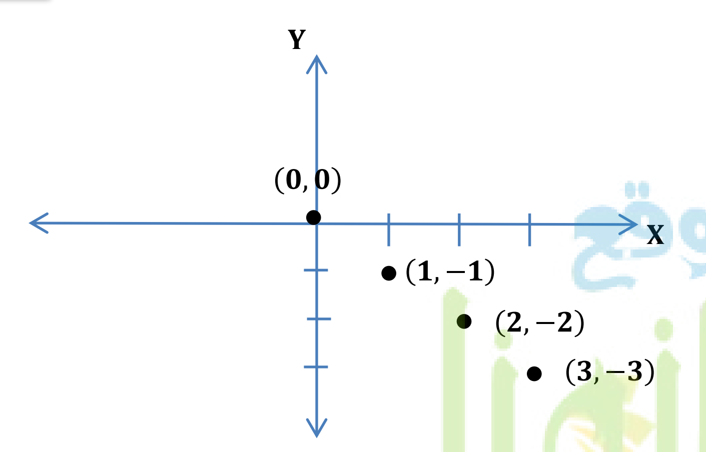
الحل :

قاعدة الاقتران : $f(x) = 0$

المجال $= \{1,2,3,4\}$

المدى $= \{0\}$

4 $g = \{(0,0),(1,-1),(2,-2),(3,-3)\}$

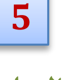


الحل :

قاعدة الاقتران $f(x) = -x$

المجال $= \{0,1,2,3\}$

المدى $= \{0,-1,-2,-3\}$


5 اذا كان التطبيق $f : N \to N$ اذ أن : $f(x) = 3x + 2$ بين هل أن التطبيق شامل أم لا ؟

الحل :

$f(x) = 3x + 2 \qquad , \qquad X = N = \{1,2,3, \dots \dots . .\}$

$f(1) = 3(1) + 2 = 5$

$f(2) = 3(2) + 2 = 8$

$f(3) = 3(3) + 2 = 11$

المدى $\{5,8,11, \dots \dots \dots . .\}$

التطبيق ليس شامل لأن المدى $\neq$ المجال المقابل N

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

6 اذا كانت $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{1,4,9,16\}$ وأن الدالة $f : A \to B$ اذ أن قاعدة الاقتران $f(x) = x^2$. أرسم مخطط سهمي للتطبيق وبين هل أن التطبيق يمثل تقابل أم لا ؟

الحل :

A		B
1	→	1
2	→	4
3	→	9
4	→	16

$f(x) = x^2 \quad , \quad A = \{1,2,3,4\}$

$f(1) = (1)^2 = 1$

$f(2) = (2)^2 = 4$

$f(3) = (3)^2 = 9$

$f(4) = (4)^2 = 16$

المدى $= \{1,4,9,16\}$

التطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل B

التطبيق متباين لأن : $f(1) \neq f(2)$ بينما $1 \neq 2$

التطبيق تقابل

---

7 ليكن التطبيقان $f : Z \to Z$ حيث $f(x) = 3x + 1$ وأن $g : \to A \to A$ حيث $g(x) = 2x + 5$
جد قيمة x اذا كان : $(f \circ g)(x) = 28$

الحل :

$f[g(x)] = 28$

$f[2x + 5] = 28$

$3(2x + 5) + 1 = 28$

$6x + 15 + 1 = 28$

$6x + 16 = 28$

$6x = 28 - 16$

$6x = 12 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{12}{6} = 2$

8 اذا كانت $f : N \to N$ حيث $f(x) = 5x + 2$ وأن $g: N \to N$ حيث $g(x) = x + 3$ اكتب التطبيق $f \circ g$ بكتابة الأزواج المرتبة لها واكتب مداها وبين نوعها ؟

الحل :

$f \circ g(x) = f[g(x)] \quad , \quad X = N = \{1,2,3, \dots\dots\dots\}$

$f \circ g(1) = f[g(1)] = f(1+3) = f(4) = 5(4) + 2 = 22$

$f \circ g(2) = f[g(2)] = f(2+3) = f(5) = 5(5) + 2 = 27$

$f \circ g(3) = f[g(3)] = f(3+3) = f(6) = 5(6) + 2 = 32$

الأزواج المرتبة $f \circ g = \{(1,22), (2,27), (3,32), \dots\dots\dots\}$

المدى = $\{22,27,32, \dots\dots\dots\}$

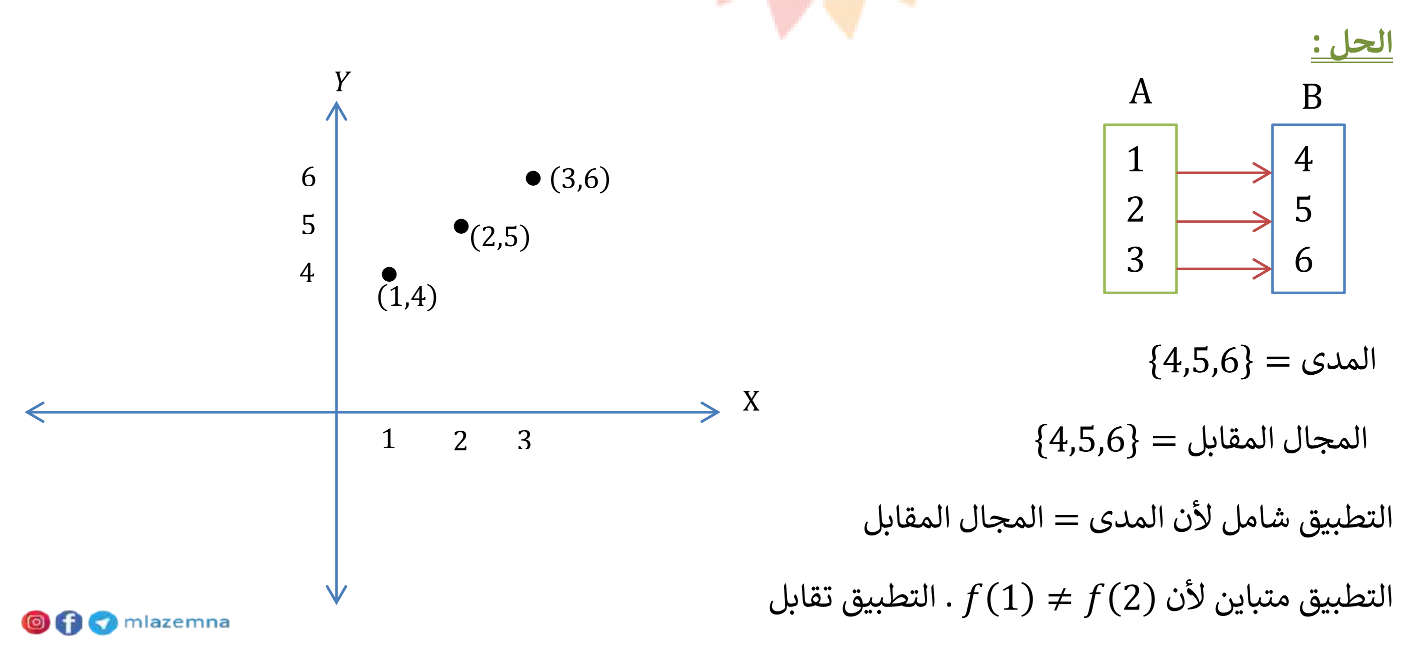
التطبيق ليس شامل لأن المدى ≠ المجال المقابل N

التطبيق متباين لأن $f \circ g(1) \neq f \circ g(2)$ بينما $1 \neq 2$ ⟸ التطبيق ليس تقابل .

تدرب وحل التمرينات

9 اذا كان $A = \{1,2,3\}$ و $B = \{4,5,6\}$ وأن $f : A \to B$ معرف كالآتي : $f = \{(1,4),(2,5),(3,6)\}$
ارسم المخطط السهمي للتطبيق وارسم المخطط البياني له وبين نوعه .

الحل :



المدى = $\{4,5,6\}$

المجال المقابل = $\{4,5,6\}$

التطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل

التطبيق متباين لأن $f(1) \neq f(2)$. التطبيق تقابل

10 اذا كان $f : A \rightarrow Z$ حيث $f(x) = x^2$ والمجموعة $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ارسم مخططا سهميا للتطبيق ومثله بيانيا في المستوي الاحداثي وبين هل أنه تطبيق متباين أم لا ؟

الحل :

$f(x) = x^2 \quad , \quad A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$

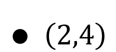
$f(-1) = (-1)^2 = 1$

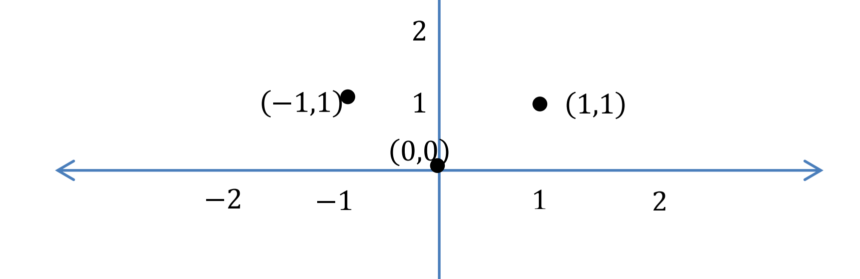
$f(0) = (0)^2 = 0$

$f(1) = (1)^2 = 1$

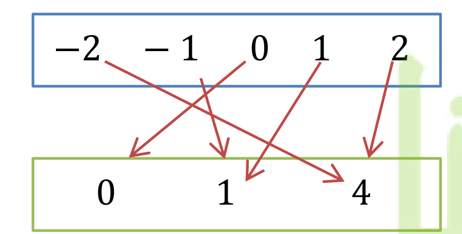
$f(2) = (2)^2 = 4$

$f = \{(-2,4), (-1,1), (0,0), (1,1), (2,4)\}$





التطبيق ليس متباين لأن $f(-1) = f(1)$ بينما $-1 \neq 1$



---

11 ليكن $f : N \rightarrow N$ اذ أن $f(x) = x^2$ و $g : N \rightarrow N$ اذ أن $g(x) = x + 1$ والمطلوب إيجاد :

1) $(g \circ f)(x) \ , (f \circ g)(x)$ **2)** $(f \circ g)(2) \ , (g \circ f)(2)$

الحل :

1) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[x^2] = x^2 + 1$

$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x + 1] = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

2) $(f \circ g)(1) = f[g(2)] = f[2 + 1] = f(3) = (3)^2 = 9$

$(g \circ f)(2) = g[f(2)] = g[(2)^2] = g(4) = 4 + 1 = 0$





12 اذا كان التطبيق $f : R \to R$ اذ $f(x) = 6x - 1$ والتطبيق $g : R \to R$ اذ $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 1$
جد قيمة x اذا علمت $(f \circ g)(x) = 17$

الحل :

$$f[g(x)] = 17 \quad \Rightarrow \quad f\left(\frac{1}{3}x^2 + 1\right) = 17$$

$$6\left(\frac{1}{3}x^2 + 1\right) - 1 = 17 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 + 6 - 1 = 17$$

$$2x^2 + 5 = 17 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 = 17 - 5$$

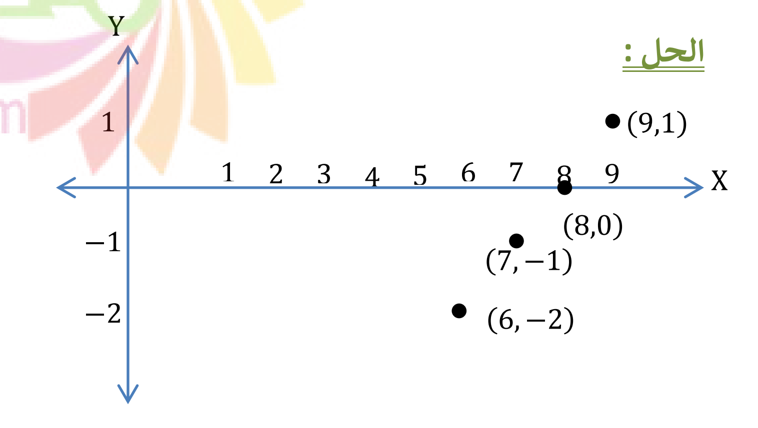
$$2x^2 = 12 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{12}{2} = 6 \quad \Rightarrow \quad x = \mp\sqrt{6}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

13 درجات الحرارة : سجلت درجات الحرارة في أحد أيام الشتاء بالعلاقة التالية :
$R = \{(6,-2),(7,-1),(8,0),(9,1)\}$ اذ يمثل الاحداثي الأول بالساعة والاحداثي الثاني درجة الحرارة بالدرجات السيليزية . مثل العلاقة بجدول ومثلها بالمستوي الاحداثي بيانيا هل تمثل العلاقة تطبيقا أم لا ؟

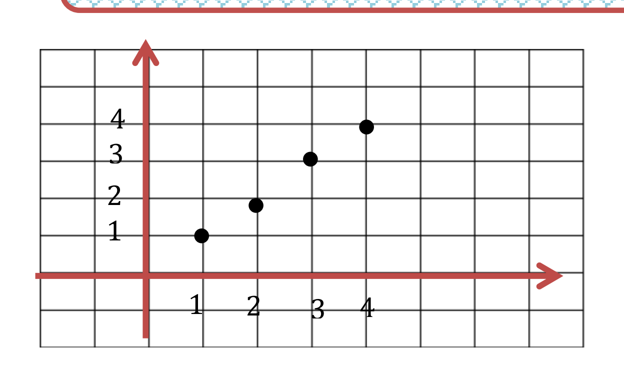
الحل :

الوقت (X)	6	7	8	9
درجة الحرارة (Y)	−2	−1	0	1



العلاقة تمثل تطبيقا لأن كل عنصر من عناصر X يرتبط بعنصر واحد من عناصر Y

14 **المستوي الاحداثي :** الشكل البياني المجاور يمثل تطبيق $f : N \longrightarrow N$ اكتب احداثيات الأزواج المرتبة التي تمثلها نقاط التطبيق في البياني واكتب قاعدة اقتران التطبيق وهل التطبيق متباين أم لا ؟



الحل :

الأزواج المرتبة $f = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

التطبيق متباين لأن $f(1) \neq f(2)$ بينما $1 \neq 2$ ((النواتج مختلفة))

---

15 **الصحة :** العلاقة $W_r = 2\left(\frac{W_b}{3}\right)$ تمثل كتلة الماء في جسم الانسان اذ W_r تمثل وزن الماء و W_b تمثل كتلة الانسان كتلة حسان 150kg استعمل نظام خاص بأنقاص الوزن لمدة ثلاثة أشهر ففقد من كتلته 6kg في الشهر الأول ثم 12kg في الشهر الثاني , 12kg في الشهر الثالث . اكتب جميع الأزواج المرتبة للعلاقة بين كتلة حسان وكتلة الماء في جسمه , هل تمثل تطبيقا أم لا , واكتب المجال والمدى له .

الحل:

$W_r = 2\left(\frac{W_b}{3}\right)$, $W_b = \{150, 150 - 6 = 144, 144 - 12 = 132, 132 - 12 = 120\}$

$W_r(150) = 2\left(\frac{150}{3}\right) = 2(50) = 100$

$W_r(144) = 2\left(\frac{144}{3}\right) = 2(48) = 96$

$W_r(132) = 2\left(\frac{132}{3}\right) = 2(44) = 88$

$W_r(120) = 2\left(\frac{120}{3}\right) = 2(40) = 80$

$f = \{(150,100), (144,96), (132,88), (120,80)\}$

المجال $= \{150,144,132,120\}$ المدى $= \{100,96,88,80\}$

تمثل تطبيا لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجال المقابل .



16 **تحدٍ :** اذا كانت $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وكان $g : A \to A$ تطبيقا معرف كالآتي : $g = \{(1, 4), (2, 2), (3, 1), (4, 2), (5, 4)\}$ هل أن التطبيق تقابل أم لا ؟ فسر ذلك .

الحل :

A A
1 1
2 2
3 3
4 4
5 5

المدى $= \{1,2,4\}$

المجال القابل $= \{1,2,3,4,5\}$

التطبيق غير شامل لأن المدى $\neq$ المجال المقابل

التطبيق ليس متباين لأن $g(1) = g(5)$ بينما $1 \neq 5$

التطبيق ليس تقابل

---

17 **أصحح الخطأ :** قال ياسين أن العلاقة $f : Z \to Z$ حيث $f(x) = x^3$ لا تمثل تطبيقا متباينا . حدد خطأ ياسين وصححه .

الحل :

$f(x) = x^3 \quad , \quad X = Z = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$f(-2) = (-2)^3 = -8$

$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = (0)^3 = 0$

$f(1) = (1)^3 = 1$

$f(2) = (2)^3 = 8$

التطبيق متباين لأن $f(1) \neq f(-1)$ بينما $1 \neq -1$ ((النواتج مختلفة)) .

18 **حس عددي :** حدد ما اذا كانت كل علاقة فيما يلي تمثل تطبيقا أم لا ؟ فسر ذلك .

1

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

الحل :

العلاقة تمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر

واحد من Y

X	Y
1 →	3
2 →	6
3 →	9
4 →	12
5 →	15

2

x	1	2	3	4	5
y	3	6	11	18	27

الحل :

العلاقة تمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر

واحد من Y

X	Y
1 →	3
2 →	6
3 →	11
4 →	18
5 →	27

اكتب ليكن التطبيق $f : N \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 4x - 3$ اذا كان $(f \circ f)(x) = 1$ فجد قيمة x؟

الحل :

$f[f(x)] = 1$

$f(4x - 3) = 1$

$4(4x - 3) - 3 = 1$

$16x - 12 - 3 = 1 \quad \Rightarrow \quad 16x - 15 = 1$

$16x = 1 + 15 \quad \Rightarrow \quad 16x = 16 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{16}{16} = 1$

مراجعة الفصل

صفحة 29

تدريب اذا كانت $A = \{1,2,3\}$ وكانت الدالتان : $f : A \to A$ و $g : A \to A$ معرفتين كما يأتي :

$g = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$, $f = \{(1,2),(2,3),(3,1)\}$

جد تركيب الدالتين : $1)\ f \circ g$ $2)\ g \circ f$

الحل :

$1)\ f \circ g(x) = f[g(x)]$

$f \circ g(1) = f[g(1)] = f(1) = 2$

$f \circ g(2) = f[g(2)] = f(2) = 3$

$f \circ g(3) = f[g(3)] = f(3) = 1$

$2)\ g \circ f(x) = g[f(x)]$

$g \circ f(1) = g[f(1)] = g(2) = 2$

$g \circ f(2) = g[f(2)] = g(3) = 3$

$g \circ f(3) = g[f(3)] = g(1) = 1$

اختبار الفصل

صفحة 31

6 اذا كانت $f : Z \to R$ حيث $f(x) = x^2$. ارسم مخططا سهميا للدالة وبين هل أن الدالة متباينة أو شاملة أو تقابل ؟

الحل :

$f(x) = x^2$, $X = Z = \{-2,-1,0,1,2\}$

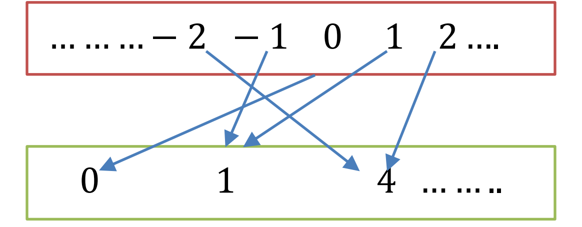
$f(-2) = (-2)^2 = 4$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

$f(0) = (0)^2 = 0$

$f(1) = (1)^2 = 1$

$f(2) = (2)^2 = 4$



المدى $= \{4,1,0\}$. التطبيق غير شامل لأن المدى ≠ المجال القابل R

التطبيق ليس متباين لأن $f(-1) = f(1)$ بينما $-1 \neq 1$ (النواتج متشابهة) . التطبيق ليس تقابل .

7 اذا كانت الدالة $f : N \to N$ اذ أن $f(x) = 3x + 1$ و $g : N \to N$ اذ أن $g(x) = x^2$

جد : $(g \circ f)(5)$, $(f \circ g)(5)$, $(g \circ f)(2)$, $(f \circ g)(2)$

الحل :

$g \circ f(x) = g[f(x)]$

$g \circ f(2) = g[f(2)] = g[3(2) + 1]$

$= g(7) = (7)^2 = 49$

$g \circ f(5) = g[f(5)] = g[3(5) + 1]$

$= g(16) = (16)^2 = 256$

$f \circ g(x) = f[g(x)]$

$f \circ g(2) = f[g(2)] = f[(2)^2] = f(4)$

$= 3(4) + 1 = 12 + 1 = 13$

$f \circ g(5) = f[g(5)] = f[(5)^2] = f(25)$

$= 3(25) + 1 = 75 + 1 = 76$

---

8 اذا كانت الدالة $f : R \to R$ حيث $f(x) = 3x + 1$ والدالة $g : R \to R$ حيث $g(x) = 2x + 5$ جد

أولا $f \circ g$, $g \circ f$ ثم جد قيمة x اذا كانت $(f \circ g)(x) = 28$

الحل :

$g \circ f(x) = g[f(x)] = g(3x + 1) = 2(3x + 1) - 5 = 6x + 2 - 5 = 6x - 3$

$f \circ g(x) = f[g(x)] = f(2x - 5) = 3(2x - 5) + 1 = 6x - 15 + 1 = 6x - 14$

$(f \circ g)(x) = 28$

$f[g(x)] = 28$

$f(2x - 5) = 28$

$3(2x - 5) + 1 = 28$

$6x - 15 + 1 = 28$

$6x - 14 = 28$

$6x = 28 + 14$

$6x = 42 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{42}{6} = 7$

الاختيار من متعدد / التطبيقات

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

1 اذا كان التطبيق $f : A \to B$ معرف كالآتي : $x \to x+1$ حيث $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 68\}$
فأن مدى التطبيق هو :

a) $\{2, 4, 8\}$ b) $\{4, 6, 8\}$ c) $\{2, 4, 6\}$ d) $\{2, 6, 8\}$

الحل :

$x \longrightarrow x+1 \quad , \quad A = \{1, 3, 5\}$

$1 \longrightarrow 1+1 = 2 \quad , \quad 2 \longrightarrow 3+1 = 4 \quad , \quad 5 \longrightarrow 5+1 = 6$

المدى $= \{2, 4, 6\}$

2 اذا كانت $A = \{1, 2, -2, -3\}$ وكان $g : A \longrightarrow Z$ فأن مدى التطبيق اذا كان $g(x) = 5x - 3$ هو :

a) $\{2, 9, 13, 18\}$ b) $\{2, 7, -13, -18\}$ c) $\{9, 13, 18, 21\}$ d) $\{7, 13, 15, 18\}$

الحل :

$g(x) = 5x - 3 \quad , \quad A = \{1, 2, -2, -3\}$

$g(1) = 5(1) - 3 = 5 - 3 = 2$

$g(2) = 5(2) - 3 = 10 - 3 = 7$

$g(-2) = 5(-2) - 3 = -10 - 3 = -13$

$g(-3) = 5(-3) - 3 = -15 - 3 = -18$

المدى $= \{2, 7, -13, -18\}$

3 اذا كانت $f : Z \longrightarrow R$ اذ $f(x) = 3x - 2$ فأن العدد 10 هو صورة للعدد :

a) 5 b) 4 c) 2 d) 3

الحل :

$f(4) = 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10$

4 ليكن $f : A \longrightarrow B$ اذ $A = \{2,3,4,5\}$, $B = \{4,6,8\}$ وأن $f = \{(2,4),(3,6),(4,8),(5,8)\}$ فأن f يمثل تطبيقا شاملا لأن :

a) المدى ≠ المجال المقابل

b) $f(u) = f(s)$

c) المدى هو المجال مجموعة A

d) المدى = المجال المقابل

الحل :

المدى $= \{4,6,8\}$ المجال المقابل $B = \{4,6,8\}$

التطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل .

5 اذا كانت $f : N \rightarrow N$ اذ $f(x) = 2x - 3$ و $g : N \rightarrow N$ اذ $g(x) = x + 1$ فأن التطبيق $(g \circ f)(x)$ هو

a) $2x - 2$ b) $2x - 4$ c) $2x + 2$ d) $2x + 4$

الحل :

$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(2x-3) = 2x - 3 + 1 = 2x - 2$

6 ليكن $f : \{2,3,5\} \rightarrow N$ اذ $f(x) = 3x - 1$ و $g : N \rightarrow N$ اذ $g(x) = x + 1$ فأن مدى $g \circ f$ هو :

a) $R_{g\circ f} = \{5,8,14\}$ b) $R_{g\circ f} = \{5,6.9\}$ c) $R_{g\circ f} = \{6,12,15\}$ d) $R_{g\circ f} = \{6,9,12\}$

الحل :

$g \circ f(x) = g[f(x)]$

$g \circ f(2) = g[f(2)] = g[3(2) - 1] = g(5) = 5 + 1 = 6$

$g \circ f(3) = g[f(3)] = g[3(3) - 1] = g(8) = 8 + 1 = 9$

$g \circ f(5) = g[f(5)] = g[3(5) - 1] = g(14) = 14 + 1 = 15$

المدى هو $R_{g\circ f} = \{6,9,15\}$

7 اذا كانت $A = \{3,5,7\}$ وأن $f : A \rightarrow A$ وكذلك $g : A \rightarrow A$ وأن $f = \{(3,5),(5,7),(7,3)\}$, $g = \{(5,3),(7,5),(3,7)\}$ فأن $g \circ f$ هو :

a) $\{(3,3),(5,5),(7,7)\}$

b) $\{(3,5),(5,7),(7,3)\}$

c) $\{(5,3),(7,3),(3,3)\}$

d) $\{(3,5),(5,5),(5,7)\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

الحل :

$g \circ f(x) = g[f(x)]$

$g \circ f(3) = g[f(3)] = g(5) = 3$

$g \circ f(5) = g[f(5)] = g(7) = 5$

$g \circ f(7) = g[f(7)] = g(3) = 7$

$g \circ f = \{(3,3), (5,5), (7,7)\}$

8 اذا كان التطبيق $f : Q \to Q$ اذ $f(x) = 4x + 1$ والتطبيق $g : Q \to Q$ اذ $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - 1$
جد قيمة x اذا كانت $(f \circ g)(x) = 45$ فأن قيمة x هي :

a) ∓ 5 b) ± 6 c) ± 7 d) ± 8

الحل :

$(f \circ g)(x) = 45$

$f[g(x)] = 45 \quad \Longrightarrow \quad f\left(\frac{1}{3}x^2 - 1\right) = 45$

$4\left(\frac{1}{3}x^2 - 1\right) + 1 = 45 \quad \Longrightarrow \quad \frac{4}{3}x^2 - 4 + 1 = 45 \quad \Longrightarrow \quad \frac{4}{3}x^2 - 3 = 45$

$\frac{4}{3}x^2 = 45 + 3 \quad \Longrightarrow \quad \frac{4}{3}x^2 = 48$

$4x^2 = 144 \quad \Longrightarrow \quad x^2 = \frac{144}{4} \quad \Longrightarrow \quad x^2 = 36 \quad \Longrightarrow \quad x = \pm 6$

اعداد المدرس // رائـــد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998

المتتابعات

فكرة الدرس

التعرف الى المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها

المفردات

- المتتابعة
- المتتابعة الحسابية
- الحد العام
- المتتابعة الثابتة
- أساس المتتابعة

المتتابعة : هي دالة مجالها N أو مجموعة جزئية مرتبة منتهية من N أي أن : $f : N \longrightarrow R$ وتكتب على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة حيث المساقط الأولى تمثل عناصر المجال N والمساقط الثانية تمثل عناصر المجال المقابل (الصور) كما في الشكل : $\{(1, f(1)), (2, f(2)), (3, f(3)), \dots \dots \dots \dots, (n, f(n)), \dots \dots)\}$

فاذا كانت المتتابعة منتهية يرمز لها بالرمز $\{u_n\}_{n=1}^{m}$ أو $\{f(n)\}_{n=1}^{m}$ أما اذا كانت المتتابعة غير منتهية يرمز لها بالرمز $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$ أو $\{f(n)\}_{n=1}^{\infty}$.

ملاحظة : غالبا ما نكتفي عند كتابة المتتابعة بذكر المساقط الثانية فقط (الصور) .

$$\{f(1), f(2), f(3), \dots \dots \dots \dots, f(n), \dots \dots\}$$

ملاحظة : يسمى u_n بالحد العام للمتتابعة $u_n = f(n)$ وتكتب المتتابعة بالصورة :

$$\{u_1, u_2, u_3, \dots \dots \dots \dots, u_i, \dots \dots ..\}$$

مثال

نظم جدولا يربط بين عدد الأيام وعدد اللوحات. اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطا؟ هل يمثل متتابعة؟

عدد اللوحات	1	2	3	4	5
عدد الأيام	3	6	9	12	15

الحل :

الأزواج المرتبة $\{(1,3),(2,6),(3,9),(4,12),(5,15)\}$

نعم يمثل نمطا والعلاقة تمثل ((ثلاثة أمثال)) والعلاقة تمثل متتابعة حدها العام هو

$u_n = 3n \quad , \quad n \in \{1,2,3,4,5\}$

تكتب بالشكل الاتي:

$\{u_n\} = 3n = \{3,6,9,12,15\}$

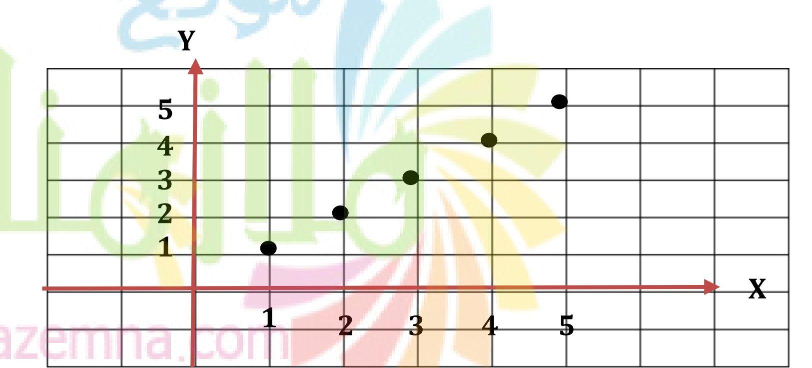
مثال

اكتب الأزواج المرتبة الخمسة الأولى للمتتابعة $\{u_n\}$ ومثلها في المستوي الاحداثي :



1 $\{u_n\} = n$

الحل:



$u_1 = 1$

$u_2 = 2$

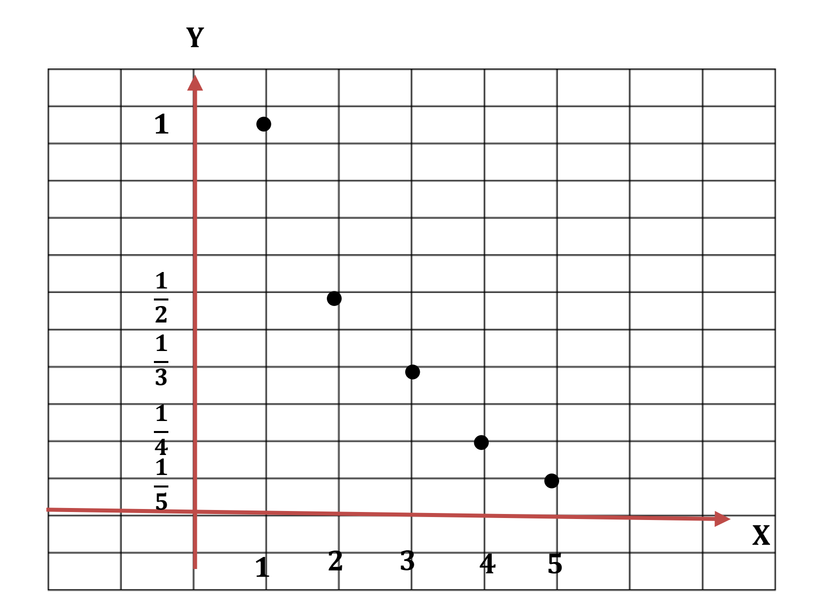
$u_3 = 3$

$u_4 = 4$

$u_5 = 5$

الأزواج المرتبة $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$

2 $\{u_n\} = \frac{1}{n}$



الحل :

$u_1 = \frac{1}{1} = 1$

$u_2 = \frac{1}{2}$

$u_3 = \frac{1}{3}$

$u_4 = \frac{1}{4}$, $u_5 = \frac{1}{5}$

الأزواج المرتبة $\left\{(1,1), \left(2,\frac{1}{2}\right), \left(3,\frac{1}{3}\right), \left(4,\frac{1}{4}\right), \left(5,\frac{1}{5}\right)\right\}$

مثال اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية :

1 $\{u_n\} = 2n - 1$

الحل :

$u_1 = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$, $u_2 = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$

$u_3 = 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5$, $u_4 = 2(4) - 1 = 8 - 1 = 7$

$u_5 = 2(5) - 1 = 10 - 1 = 9$

المتتابعة هي : $\{1,3,5,7,9, \dots \dots\}$

2 $\{u_n\} = (-1)^n$

الحل :

$u_1 = (-1)^1 = 1$, $u_2 = (-1)^2 = 1$, $u_3 = (-1)^3 = -1$

$u_4 = (-1)^4 = 1$, $u_5 = (-1)^5$

المتتابعة هي : $\{1,1,-1,1,-1, \dots \dots \dots\}$

3 $\{u_n\} = \frac{n}{3}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{2}{3}$, $u_3 = \frac{3}{3} = 1$, $u_4 = \frac{4}{3}$, $u_5 = \frac{5}{3}$

المتتابعة هي : $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \dots \dots .\right\}$

4 $\{u_n\} = n^2$

الحل :

$u_1 = (1)^2 = 1$, $u_2 = (2)^2 = 4$, $u_3 = (3)^2 = 9$

$u_4 = (4)^2 = 16$, $u_5 = (5)^2 = 25$

المتتابعة هي : $\{1,4,9,16,25, \dots \dots \dots .\}$

5 $\{u_n\} = n^3$

الحل :

$u_1 = (1)^3 = 1$, $u_2 = (2)^3 = 8$, $u_3 = (3)^3 = 27$

$u_4 = (4)^3 = 64$, $u_5 = (5)^3 = 125$

المتتابعة هي : $\{1,8,27,64,125, \dots \dots \dots .\}$

المتتابعة الحسابية

المتتابعة الحسابية : هي المتتابعة التي يكون فيا الفرق بين كل حدين متتالين عددا ثابتا ويسمى أساس المتتابعة ويرمز له بالرمز $d = u_{n+1} - u_n$ أي أن ((الأساس d = الحد الثاني – الحد الأول)) ويمكن كتابة المتتابعة بمعرفة حدها الأول $a = u_1$ وأساسها d .

أنواع المتتابعات الحسابية

1) المتتابعة المتزايدة وفيها $d > 0$ (موجبة) . مثال : $\{1,3,5,7,9, \dots \dots\}$

2) المتتابعة المتناقصة وفيها $d < 0$ (سالبة) . مثال : $\{4,2,0,-2,-4, \dots\dots\}$

3) المتتابعة الثابتة وفيها $d = 0$ مثال : $\{5,5,5,5,5, \dots\dots\dots\}$

قانون الحد العام للمتتابعة الحسابية هو :

$$u_n = a + (n-1)d \quad , \quad n \in N$$

حيث n عدد حدود المتتابعة

ملاحظة : لايجاد المتتابعة الحسابية اذا علم حدها الأول وأساسها نستخدم :

$$u_1 \xrightarrow{+d} u_2 \xrightarrow{+d} u_3 \xrightarrow{+d} \dots\dots\dots \xrightarrow{+d} u_n$$

مثال اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية الآتية :

1 متتابعة حسابية الحد الأول فيها (3) وأساسها (6) .

الحل :

$a = u_1 = 3 \ , \quad d = 6$

$u_2 = u_1 + d = 3 + 6 = 9 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = 9 + 6 = 15$

$u_4 = u_3 + d = 15 + 6 = 21 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = 21 + 6 = 27$

المتتابعة الحسابية $\{3,9,15,21,27, \dots\dots\}$

2 متتابعة حسابية حدها الأول (1) وأساسها (-3) .

الحل :

$a = u_1 = 1 \ , \quad d = -3$

$u_2 = u_1 + d = 1 - 3 = -2 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = -2 - 3 = -5$

$u_4 = u_3 + d = -5 - 3 = -8 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = -8 - 3 = -11$

المتتابعة الحسابية $\{1,-2,-5,-8,-11, \dots\dots\dots\}$

3 متتابعة حسابية حدها السابع (36) وأساسها (4) .

الحل :

$u_7 = 36 \ , \ n = 7 \ , \ d = 4 \ , \ a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_7 = a + (7-1)(4) \quad \Rightarrow \quad 36 = a + 24$

$a = 36 - 24 = 12 \quad \Rightarrow \quad a = 12$

$\{12,16,20,24,28, \dots \dots \dots\}$ المتتابعة الحسابية

مثال متتابعة حسابية حدها الثالث (8) و $d = -3$ جد الحدود بين u_7, u_{11}

الحل :

$u_3 = 8 \ , \ n = 3 \ , \ d = -3 \ , \ a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_3 = a + (3-1)(-3) \quad \Rightarrow \quad 8 = a - 6 \quad \Rightarrow \quad a = 8 + 6 = 14$

$u_8 = 14 + (8-1)(-3) = 14 - 21 = -7 \quad , \quad u_9 = 14 + (9-1)(-3) = 14 - 24 = -10$

$u_{10} = 14 + (10-1)(-3) = 14 - 27 = -13$

المتتابعة الحسابية $\{\dots \dots \dots, -7, -10, -13, \dots \dots\}$

مثال جد الحد العشرين من المتتابعة الحسابية $\{6, 1, -4, -9, \dots \dots\}$ وحدد ما اذا كانت المتتابعة متناقصة أم متزايدة ؟

الحل :

$a = 6 \ , \ d = 1 - 6 = -5 \ , \ u_{20} = ? \quad n = 20$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_{20} = 6 + (20-1)(-5) = 6 + (19)(-5) = 6 - 95 = -89$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

تأكد من فهمك اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى :

1 $u_n = 3n$

الحل :

$u_1 = 3(1) = 3$, $u_2 = 3(2) = 6$, $u_3 = 3(3) = 9$, $u_4 = 3(4) = 12$

الأزواج المرتبة : $\{(1,3),(2,6),(3,9),(4,12),\dots\dots\dots.\}$

---

2 $u_n = n - 4$

الحل :

$u_1 = 1 - 4 = -3$, $u_2 = 2 - 4 = -2$, $u_3 = 3 - 4 = -1$

$u_4 = 4 - 4 = 0$

الأزواج المرتبة : $\{(1,-3),(2,-2),(3,-1),(4,0),\dots\dots\dots\dots\}$

---

3 $u_n = n^2$

الحل :

$u_1 = (1)^2 = 1$, $u_2 = (2)^2 = 4$, $u_3 = (3)^2 = 9$, $u_4 = (4)^2 = 16$

الأزواج المرتبة : $\{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16),\dots\dots\dots\}$

---

4 $u_n = \frac{1}{2n}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{2(2)} = \frac{1}{4}$, $u_3 = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$, $u_4 = \frac{1}{2(4)} = \frac{1}{8}$

الأزواج المرتبة : $\left\{\left(1,\frac{1}{2}\right),\left(2,\frac{1}{4}\right),\left(3,\frac{1}{6}\right),\left(4,\frac{1}{8}\right),\dots\dots\dots\dots.\right\}$

5 $u_n = 3n - 1$

الحل :

$u_1 = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2$, $u_2 = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$, $u_3 = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8$

$u_4 = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$

الأزواج المرتبة : $\{(1,2), (2,5), (3,8), (4,11), \dots \dots\}$

---

5 $u_n = n + 2$

الحل :

$u_1 = 1 + 2 = 3$, $u_2 = 2 + 2 = 4$, $u_3 = 3 + 2 = 5$, $u_4 = 4 + 2 = 6$

الأزواج المرتبة : $\{(1,3), (2,4), (3,5), (4,6), \dots \dots\}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

7 متتابعة حسابية الحد الأول فيها (1) وأساسها (5)

الحل :

$a = u_1 = 1$, $d = 5$

$u_2 = u_1 + d = 1 + 5 = 6$, $u_3 = u_2 + d = 6 + 5 = 11$

$u_4 = u_3 + d = 11 + 5 = 16$, $u_5 = u_4 + d = 16 + 5 = 21$

المتتابعة الحسابية : $\{1,6,11,16,21,, \dots \dots\}$

---

8 متتابعة حسابية الحد الأول فيها (−5) وأساسها (2)

الحل :

$a = u_1 = -5$, $d = 2$

$u_2 = u_1 + d = -5 + 2 = -3$, $u_3 = u_2 + d = -3 + 2 = -1$

$u_4 = u_3 + d = -1 + 2 = 1$, $u_5 = u_4 + d = 1 + 2 = 3$

المتتابعة الحسابية : $\{-5, -3, -1, 1, 3, \dots \dots \dots\}$

9 متتابعة حسابية الحد الأول فيها (-3) وأساسها (-4)

الحل :

$a = u_1 = -3 \quad , \quad d = -4$

$u_2 = u_1 + d = -3 - 4 = -7 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = -7 - 4 = -11$

$u_4 = u_3 + d = -11 - 4 = -15 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = -15 - 4 = -19$

المتتابعة الحسابية : $\{-3, -7, -11, -15, -19, \dots\dots\dots\}$

10 متتابعة حسابية حدها السادس (18) وأساسها (-3)

الحل :

$u_6 = 18 \quad , \quad n = 6 \quad , \quad d = -3 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_6 = a + (6-1)(-3) \quad \Longrightarrow \quad 18 = a + (5)(-3)$

$18 = a - 15 \quad \Longrightarrow \quad a = 18 + 15 = 33$

المتتابعة الحسابية : $\{33, ,30,27,24,21, \dots\dots\dots\}$

اكتب حدود المتتابعات الآتية :

11 جد الحدود بين u_8 و u_{12} لمتتابعة حسابية حدها الثالث (9) و $d = -2$

الحل :

$u_3 = 9 \quad , \quad n = 3 \quad , \quad d = -2 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d \quad \Longrightarrow \quad u_3 = a + (3-1)(-2) \quad \Longrightarrow \quad 9 = a + (2)(-2)$

$9 = a - 4 \quad \Longrightarrow \quad a = 9 + 4 = 13$

$u_9 = 13 + (9-1)(-2) = 13 + (8)(-2) = 13 - 16 = -3$

$u_{10} = 13 + (10-1)(-2) = 13 + (9)(-2) = 13 - 18 = -5$

$u_{11} = 13 + (11-1)(-2) = 13 + (10)(-2) = 13 - 20 = -7$

المتتابعة : $\{\dots\dots\dots, -3, -5, -7, \dots\dots\dots\}$

12 جد الحدود بين u_6 و u_{10} لمتتابعة حسابية حدها السادس (-11) و $d = -3$

الحل :

$u_6 = -11 \quad , \quad n = 6 \quad , \quad d = -3 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_6 = a + (6-1)(-3) \quad \Rightarrow \quad -11 = a + (5)(-3)$

$-11 = a - 15 \quad \Rightarrow \quad a = -11 + 15 = 4$

$u_7 = 4 + (7-1)(-3) = 4 + (6)(-3) = 4 - 18 = -14$

$u_8 = 4 + (8-1)(-3) = 4 + (7)(-3) = 4 - 21 = -17$

$u_9 = 4 + (9-1)(-3) = 4 + (8)(-3) = 4 - 24 = -20$

المتتابعة : $\{\dots\dots\dots, -14, -17, -20, \dots\dots\dots\}$

---

13 اكتب الحد الثالث والعشرين من المتتابعة الحسابية $\{3, -1, -5, -9, \dots\dots\dots\}$

الحل :

$u_{23} = ? \quad , \quad n = 23 \quad , \quad a = 3 \quad , \quad d = -1 - 3 = -4$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_{23} = 3 + (23-1)(-4) = 3 + (22)(-4) = 3 - 88 = -85 \quad \Rightarrow \quad u_{23} = -85$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

14 $\{u_n\} = 4n$

الحل :

$u_1 = 4(1) = 4 \quad , \quad u_2 = 4(2) = 8 \quad , \quad u_3 = 4(3) = 12$

$u_4 = 4(4) = 16 \quad , \quad u_5 = 4(5) = 20$

المتتابعة : $\{4, 8, 12, 16, 20, \dots\dots\dots\}$

15 $\{u_n\} = \frac{1}{3}n$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$, $u_3 = \frac{1}{3} \times 3 = \frac{3}{3} = 1$

$u_4 = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$, $u_5 = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$

المتتابعة : $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \dots\dots\dots\dots\right\}$

---

16 $\{u_n\} = 2n - 5$

الحل :

$u_1 = 2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$, $u_2 = 2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$

$u_3 = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$, $u_4 = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$

$u_5 = 2(5) - 5 = 10 - 5 = 5$

المتتابعة : $\{-3, -1, 1, 3, 5, \dots\dots\dots\}$

---

17 $\{u_n\} = \frac{1}{n+1}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$, $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$

$u_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$, $u_5 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$

المتتابعة : $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots\dots\dots\right\}$

---

18 $\{u_n\} = (-2)^n$

الحل :

$u_1 = (-2)^1 = -2$, $u_2 = (-2)^2 = 4$, $u_3 = (-2)^3 = -8$

$u_4 = (-2)^4 = 16 \quad , \quad u_5 = (-2)^5 = -32$

المتتابعة : $\{-2, 4, -8, 16, -32, \dots\dots\dots\}$

---

19 $\{u_n\} = 9$

الحل :

$u_1 = 9 \quad , \quad u_2 = 9 \quad , \quad u_3 = 9 \quad , \quad u_4 = 9 \quad , \quad u_5 = 9$

المتتابعة : $\{9, 9, 9, 9, 9, \dots\dots\dots\dots\}$

تدرب وحل التمرينات

اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى :

20 $u_n = 10 - 4n$

الحل :

$u_1 = 10 - 4(1) = 10 - 4 = 6 \quad , \quad u_2 = 10 - 4(2) = 10 - 8 = 2$

$u_3 = 10 - 4(3) = 10 - 12 = -2 \quad , \quad u_4 = 10 - 4(4) = 10 - 16 = -6$

الأزواج المرتبة : $\{(1,6), (2,2), (3,-2), (4,-6), \dots\dots\dots\}$

---

21 $u_n = n^2 - 1$

الحل :

$u_1 = (1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0 \quad , \quad u_2 = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$u_3 = (3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8 \quad , \quad u_4 = (4)^2 - 1 = 16 - 1 = 15$

الأزواج المرتبة : $\{(1,0), (2,3), (3,8), (4,15), \dots\dots\dots\}$

---

22 $u_n = (-1)^{2n}$

الحل :

$u_1 = (-1)^{1\times1} = (-1)^1 = -1 \quad , \quad u_2 = (-1)^{1\times2} = (-1)^2 = 1$

$u_3 = (-1)^{1\times3} = (-1)^3 = -1 \quad , \quad u_4 = (-1)^{1\times4} = (-1)^4 = 1$

الأزواج المرتبة : $\{(1,-1), (2,1), (3,-1), (4,1), \dots\dots\dots\}$

23 $u_n = \frac{1}{3n+1}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{3(1)+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$, $u_2 = \frac{1}{3(2)+1} = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$

$u_3 = \frac{1}{3(3)+1} = \frac{1}{9+1} = \frac{1}{10}$, $u_4 = \frac{1}{3(4)+1} = \frac{1}{12+1} = \frac{1}{13}$

الأزواج المرتبة : $\left\{\left(1,\frac{1}{4}\right),\left(2,\frac{1}{7}\right),\left(3,\frac{1}{10}\right),\left(4,\frac{1}{13}\right),\dots\dots\dots\right\}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

24 متتابعة حسابية حدها السابع فيها $\left(\frac{1}{24}\right)$ وأساسها $\left(\frac{1}{3}\right)$

الحل :

$u_7 = \frac{1}{24}$, $n = 7$, $d = \frac{1}{3}$, $a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_7 = a + (7-1)\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{24} = a + 6 \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{24} = a + 2$

$a = \frac{1}{24} - 2 = \frac{1-48}{24} = \frac{-47}{24}$

المتتابعة : $\left\{\frac{-47}{24},\frac{-39}{24},\frac{-31}{24},\frac{-23}{24},\frac{-15}{24},\dots\dots\dots\right\}$

---

24 متتابعة حسابية حدها السابع (4) وأساسها (-3)

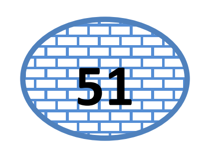
الحل :

$u_6 = 4$, $n = 6$, $d = -3$, $a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_6 = a + (6-1)(-3) \Rightarrow 4 = a + (5)(-3)$

$4 = a - 15 \Rightarrow a = 4 + 15 = 19 \Rightarrow$ المتتابعة : $\{19,16,13,10,7,\dots\dots\dots\}$



اكتب الحدود للمتتابعات الأتية :

25 جد الحدود بين u_{10} و u_{13} لمتتابعة حسابية حدها السابع $\left(\frac{13}{2}\right)$ و $d = 1$

الحل :

$$u_7 = \frac{13}{2} \quad , \quad n = 7 \quad , \quad d = 1 \quad , \quad a = 1$$

$$u_n = a + (n-1)d$$

$$u_7 = a + (7-1)(1) \quad \Rightarrow \quad \frac{13}{2} = a + 6$$

$$a = \frac{13}{2} - 6 = \frac{13+12}{2} = \frac{25}{2}$$

$$u_{11} = \frac{25}{2} + (11-1)(1) = \frac{25}{2} + 10 = \frac{25+20}{2} = \frac{45}{2}$$

$$u_{13} = \frac{25}{2} + (13-1)(1) = \frac{25}{2} + 12 = \frac{25+24}{2} = \frac{49}{2}$$

المتتابعة : $\left\{\dots\dots\dots, \frac{45}{2}, \frac{49}{2}, \dots\dots\dots\right\}$

---

26 جد الحدود بين u_{20} و u_{23} لمتتابعة حسابية حدها الثاني (0) و $d = -1$

الحل :

$$u_2 = 0 \quad , \quad n = 2 \quad , \quad d = -1 \quad , \quad a = ?$$

$$u_n = a + (n-1)d$$

$$u_2 = a + (2-1)(-1) \quad \Rightarrow \quad 0 = a + (1)(-1)$$

$$0 = a - 1 \quad \Rightarrow \quad a = 1$$

$$u_{21} = 1 + (21-1)(-1) = 1 + (20)(-1) = 1 - 20 = -19$$

$$u_{22} = 1 + (22-1)(-1) = 1 + (21)(-1) = 1 - 21 = -20$$

المتتابعة : $\{\dots\dots\dots, -19, -20, \dots\dots\dots\}$

حدد نوع المتتابعة (متزايدة , متناقصة , ثابتة) لكل مما يأتي :

27 $\{u_n\} = \{3 - 2n\}$

الحل :

$u_1 = 3 - 2(1) = 3 - 2 = 1$, $u_2 = 3 - 2(2) = 3 - 4 = -1$

$d = u_2 - u_1 = -1 - 1 = -2$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

28 $\{u_n\} = \{n^3 - 1\}$

الحل :

$u_1 = (1)^3 - 1 = 1 - 1 = 0$, $u_2 = (2)^3 - 1 = 8 - 1 = 7$

$d = u_2 - u_1 = 7 - 0 = 7$

المتتابعة متزايدة لأن : $d < 0$

29 $\{u_n\} = \{(-1)^{4n}\}$

الحل :

$u_1 = (-1)^{4\times 1} = (-1)^4 = 1$, $u_2 = (-1)^{4\times 2} = (-1)^8 = 1$

$d = u_2 - u_1 = 1 - 1 = 0$

المتتابعة ثابتة لأن : $d = 0$

30 $\{u_n\} = \left\{\frac{1}{n+1}\right\}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$

$d = u_2 - u_1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = \frac{-1}{2}$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية :

31 $\{u_n\} = \frac{3n}{2}$

الحل :

$u_1 = \frac{3(1)}{2} = \frac{3}{2}$, $u_2 = \frac{3(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$, $u_3 = \frac{3(3)}{2} = \frac{9}{2}$

$u_4 = \frac{3(4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$, $u_5 = \frac{3(5)}{2} = \frac{15}{2}$

المتتابعة : $\left\{\frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, 6, \frac{15}{2}, \dots\dots\dots\dots\right\}$

---

32 $\{u_n\} = (-1)^n n$

الحل :

$u_1 = (-1)^1 \times 1 = -1 \times 1 = -1$, $u_2 = (-1)^2 \times 2 = 1 \times 2 = 2$

$u_3 = (-1)^3 \times 3 = -1 \times 3 = -3$, $u_4 = (-1)^4 \times 4 = 1 \times 4 = 4$

$u_5 = (-1)^5 \times 5 = -1 \times 5 = -5$

المتتابعة : $\{-1, 2, -3, 4, -5, \dots\dots\dots\dots\}$

---

33 $\{u_n\} = \sqrt{3}$

الحل :

$u_1 = \sqrt{3}$, $u_2 = \sqrt{3}$, $u_3 = \sqrt{3}$, $u_4 = \sqrt{3}$, $u_5 = \sqrt{3}$

المتتابعة : $\{\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \dots\dots\dots\dots\}$

---

34 $\{u_n\} = \frac{n}{n+1}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$, $u_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

$u_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$, $u_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$

المتتابعة : $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots\dots\dots\dots\right\}$

تدرب وحل مسائل حياتية

36 **رياضة الجري : في احدى مسابقات الجري 2000 m سجلت أوقات الفائز الأول وفقا للجدول الآتي :**

المسافة بالمتر	400	800	1200	1600	2000
الوقت بالدقيقة والثانية	1.12	2.32	3.52	4.72	5.92

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول . هل يمثل الجدول نمطا ؟ هل يمثل متتابعة ؟ علل اجابتك .

الحل :

الأزواج المرتبة $\{(400,1.12), (800,2.32), (1200,3.52), (1600,4.72), (2000,5.92)\}$

نعم يمثل نمطا لأن كل مسافة ناتجة من مقدار ثابت .

العلاقة تمثل متتابعة حسابية حدها الأول 1.12 وأساسها $d = 2.32 - 1.12 = 1.20$

المتتابعة هي : $\{1.12, 2.32, 3.52, 4.72, 5.92\}$

37 **رياضة القفز بالزانة : يبين الجدول التالي محاولات أحد أبطال العالم في رياضة القفز بالزانة.**

المحاولة	1	2	3	4	5
الأرتفاع بالمتر	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10

اكتب حدود المتتابعة وأساسها .

الحل :

المتتابعة هي : $\{5.90, 5.95, 6.00, 6.05, 6.10\}$

أساس المتتابعة : $d = 5.90 - 5.95 = -0.5$

38 **زراعة :** اشترى حسان مزرعة الأبقار فيها 20 بقرة وبدأت تزداد كل سنة نتيجة الولادات بمعدل ثابت حتى أصبح عدده الضعف بعد مضي ست سنوات مثل المسألة بجدول واكتب حدود المتتابعة .

الحل :

$a = 20 \quad , \quad u_6 = 2a = 2(20) = 40 \quad , \quad n = 6 \quad , \quad d = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_6 = 20 + (6-1)d \quad \Rightarrow \quad 40 = 20 + 5d$

$5d = 40 - 20 \quad \Rightarrow \quad 5d = 20 \quad , \quad d = \frac{20}{5} = 4$

$u_1 = 20$

$u_2 = u_1 + d = 20 + 4 = 24 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = 24 + 4 = 28$

$u_4 = u_3 + d = 28 + 4 = 32 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = 32 + 4 = 36$

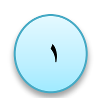
$u_6 = u_5 + d = 36 + 4 = 40$

6	5	4	3	2	1	السنة
40	36	32	28	24	20	عدد الأبقار

المتتابعة هي $\{20,24,28,32,36,40\}$



39 **تحدٍ :** جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعات الحسابية كما يأتي :



$\{2x , x+1 , 3x+11 , \ldots\ldots\ldots\}$

الحل :

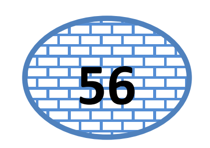
$d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$

$(x+1) - (2x) = (3x+11) - (x+1)$

$x + 1 - 2x = 3x + 11 - x - 1$

$-x + 1 = 2x + 10$

$2x + x = 1 - 10 \quad \Rightarrow \quad 3x = -9 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-9}{3} = -3$



2 $\{3x-2\ ,5x-4\ ,4x+3, \dots\dots\dots..\}$

الحل :

$d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$

$(5x-4)-(3x-2) = (4x+3)-(5x-4)$

$5x-4-3x+2 = 4x+3-5x+4$

$2x-2 = -x+7 \quad \Longrightarrow \quad 2x+x = 7+2$

$3x = 9 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{9}{3} = 3$

40 أصحح الخطأ : قالت رابحة أن المتتابعة التي حدها العام $u_n = 8-2n$ متتابعة متزايدة لأن $d > 0$ اكتشف خطأ رابحة وصححه .

الحل :

$u_1 = 8-2(1) = 8-2 = 6$

$u_2 = 8-2(2) = 8-4 = 4$

$d = u_2 - u_1 = 4-6 = -2$

المتتابعة متناقصة لأن $d < 0$

41 حس عددي : ما هو الحد الحادي عشر لمتتابعة حدها الثالث 4 وأساسها $-\frac{1}{2}$ ؟

الحل :

$u_{11} = ? \quad n = 11 \quad , \quad u_3 = 4 \quad , \quad n = 3 \quad , \quad d = -\frac{1}{2} \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_3 = a + (3-1)\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \Longrightarrow \quad 4 = a + (2)\left(-\frac{1}{2}\right)$

$4 = a - 1 \quad \Longrightarrow \quad a = 4+1 = 5$

$$u_{11} = 5 + (11-1)\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 + (10)\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 - 5 = 0$$

اكتب الحد الذي ترتيبه 200 في المتتابعة الحسابية التي حدها الخامس (-4) وأساسها 12

الحل :

$u_{200} = ?$, $n = 200$, $u_5 = -4$, $n = 5$, $d = 12$, $a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_5 = a + (5-1)(12) \quad \Longrightarrow \quad -4 = a + (4)(12)$

$-4 = a + 48 \quad \Longrightarrow \quad a = -4 - 48 = -52$

$u_{200} = -52 + (200-1)(12) = -52 + (199)(12) = -52 + 2388 = 2336$

مراجعة الفصل // المتتابعات

29صفحة

مثال اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة $\{u_n\}$

1 $\{u_n\} = \frac{1}{n}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1} = 1$, $u_2 = \frac{1}{2}$, $u_3 = \frac{1}{3}$

$u_4 = \frac{1}{4}$, $u_5 = \frac{1}{5}$

المتتابعة $\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots\ldots\ldots\right\}$

تدريب اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الأتية :

1 $\{u_n\} = 3n - 2$

الحل :

$u_1 = 3(1) - 2 = 1$, $u_2 = 3(2) - 2 = 4$

$u_3 = 3(3) - 2 = 7$, $u_4 = 3(4) - 2 = 10$

$u_5 = 3(5) - 2 = 13$

المتتابعة $\{1, 4, 7, 10, 13, \ldots\ldots\}$

2 $\{u_n\} = \frac{2n-1}{n}$

الحل :

$u_1 = \frac{2(1)-1}{1} = 1$, $u_2 = \frac{2(2)-1}{2} = \frac{3}{2}$

$u_3 = \frac{2(3)-1}{3} = \frac{5}{3}$, $u_4 = \frac{2(4)-1}{4} = \frac{7}{4}$

$u_5 = \frac{2(5)-1}{5} = \frac{9}{5}$

المتتابعة $\left\{1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5}, \ldots.\right\}$

2 $\{u_n\} = (-2)^n$

الحل :

$u_1 = (-2)^1 = -2$, $u_2 = (-2)^2 = 4$

$u_3 = (-2)^3 = -8$, $u_4 = (-2)^4 = 16$

$u_5 = (-2)^5 = -32$

المتتابعة $\{-2, 4, -8, 16, -32, \ldots \ldots\}$

مثال اكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية حدها السابع 6 وأساسها 3

الحل :

$u_7 = 6$, $n = 7, d = 3, a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_7 = a + (7-1)(3) \Rightarrow 6 = a + (6)(3)$

$6 = a + 18 \Rightarrow a = 6 - 18 = -12$

المتتابعة $\{-12, -9, -6, -3, 0, \ldots \ldots \ldots.\}$

تدريب اكتب الحد العشرين من المتتابعة ا الحسابية

$\{12, 6, 0, -6, -12\}$

الحل :

$u_{20} = ?$, $n = 20$, $a = 12$

$d = 6 - 12 = -6$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_{20} = 12 + (20-1)(-6)$

$= 12 + (19)(-6) = 12 - 114$

$= -102$

اكتب الحدود للمتتابعات الأتية :

9 جد الحدود بين u_3 و u_8 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{-3}{2}$ و $d = 2$

الحل :

$$u_2 = \frac{-3}{2} \quad , \quad n = 2 \quad , \quad d = 2 \quad a = ?$$

$$u_n = a + (n-1)d$$

$$u_2 = a + (2-1)(2) \implies \frac{-3}{2} = a + 2 \implies a = \frac{-3}{2} - 2 = \frac{-3-4}{2} = \frac{-7}{2}$$

$$u_4 = \frac{-7}{2} + (4-1)(2) = \frac{-7}{2} + 6 = \frac{-7+12}{2} = \frac{5}{2}$$

$$u_5 = \frac{-7}{2} + (5-1)(2) = \frac{-7}{2} + 8 = \frac{-7+16}{2} = \frac{9}{2}$$

$$u_6 = \frac{-7}{2} + (6-1)(2) = \frac{-7}{2} + 10 = \frac{-7+20}{2} = \frac{13}{2}$$

المتتابعة $\left\{\ldots\ldots\ldots, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{13}{2}, \ldots\ldots\ldots\right\}$

---

10 جد الحدود بين u_4 و u_9 لمتتابعة حسابية حدها الثالث 6 و $d = -\frac{5}{2}$

الحل :

$$u_3 = 6 \quad , \quad n = 3 \quad , \quad d = -\frac{5}{2} \quad , \quad a = ?$$

$$u_n = a + (n-1)d$$

$$u_3 = a + (3-1)\left(-\frac{5}{2}\right) \implies 6 = a + (2)\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$6 = a - 5 \implies a = 6 + 5 = 11$$

$$u_5 = 11 + (5-1)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 + (4)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 - 10 = 1$$

$$u_6 = 11 + (6-1)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 + (5)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 - \frac{25}{2} = \frac{22-25}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$u_7 = 11 + (7-1)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 + (6)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 - 15 = -4$$

$$u_8 = 11 + (8-1)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 + (7)\left(-\frac{5}{2}\right) = 11 - \frac{35}{2} = \frac{22-35}{2} = -\frac{13}{2}$$

المتتابعة $\left\{\dots\dots\dots\dots, 1, -\frac{3}{2}, -4, -\frac{13}{2}, \dots\dots\dots\right\}$

حدد نوع المتتابعة (متزايدة , متناقصة , ثابتة) لكل مما يأتي :

11 $u_n = 9 - 3n$

الحل :

$u_1 = 9 - 3(1) = 9 - 3 = 6$, $u_2 = 9 - 3(2) = 9 - 6 = 3$

$d = u_2 - u_1 = 3 - 6 = -3$

المتتابعة متناقصة لأن $d < 0$

12 $u_n = n^2 - 2$

الحل :

$u_1 = (1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$, $u_2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

$d = u_2 - u_1 = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$

المتتابعة متزايدة لأن $d > 0$

---

13 $u_n = (-3)^{2n}$

الحل :

$u_1 = (-3)^{2\times1} = (-3)^2 = 9$, $u_2 = (-3)^{2\times2} = (-3)^4 = 81$

$d = u_2 - u_1 = 81 - 9 = 72$

المتتابعة متزايدة لأن $d > 0$

14 $u_n = \frac{1}{3n+1}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{3(1)+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$, $u_2 = \frac{1}{3(2)+1} = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$

$d = u_2 - u_1 = \frac{1}{7} - \frac{1}{4} = \frac{4-7}{28} = -\frac{3}{28}$

المتتابعة متناقصة لأن $d < 0$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية :

15 $\{u_n\} = \frac{n}{n+2}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{2}{2+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $u_3 = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$

$u_4 = \frac{4}{4+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $u_5 = \frac{5}{5+2} = \frac{5}{7}$

المتتابعة $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots \dots \dots \dots \dots\right\}$

16 $\{u_n\} = (-1)^{3n}\, n$

الحل :

$u_1 = (-1)^{3\times1} \times 1 = (-1)^3 \times 1 = -1 \times 1 = -1$

$u_2 = (-1)^{3\times2} \times 1 = (-1)^6 \times 1 = 1 \times 1 = 1$

$u_3 = (-1)^{3\times3} \times 1 = (-1)^9 \times 1 = -1 \times 1 = -1$

$u_4 = (-1)^{3\times4} \times 1 = (-1)^{12} \times 1 = 1 \times 1 = 1$

$u_5 = (-1)^{3\times5} \times 1 = (-1)^{15} \times 1 = -1 \times 1 = -1$

المتتابعة $\{-1, 1, -1, 1, -1, \dots \dots \dots \dots \dots\}$

17 $\{u_n\} = 4\sqrt{2}$

الحل :

$u_1 = 4\sqrt{2}$, $u_2 = 4\sqrt{2}$, $u_3 = 4\sqrt{2}$, $u_4 = 4\sqrt{2}$, $u_5 = 4\sqrt{2}$

المتتابعة $\{4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, , \dots\dots\dots\dots\dots\}$

---

18 $\{u_n\} = \dfrac{n}{n+5}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1+5} = \frac{1}{6}$, $u_2 = \frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}$, $u_3 = \frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$

$u_4 = \frac{4}{4+5} = \frac{4}{9}$, $u_5 = \frac{5}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

المتتابعة $\left\{\frac{1}{6}, \frac{2}{7}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2}, \dots\dots\dots\dots\dots\right\}$

صفحة 99

الاختيار من متعدد// المتتابعات

أختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

1 $\{u_n\} = 5n - 2$

a) $\{2, 6, 12, 16, 20, \dots\dots\}$

b) $\{3, 8, 13, 18, 23, \dots\dots\dots\dots\}$

c) $\{4, 8, 12, 18, 22, \dots\dots\}$

d) $\{5, 10, 16, 20, 24, \dots\dots\dots\}$

الحل :

$u_1 = 5(1) - 2 = 5 - 2 = 3$, $u_2 = 5(2) - 2 = 10 - 2 = 8$

$u_3 = 5(3) - 2 = 15 - 2 = 13$, $u_4 = 5(4) - 2 = 20 - 2 = 18$

$u_5 = 5(5) - 2 = 25 - 2 = 23$

المتتابعة هي : $\{3,8,13,18,23, \dots\dots\}$

2 $\{u_n\} = \frac{n}{2} + 1$

a) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \dots\dots\right\}$

b) $\left\{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \dots\dots\dots\dots\right\}$

c) $\left\{\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots\dots\right\}$

d) $\left\{2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \dots\dots\dots\right\}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$, $u_2 = \frac{2}{2} + 1 = 1 + 1 = 2$, $u_3 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$

$u_4 = \frac{4}{2} + 1 = 2 + 1 = 3$, $u_5 = \frac{5}{2} + 1 = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2}$

المتتابعة هي : $\left\{\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots\dots\right\}$

3 $\{u_n\} = \frac{-1}{2+n}$

a) $\left\{\frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}, \dots\dots\right\}$

b) $\left\{\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{7}, \dots\dots\dots\dots\right\}$

c) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots\dots\right\}$

d) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots\dots\dots\right\}$

الحل :

$u_1 = \frac{-1}{2+1} = \frac{-1}{3}$, $u_2 = \frac{-1}{2+2} = \frac{-1}{4}$, $u_3 = \frac{-1}{2+3} = \frac{-1}{5}$

$u_4 = \frac{-1}{2+4} = \frac{-1}{6}$, $u_5 = \frac{-1}{2+5} = \frac{-1}{7}$

المتتابعة هي : $\left\{\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{7}, \dots\dots\dots\right\}$

4 $\{u_n\} = (-1)^{2n}$

a) $\{1, 1, 1, 1, 1, \dots\dots\}$ b) $\{1, -1, 1, -1, 1, \dots\dots\dots\dots\}$

c) $\{-1, 1, -1, 1, -1, \dots\dots\}$ d) $\{-1, -1, -1, -1, -1, \dots\dots\dots\}$

الحل :

$u_1 = (-1)^{2\times1} = (-1)^2 = 1 \quad , \quad u_2 = (-1)^{2\times2} = (-1)^4 = 1$

$u_3 = (-1)^{2\times3} = (-1)^6 = 1 \quad , \quad u_4 = (-1)^{2\times4} = (-1)^5 = 1$

$u_5 = (-1)^{2\times5} = (-1)^{10} = 1$

المتتابعة هي : $\{1, 1, 1, 1, 1, \dots\dots\dots\}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الأتية :

5 متتابعة حسابية الحد الثاني فيها 3 وأساسها 3

a) $\{0, 3, 6, 9, 12, \dots\dots\}$ b) $\{2, 5, 8, 11, 14, \dots\dots\}$ c) $\{3, 6, 9, 12, 15, \dots\dots\}$ d) $\{1, 4, 7, 10, 13, \dots\dots\}$

الحل :

$u_2 = 3 \quad , \quad n = 2 \quad , \quad d = 3 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_2 = a + (2-1)(3) \quad \Longrightarrow \quad 3 = a + (1)(3)$

$3 = a + 3 \quad \Longrightarrow \quad a = 3 - 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = u_1 = 0$

$u_2 = u_1 + d = 0 + 3 = 3 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = 3 + 3 = 6$

$u_4 = u_3 + d = 6 + 3 = 9 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = 9 + 3 = 12$

المتتابعة هي : $\{0, 3, 6, 9, 12, \dots\dots\}$

6 متتابعة حسابية الحد الثالث فيها(-8) وأساسها 2

a) $\{-14, -12, -10, -8, -6, \ldots\}$ b) $\{-12, -10, -8, -6, -4, \ldots\}$

c) $\{-10, -8, -6, -4, -2, \ldots\}$ d) $\{-8, -6, -4, -2, 0, \ldots\}$

الحل :

$u_3 = -8 \quad , \quad n = 3 \quad , \quad d = 2 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_3 = a + (3-1)(2) \quad \Rightarrow \quad -8 = a + (2)(2)$

$-8 = a + 4 \quad \Rightarrow \quad a = -8 - 4 = -12 \quad \Rightarrow \quad a = u_1 = -12$

$u_2 = u_1 + d = -12 + 2 = -10 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = -10 + 2 = -8$

$u_4 = u_3 + d = -8 + 2 = -6 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = -6 + 2 = -4$

المتتابعة هي : $\{-12 , -10 , -8 , -6 , -4\}$

7 متتابعة حسابية حدها السادس $\frac{7}{2}$ وأساسها 1

a) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \ldots\right\}$ b) $\left\{\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \ldots\right\}$

c) $\left\{\frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots\right\}$ d) $\left\{\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots\right\}$

الحل :

$u_6 = \frac{7}{2} \quad , \quad n = 6 \quad , \quad d = 1 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_6 = a + (6-1)(1) \quad \Rightarrow \quad \frac{7}{2} = a + (5)(1)$

$\frac{7}{2} = a + 5 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{7}{2} - 5 = \frac{7-10}{2} = \frac{-3}{2} \quad \Rightarrow \quad a = u_1 = \frac{-3}{2}$

$u_2 = u_1 + d = \frac{-3}{2} + 1 = \frac{-3+2}{2} = \frac{-1}{2}$, $u_3 = u_2 + d = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$

$u_4 = u_3 + d = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$, $u_5 = u_4 + d = \frac{3}{2} + 1 = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$

المتتابعة هي : $\left\{\frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots\dots\right\}$

---

8 جد الحد التاسع والحد الخامس عشر للمتتابعة الحسابية التي حدها الثاني 2 وأساسها 2

a) $u_9 = 12, u_{15} = 20$ b) $u_9 = 14, u_{15} = 24$ c) $u_9 = 16, u_{15} = 28$ d) $u_9 = 18, u_{15} = 32$

الحل :

$u_2 = 2$, $n = 2$, $d = 2$, $a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_2 = a + (2-1)(2) \implies 2 = a + (1)(2) \implies 2 = a + 2 \implies a = 2 - 2 = 0$

$u_9 = 0 + (9-1)(2) = (8)(2) = 16$, $u_{15} = 0 + (15-1)(2) = (14)(2) = 28$

---

9 جد الحدود بين u_2 و u_6 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{9}{5}$ وحدها السادس $\frac{49}{5}$

a) $\left\{\frac{9}{2}, \frac{19}{2}, \frac{19}{2}, \dots\dots\right\}$ b) $\left\{\frac{19}{2}, \frac{29}{2}, \frac{39}{2}, \dots\dots\right\}$ c) $\left\{\frac{9}{5}, \frac{19}{5}, \frac{29}{5}, \dots\dots\right\}$ d) $\left\{\frac{19}{5}, \frac{29}{5}, \frac{39}{5}, \dots\dots\right\}$

الحل :

$u_n = a + (n-1)d$

$u_2 = \frac{9}{5}$, $n = 2$, $a = ?$, $d = ?$

$u_2 = a + (2-1)d \implies a + d = \frac{9}{5}$ ——————(1)

$u_6 = \frac{49}{5}$, $n = 6$, $a = ?$, $d = ?$

$u_6 = a + (6-1)d \quad \Longrightarrow \quad \cancel{a} + 5d = \frac{49}{5} \quad ------(2)$

بالطرح $\mp \cancel{a} \mp d = \mp\frac{9}{5} \quad ------(1)$

$4d = \frac{49}{5} - \frac{9}{5} \quad \Longrightarrow \quad 4d = \frac{40}{5} \quad \Longrightarrow \quad d = \frac{40}{20} = 2$

نعوض قيمة $d = 2$ في معادلة (1)

$a + 2 = \frac{9}{5} \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{9}{5} - 2 = \frac{9-10}{5} = \frac{-1}{5}$

$u_3 = \frac{-1}{5} + (3-1)(2) = \frac{-1}{5} + 4 = \frac{-1+20}{5} = \frac{19}{5}$

$u_4 = \frac{-1}{5} + (4-1)(2) = \frac{-1}{5} + 6 = \frac{-1+30}{5} = \frac{29}{5}$

$u_5 = \frac{-1}{5} + (5-1)(2) = \frac{-1}{5} + 8 = \frac{-1+40}{5} = \frac{39}{5}$

$\left\{\frac{19}{5}, \frac{29}{5}, \frac{39}{5}, \dots\dots\dots\dots\right\}$

المتباينات المركبة

فكرة الدرس

حل المتباينات التي تحتوي أدوات الربط (و) , (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد

المفردات

- المتباينة المركبة
- التقاطع
- الاتحاد
- مجموعة الحل

المتباينات المركبة التي تتضمن (و)

المتباينة المركبة التي تحتوي (و) مؤلفة من متباينتين فأنها تكون صحيحة فقط اذا كانت المتباينتان صحيحتين وعليه فأن مجموعة الحل عبارة عن مجموعة تقاطع حل المتباينتين ويمكن ايجاده بطريقتين :

الطريقة الأولى : بيانيا بتمثيل حل المتباينتين على مستقيم الأعداد ثم تحديد منطقة التقاطع .

الطريقة الثانية : جبريا وذلك بإيجاد مجموعة الحل لكل متباينة ثم أخذ مجموعة التقاطع لهما $(S = S_1 \cap S_2)$

ملاحظة : تحتوي المتباينة على الرمز $\neq , < , > , \leq , \geq$

طريقة حل المتباينة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و)

1) التخلص من الكسور والأقواس أن وجدت .

2) وضع المتغير في الوسط .

3) اذا كان هناك عدد مع المتغير تفصل بينهما عملية الجمع أو الطرح فنقوم بنقل العدد الى طرفي المتباينة مع تغير الأشارة .

4) اذا كان المتغير يحتوي على معامل فنقوم بقسمة اطراف المتباينة على معامل المتغير .

5) نجد مجموعة حل المتباينة المركبة وذلك بطريقتين :

الأولى : بيانيا تتم تجزئة المتباينة الى جزئين ونحل كل جزء على حدة ونستخرج مجموعة الحل ومجموعة حل الجزء الاخر .

6) نجد تقاطع مجموعة الحلين على خط الأعداد حيث أن التقاطع يمثل مجموعة حل المتباينة المركبة .

7) طريقة الثانية جبريا هو أن الجزء الأول من المتباينة يرمز له S_1 والجزء الثاني يرمز له S_2 ومنها نجد $S = S_1 \cap S_2$

ملاحظة : عند ضرب أو قسمة اطراف المتباينة المركبة على عدد سالب فأن الترتيب يتغير (تقلب رموز المتباينة)

ملاحظة : اذا كانت المتباينة المركبة تحتوي على رمز $\leq$ أو $\geq$ فأن التمثيل على خط الأعداد يكون بفجوة ممتلئة بالصورة (●) أي أن العدد داخل ضمن الفترة . أما اذا كانت المتباينة المركبة تحتوي على الرمز $>$ أو $<$ فأن التمثيل على خط الأعداد يكون بفجوة فارغة بالصورة (○) أي أن العدد غير داخل ضمن الفترة .

مثال حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) $-3 \leq 3x + 2 < 9$ جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد .

الحل :

$$-3 \leq 3x + 2 < 9$$

$$-3 - 2 \leq 3x < 9 - 2$$

$$-5 \leq 3x < 7$$

$$\frac{-5}{3} \leq \frac{3x}{3} < \frac{7}{3}$$

$$\frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{x : \frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3}\right\}$$

−2 $\frac{-5}{3}$ −1 0 1 2 $\frac{7}{3}$ 3

مثال حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

$2x - 2 \geq -6$ و $2x - 2 < 0$

الحل : نكتب المتباينة المركبة بالصورة :

$$-6 \leq 2x - 2 < 0$$

$$-6 + 2 \leq 2x < 0 + 2$$

$$-4 \leq 2x < 2$$

$$\frac{-4}{2} \leq \frac{2x}{2} < \frac{2}{2}$$

$$-2 \leq x \leq 1 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : \ -2 \leq x < 1\}$$

−3 −2 −1 0 1 2 3

المتباينات المركبة التي تتضمن (أو)

طريقة حل المتباينة هي نفس طريقة حل المتباينة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) لكن بدل ان نأخذ مجموعة تقاطع الجزئين نأخذ مجموعة اتحاد الجزئين $S = S_1 \cup S_2$

مثال حل المتباينة المركبة $x + 3 > 2$ أو $x + 3 \le -2$ بيانيا وجبريا .

الحل : الطريقة الأولى : بيانيا

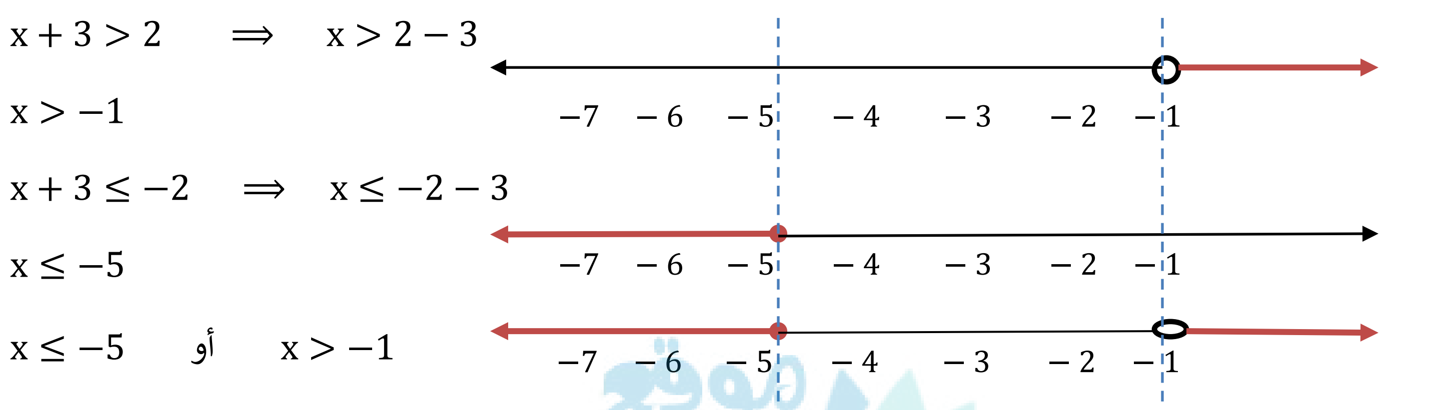
$x + 3 > 2 \quad \Rightarrow \quad x > 2 - 3$

$x > -1$

$x + 3 \le -2 \quad \Rightarrow \quad x \le -2 - 3$

$x \le -5$

$x \le -5$ أو $x > -1$



الطريقة الثانية : جبريا

$x + 3 \le -2$ أو $x + 3 > 2$

$x \le -2 - 3$ أو $x > 2 - 3$

$x \le -5$ أو $x > -1 \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > -1\} \cup \{x : x \le -5\}$

مثال حل المتباينة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

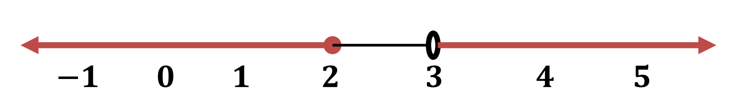
$$y - 3 \le -1 \text{ أو } y + 3 > 6$$

الحل :

$y \le -1 + 3$ أو $y > 6 - 3$

$y \le 2$ أو $y > 3$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \le 2\} \cup \{y : y > 3\}$



مثال حل المتباينة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

$$\frac{2v+1}{3} < \frac{1}{3} \quad \text{أو} \quad \frac{2v+1}{3} > \frac{5}{3}$$

الحل : نتخلص من الكسور

$$\left[\frac{2v+1}{3} < \frac{1}{3}\right] \times 3 \quad \text{أو} \quad \left[\frac{2v+1}{3} > \frac{5}{3}\right] \times 3$$

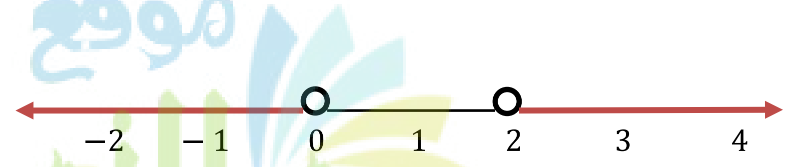
$$\frac{2v+1}{3} \times 3 < \frac{1}{3} \times 3 \quad \text{أو} \quad \frac{2v+1}{3} \times 3 > \frac{5}{3} \times 3$$

$$2v+1 < 1 \quad \text{أو} \quad 2v+1 > 5$$

$$2v < 1-1 \quad \text{أو} \quad 2v > 5-1$$

$$2v < 0 \quad \text{أو} \quad 2v > 4$$

$$\frac{2v}{2} < \frac{0}{2} \quad \text{أو} \quad \frac{2v}{2} > \frac{4}{2}$$



$$v < 0 \quad \text{أو} \quad v > 2$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{v : v > 2\} \cup \{v : v < 0\}$$



مثال حل المتباينة المركبة جبريا ومثلها على مستقيم الأعداد :

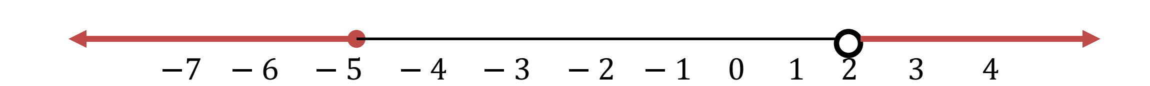
$$\mathbf{x+1 \le -4} \quad \text{أو} \quad \mathbf{x+1 > 3}$$

الحل :

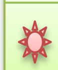
$$x \le -4-1 \quad \text{أو} \quad x > 3-1$$

$$x \le -5 \quad \text{أو} \quad x > 2$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > 2\} \cup \{x : x \le -5\}$$



المتباينة المثلثية



المتباينة المثلثية : في كل مثلث مجموع طول ضلعين من أضلاعه يكون أكبر من طول الضلع الثالث . اذا كانت اطوال اضلاع المثلث (A , B , C) فيجب أن تكون المتباينات الثلاث صحيحة :

$$A + B > C \quad , \quad A + C > B \quad , \quad B + C > A$$

مثال هل يمكن للقطع المستقيمة التي طولها 13cm , 10cm , 2cm أن تشكل مثلثا ؟

الحل :

شرط المثلث مجموع كل ضلعين يجب ان يكون اكبر من الضلع الثالث .

$2 + 10 \ngtr 13 \Rightarrow 12 \ngtr 13$ خطأ لأن 12 أصغر من 13

$2 + 13 > 10 \Rightarrow 15 > 10$ صحيحة

$10 + 13 > 2 \Rightarrow 23 > 2$ صحيحة

لا يمكن أن يشكل مثلثا .

مثال اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 8cm , 10cm

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث 10 , 8 , x

$10 + 8 > x \Rightarrow 18 > x$ الضلع الثالث أصغر من 18

$10 + x > 8 \Rightarrow x > 8 - 10 \Rightarrow x > -2$ يهمل

$8 + x > 10 \Rightarrow x > 10 - 8 \Rightarrow x > 2$ الضلع الثالث اكبر من 2

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $2 < x < 18$ أو تكتب : $18 > x > 2$

تأكد من فهمك حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانيا :

1 $3 > x$ و $x \leq 5$

الحل :

$3 > x \Rightarrow x < 3$

$x \leq 5$

$3 > x$ و $x \leq 5$

−2 −1 0 1 2 3 4 5 6 4

−2 −1 0 1 2 3 4 5 6 4

−2 −1 0 1 2 3 4 5 6 4

---

2 $-4 \leq y - 1 < 3$

الحل :

$-4 + 1 \leq y < 3 + 1$

$-3 \leq y < 4$

$y < 4$

$y \geq -3$

$-3 \leq y < 2$

−5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4

−5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4

−5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4

---

3 $-4 \leq Z + 2 \leq 8$

الحل :

$-4 - 2 \leq Z \leq 8 - 2$

$-6 \leq Z \leq 6$

$Z \leq 6$

$Z \geq -6$

$-6 \leq Z \leq 6$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7

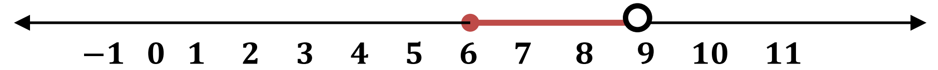
حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

4 $x+6 \geq 12$ و $x+6<15$

الحل :

$x \geq 12-6$ و $x<15-6$

$x \geq 6$ و $x<9$



$S=S_1 \cap S_2=\{x: x \geq 6\} \cap\{x: x<9\}=\{x: 6 \leq x<9\}$

---

5 $y-10>-15$ و $y-10>5$

الحل :

$y>-15+10$ و $y>5+10$

$y>-5$ و $y>15$

−7 −6 −5 0 14 15 16 17

$S=S_1 \cap S_2=\{y: y>-5\} \cap\{y: y>15\}$

---

6 $\dfrac{1}{24} \leq \dfrac{Z+5}{6} \leq \dfrac{1}{12}$

الحل : نتخلص من الكسور وذلك بضرب المتباينة في المضاعف المشترك 24

$$\frac{1}{24} \leq \frac{Z+5}{6} \leq \frac{1}{12} \quad \Big] \times 24$$

$$\frac{1}{24} \times 24 \leq \frac{Z+5}{6} \times 24 \leq \frac{1}{12} \times 24$$

−6 −5 $\frac{-19}{4}$ $\frac{-9}{2}$ −4 −2

$1 \leq 4(Z+5) \leq 2$ نتخلص من الأقواس

$1 \leq 4Z+20 \leq 2 \Rightarrow 1-20 \leq 4Z \leq 2-20 \Rightarrow -19 \leq 4Z \leq -18$

$$\frac{-19}{4} \leq \frac{4Z}{4} \leq \frac{-18}{4} \Rightarrow \frac{-19}{4} \leq Z \leq \frac{-9}{2} \Rightarrow S=\left\{Z: \frac{-19}{4} \leq Z \leq \frac{-9}{2}\right\}$$

7 $-9 < 2x - 1 \le 3$

الحل :

$-9 + 1 < 2x \le 3 + 1$

$-8 < 2x < 4$

$\frac{-8}{2} < \frac{2x}{2} \le \frac{4}{2}$

$-4 < x \le 2 \quad \Longrightarrow \quad S = \{x : -4 < x \le 2\}$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانيا

8 $m + 1 > 2$ أو $m + 1 < -4$

الحل :

$m + 1 > 2 \quad \Longrightarrow \quad m > 2 - 1$

$m > 1$

$m + 1 < -4 \quad \Longrightarrow \quad m < -4 - 1$

$m < -5$

$m > 1$ أو $m < -5$

---

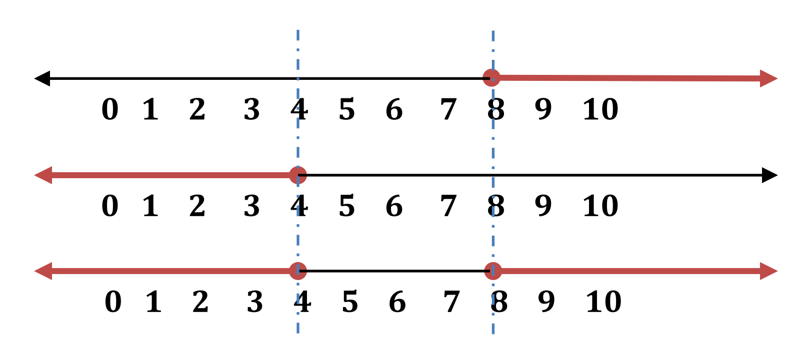
9 $8y \ge 64$ أو $8y \le 32$

الحل :

$8y \ge 64 \quad \Longrightarrow \quad \frac{8y}{8} \ge \frac{64}{8} \quad \Longrightarrow \quad y \ge 8$

$8y \le 32 \quad \Longrightarrow \quad \frac{8y}{8} \le \frac{32}{8} \quad \Longrightarrow \quad y \le 4$

$y \ge 8$ أو $y \le 4$



10 $\mathbf{x - 3 > 10}$ أو $\mathbf{x - 3 \leq -3}$

الحل :

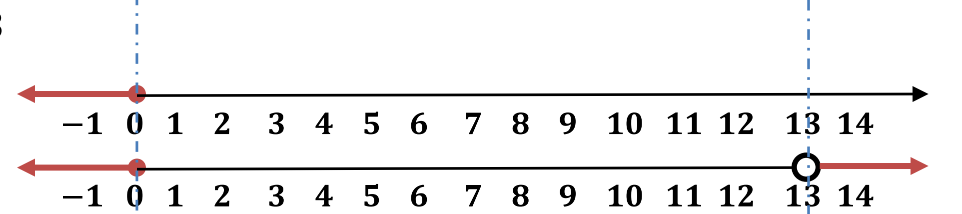
$x - 3 > 10 \quad \Rightarrow \quad x > 10 + 3$

$x > 13$

$x - 3 \leq -3 \quad \Rightarrow \quad x \leq -3 + 3$

$x \leq 0$

$x > 13$ أو $x \leq 0$



---

11 $\mathbf{\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}}$ أو $\mathbf{\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}}$

الحل :

$\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3} \ \Big] \times 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{2Z}{3} \times 3 < \frac{2}{3} \times 3 \quad \Rightarrow \quad 2Z < 2$

$\frac{2Z}{2} < \frac{2}{2} \quad \Rightarrow \quad Z < 1$

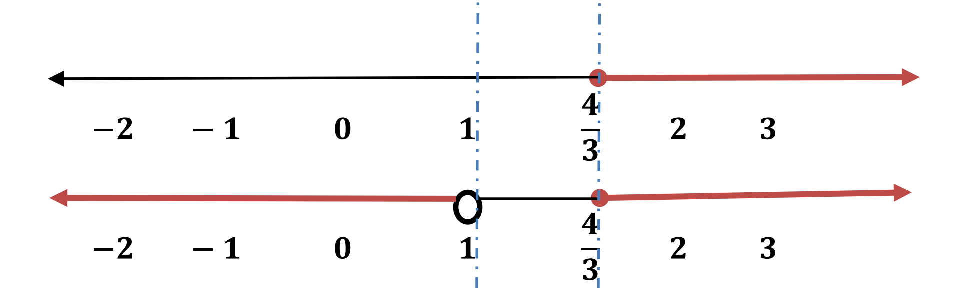
$\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9} \ \Big] \times 9$

$\frac{2Z}{3} \times 9 \geq \frac{8}{9} \times 9$

$6Z \geq 8$

$\frac{6Z}{6} \geq \frac{8}{6} \quad \Rightarrow \quad Z \geq \frac{4}{3}$

$Z < 1$ أو $Z \geq \frac{4}{3}$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

12 $3n - 7 > -5$ أو $3n - 7 \leq -9$

الحل :

$3n > -5 + 7$ أو $3n \leq -9 + 7$

$3n > 2$ أو $3n \leq -2 \quad \Rightarrow \quad \frac{3n}{3} > \frac{2}{3}$ أو $\frac{3n}{3} \leq \frac{-2}{3}$

$n > \frac{2}{3}$ أو $n \leq \frac{-2}{3}$

$-2 \quad -1 \quad \frac{-2}{3} \quad 0 \quad \frac{2}{3} \quad 1 \quad 2$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{n : n > \frac{2}{3}\right\} \cup \left\{n : n \leq \frac{-2}{3}\right\}$

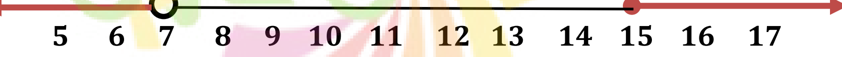
---

13 $x + 15 \geq 30$ أو $x + 15 < 22$

الحل :

$x \geq 30 - 15$ أو $x < 22 - 15$

$x \geq 15$ أو $x < 7$



$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \geq 15\} \cup \{x : x < 22\}$

---

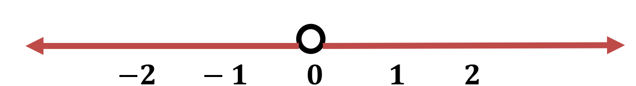
14 $y < 0$ أو $y + 2 > 2$

الحل :

$y < 0$ أو $y > 2 - 2$

$y < 0$ أو $y > 0$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 0\} \cup \{y : y > 0\}$



15 $\frac{h+6}{4} < 2\frac{1}{2}$ أو $\frac{h+6}{4} > 6\frac{1}{2}$

<u>الحل :</u> نتخلص ن الكسور نضرب طرفي المتباينة بالمضاعف المشترك هو 4

$\frac{h+6}{4} < \frac{5}{2} \Big] \times 4$ أو $\frac{h+6}{4} > \frac{13}{2} \Big] \times 4$

$\frac{h+6}{4} \times 4 < \frac{5}{2} \times 4$ أو $\frac{h+6}{4} \times 4 > \frac{13}{2} \times 4$

$h + 6 < 10$ أو $h + 6 > 26$

$h < 10 - 6$ أو $h > 26 - 6$



$h < 4$ أو $h > 20$

$S = S_1 \cup S_2 = \{h : h < 4\} \cup \{h : h > 20\}$

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يأتي :

16 $1\ cm\ ,\ 2cm\ ,\ \sqrt{3}\ cm$

<u>الحل :</u>

$1 + 2 > \sqrt{3} \Rightarrow 3 > \sqrt{3}$ صحيحة

$1 + \sqrt{3} > 2 \Rightarrow 1 + 1.7 > 2 \Rightarrow 2.7 > 2$ صحيحة

$2 + \sqrt{3} > 1 \Rightarrow 2 + 1.7 > 1 \Rightarrow 3.7 > 1$ صحيحة

يمكن رسم مثلث .

17 $5cm\ ,\ 4cm\ ,\ 9cm$

<u>الحل :</u>

$5 + 4 \ngtr 9 \Rightarrow 9 \ngtr 9$ خطأ لأن 9 ليس أكبر من 9

$5 + 9 > 4 \Rightarrow 14 > 4$ صحيحة

$4 + 9 > 5 \Rightarrow 13 > 5$ صحيحة

لا يمكن رسم مثلثا .

18 $1cm$, $\sqrt{2}cm$, $\sqrt{2}cm$

الحل :

$1 + \sqrt{2} > \sqrt{2}$ صحيحة لأن $\sqrt{2} = 1.4$

$\sqrt{2} + \sqrt{2} > 1$ صحيحة

$\sqrt{2} + 1 > \sqrt{2}$ صحيحة

يمكن رسم مثلث .

19 $3cm$, $4cm$, $\sqrt{3}cm$

الحل :

$3 + 4 > \sqrt{3} \Rightarrow 7 > \sqrt{3}$ صحيحة لأن $\sqrt{3} = 1.7$

$3 + \sqrt{3} > 4 \Rightarrow 3 + 1.7 > 4 \Rightarrow 4.7 > 4$ صحيحة

$4 + \sqrt{3} > 3 \Rightarrow 4 + 1.7 > 3 \Rightarrow 5.7 > 3$ صحيحة

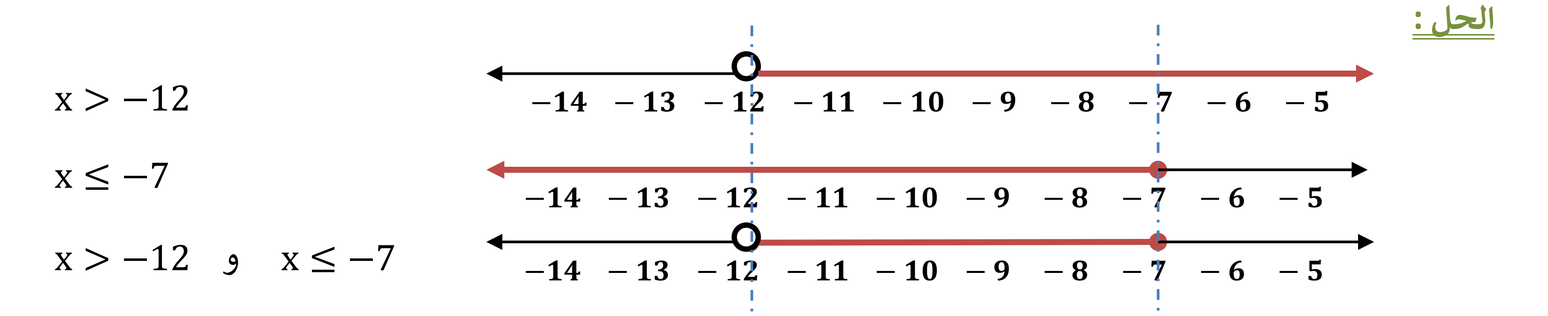
يمكن رسم مثلث .

تدرب وحل التمرينات

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانيا :

20 $x > -12$ و $x \le -7$

الحل :



---

21 $2 \le y + 4 < 6$

الحل :

$2 - 4 \le y < 6 - 4 \quad \Rightarrow \quad -2 \le y < 2$

$y \ge -2$

$y < 2$

$-2 \le y < 2$

−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4

---

22 $-9 \le Z - 5 \le 1$

الحل :

$-9 + 5 \le Z \le 1 + 5 \quad \Rightarrow \quad -4 \le Z \le 6$

$Z \ge -4$

$Z \le 6$

$-4 \le Z \le 6$

−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

23 $\quad 14 \leq 3x + 7 \quad$ و $\quad 3x + 7 < 25$

الحل :

$14 - 7 \leq 3x \quad$ و $\quad 3x < 25 - 7$

$7 \leq 3x \quad$ و $\quad 3x < 18$

$\frac{7}{3} \leq \frac{3x}{3} \quad$ و $\quad \frac{3x}{3} < \frac{18}{3}$

$\frac{7}{3} \leq x \quad$ و $\quad x < 6 \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cap S_2 = \left\{x : \frac{7}{3} \leq x\right\} \cap \{x : x < 6\} = \left\{\frac{7}{3} \leq x < 6\right\}$

---

24 $\quad y - 1 < 8 \quad$ و $\quad y - 1 > -10$

الحل :

$y < 8 + 1 \quad$ و $\quad y > -10 + 1$



$y < 9 \quad$ و $\quad y > -9$

$S = S_1 \cap S_2 = \{y : y < 9\} \cap \{y : y > -10\} = \{y : -9 < y < 9\}$

---

25 $\quad \frac{1}{25} \leq \frac{Z + 3}{5} \leq \frac{1}{15}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب اطراف المتباينة في المضاعف المشترك هو 75

$\left.\frac{1}{25} \leq \frac{Z + 3}{5} \leq \frac{1}{15}\right] \times 75$

$\frac{1}{25} \times 75 \leq \frac{Z + 3}{5} \times 75 \leq \frac{1}{15} \times 75$

$3 \leq 15(Z + 3) \leq 5 \quad \Rightarrow \quad 3 \leq 15Z + 45 \leq 5 \quad \Rightarrow \quad 3 - 45 \leq 15Z \leq 5 - 45$

$-42 \leq 15Z \leq -40 \quad \Rightarrow \quad \frac{-42}{15} \leq \frac{15Z}{15} \leq \frac{-40}{15}$

$$\frac{-14}{5} \le Z \le \frac{-8}{3}$$

$-5 \quad -4 \quad -3 \quad \frac{-14}{5} \quad \frac{-8}{3} \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1$

$$S = \left\{Z : \frac{-14}{5} \le Z \le \frac{-8}{3}\right\}$$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانيا :

26 $Z - 2 < -7$ أو $Z - 2 > 4$

الحل :

$Z < -7 + 2$ أو $Z > 4 + 2 \Rightarrow Z < -5$ أو $Z > 6$

$Z < -5$

$-7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$

$Z > 6$

$-7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$

$Z < -5$ أو $Z > 6$

$-7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$

---

27 $3y \le 33$ أو $3y \ge 63$

الحل :

$\frac{3y}{3} \le \frac{33}{3}$ أو $\frac{3y}{3} \ge \frac{63}{3} \Rightarrow y \le 11$ أو $y \ge 21$

$y \le 11$

$10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23$

$y \ge 21$

$10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23$

$y \le 11$ أو $y \ge 21$

$10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23$

28 $x - 6 \leq -1$ أو $x - 6 > 4$

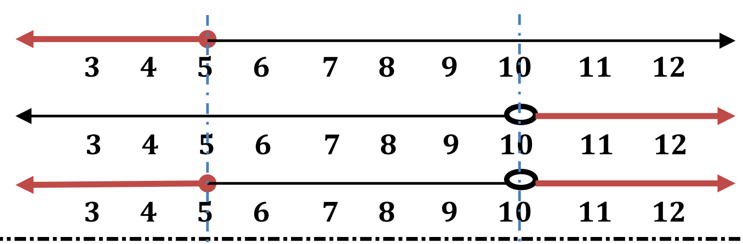
الحل :

$x \leq -1 + 6$ أو $x > 4 + 6 \Rightarrow x \leq 5$ أو $x > 10$

$x \leq 5$

$x > 10$

$x \leq 5$ أو $x > 10$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

29 $3m - 5 > -4$ أو $m - 5 \leq -11$

الحل :

$3m > -4 + 5$ أو $m \leq -11 + 5$

$3m > 1$ أو $m \leq -6 \Rightarrow \frac{3m}{3} > \frac{1}{3}$ أو $m < -6$

$m > \frac{1}{3}$ أو $m \leq -6$

−8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 $\frac{1}{3}$ 1 2

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{m : m > \frac{1}{3}\right\} \cup \{m : m \leq -6\}$

---

30 $x + 8 < 22$ أو $x + 10 \geq 30$

الحل :

$x < 22 - 8$ أو $x \geq 30 - 10$

$x < 14$ أو $x \geq 20$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x < 14\} \cup \{x : x \geq 20\}$

12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

31 $y \leq -1$ أو $y + 3 \geq 2$

الحل :

$y \leq -1$ أو $y \geq 2 - 3$

$y \leq -1$ أو $y \geq -1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -1\} \cup \{y : y \geq -1\}$

$-4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

---

32 $\frac{3h}{14} < -\frac{3}{7}$ أو $\frac{3h}{14} \geq \frac{3}{7}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب طرفي المتباينة في المضاعف المشترك هو 14

$\frac{3h}{14} < -\frac{3}{7} \ \Big] \times 14$ أو $\frac{3h}{14} \geq \frac{3}{7} \ \Big] \times 14$

$\frac{3h}{14} \times 14 < -\frac{3}{7} \times 14$ أو $\frac{3h}{14} \times 14 \geq \frac{3}{7} \times 14$

$3h < -6$ أو $3h \geq 6$

$\frac{3h}{3} < \frac{-6}{3}$ أو $\frac{3h}{3} \geq \frac{6}{3}$

$-4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

$h < -2$ أو $h \geq 2 \quad \Longrightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{h : h < -2\} \cup \{h : h \geq 2\}$

---

33 $\frac{y}{2} < 3\frac{1}{2}$ أو $\frac{y}{2} > 7\frac{1}{2}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب طرفي المتباينة في المضاعف المشترك هو 2

$\frac{y}{2} < \frac{7}{2} \ \Big] \times 2$ أو $\frac{y}{2} > \frac{15}{2} \ \Big] \times 2$

$\frac{y}{2} \times 2 < \frac{7}{2} \times 2$ أو $\frac{y}{2} \times 2 > \frac{15}{2} \times 2$

$5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16$

$y < 7$ أو $y > 15 \quad \Longrightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 7\} \cup \{y : y > 15\}$

34 $5x \leq -1$ أو $5x \geq 4$

الحل :

$\frac{5x}{5} \leq \frac{-1}{5}$ أو $\frac{5x}{5} \geq \frac{4}{5}$

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad -\frac{1}{5} \quad 0 \quad \frac{4}{5} \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$x \leq \frac{-1}{5}$ أو $x \geq \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \left\{x : x \leq \frac{-1}{5}\right\} \cup \left\{x : x \geq \frac{4}{5}\right\}$

اكتب المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث اذا كان طولا ضلعي المثلث معلومين :

35 3cm , 10cm

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث 3 , 10 , x

$3 + 10 > x \quad \Rightarrow \quad 13 > x$ الضلع الثالث أصغر من 13

$10 + x > 3 \quad \Rightarrow \quad x > 3 - 10 \quad \Rightarrow \quad x > -7$ لا يعطي معلومات مفيدة

$3 + x > 10 \quad \Rightarrow \quad x > 10 - 3 \quad \Rightarrow \quad x > 7$ الضلع الثالث اكبر من 7

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $7 < x < 13$

---

36 6cm , 4cm

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث 6 , 4 , x

$6 + 4 > x \quad \Rightarrow \quad 10 > x$ الضلع الثالث أصغر من 10

$6 + x > 4 \quad \Rightarrow \quad x > 4 - 6 \quad \Rightarrow \quad x > -2$ لا يعطي معلومات مفيدة

$4 + x > 6 \quad \Rightarrow \quad x > 6 - 4 \quad \Rightarrow \quad x > 2$ الضلع الثالث اكبر من 2

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $2 < x < 10$

37 1cm , 3cm

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث 1 , 3 , x

$1 + 3 > x \Rightarrow 4 > x$ الضلع الثالث أصغر من 4

$3 + x > 1 \Rightarrow x > 1 - 3 \Rightarrow x > -2$ لا يعطي معلومات مفيدة

$1 + x > 2 \Rightarrow x > 3 - 1 \Rightarrow x > 2$ الضلع الثالث اكبر من 2

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $2 < x < 4$

ملاحظة : 1) عبارة لا يقل يقصد بها أكبر أو يساوي .
2) عبارة لا يزيد عن يقصد بها أصغر أو يساوي .
3) عبارة يتراوح بين أو يقع بين يقصد بها أكبر من و أصغر من .

تدرب وحل مسائل حياتية

38 **صوت :** أذن الأنسان يمن أن تسمع الأصوات التي لا يقل ترددها عن 20 هيرتزا ولا يزيد عن 20000 هيرتز .
اكتب المتباينة المركبة تمثل الترددات التي لا تسمعها أذن الأنسان ومثلها بيانيا .

الحل : نفرض التردد x

الترددات التي تسمعها أذن الأنسان هي أكبر أو يساوي 20 وأصغر أو يساوي 20000 تكتب $20 \le x \le 20000$

الترددات التي لا تسمعها أذن الأنسان هي أصغر من 20 واكبر من 20000 وتكتب :

$x < 20$ أو $x > 20000$

$x < 20$

18 19 20 20000 20001

$x > 20000$

18 19 20 20000 20001

$x < 20$ أو $x > 20000$

18 19 20 20000 20001

39 **اطار السيارات :** ضغط الهواء المثالي الموصى به لإطارات السيارات الصالون لا يقل عن (kg/ing^2) 28 pascal ولا يزيد على 36 pascal . اكتب المتباينة المركبة تمثل الضغط ومثلها بيانيا .

الحل :

نفرض الضغط x

المتباينة المركبة $28 \leq x \leq 36$

$x \geq 28$

$x \leq 36$

$28 \leq x \leq 36$

26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38

26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38

26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38

---

40 **القطار المغناطيسي :** القطار المغناطيسي المعلق وهو قطار يعمل بقوة الرفع المغناطيسية وباختصار يعرف بالماجليف . وصممت أنواع مختلفة من هذه القطارات المغناطيسية في مختلف دول العالم اذ أن سرعتها لا تقل عن 300 k/h ولا تزيد على 550 k/h . اكتب متباينة تمثل سرعة القطار ومثلها بيانيا .

الحل :

نفرض سرعة القطار x

المتباينة $300 \leq x \leq 550$

$x \geq 300$

$x \leq 550$

$300 \leq x \leq 550$

0 300 550 600

0 300 550 600

0 300 550 600

---

41 **تحدٍ :** اكتب متباينة مركبة تبين مدى طول الضلع الثالث في كل مثلث :

1 7cm , 12cm , xcm

الحل :

$7 + 12 > x \Rightarrow 19 > x$ الضلع الثالث أصغر من 19

$12 + x > 7 \Rightarrow x > 7 - 12 \Rightarrow x > -5$ لا تعطي معلومات مفيدة

$7 + x > 12 \Rightarrow x > 12 - 7 \Rightarrow x > 5$ الضلع الثالث اكبر من 5

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $5 < x < 19$

2 $5.3cm \ , \ 13.2cm \ , \ ycm$

الحل :

$5.3 + 13.2 > y \Rightarrow 18.5 > y$ الضلع الثالث أصغر من 18.5

$13.2 + y > 5.3 \Rightarrow y > 5.3 - 13.2 \Rightarrow y > -7.9$ لا تعطي معلومات مفيدة

$5.3 + y > 13.2 \Rightarrow y > 13.2 - 5.3 \Rightarrow y > 7.9$ الضلع الثالث اكبر من 7.9

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $7.9 < y < 18.5$

---

42 **أصحح الخطأ :** قالت سوسن أن المتباينة المركبة $x + 3 \le 5$ و $-4 < x + 3$ تمثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد الآتية :

بين خطأ سوسن وصححه .

الحل :

$-4 - 3 < x$ و $x \le 5 - 3$

$-7 < x$ و $x \le 2$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > -7\} \cap \{x : x \le 2\} = \{x : -7 < x \le 2\}$

---

43 **حس عددي :** اذكر ما اذا كانت الأطوال الثلاثة هي لمثلث أم لا ؟ وضح اجابتك .

1 $6cm \ , \ 15cm \ , \ 9cm$

الحل :

$6 + 15 > 9 \Rightarrow 21 > 9$ صحيحة

$6 + 9 \ngtr 15 \Rightarrow 15 \ngtr 15$ خطأ

$15 + 9 \ngtr 6 \Rightarrow 24 \ngtr 6$ خطأ

الأطوال الثلاثة لا تمثل مثلث .

2 $3.2cm \quad , \quad 5.2cm \quad , \quad 6.2cm$

الحل :

$3.2 + 5.2 > 6.2 \quad \Longrightarrow \quad 8.4 > 6.2$ صحيحة

$3.2 + 6.2 > 5.2 \quad \Longrightarrow \quad 9.4 > 5.2$ صحيحة

$5.2 + 6.2 > 3.2 \quad \Longrightarrow \quad 11.4 > 3.2$ صحيحة

الأطوال الثلاثة تمثل مثلث .

3 $1cm \quad , \quad 1cm \quad , \quad \sqrt{2}\ cm$

الحل :

لأن $\sqrt{2} = 1.4$

$1 + 1 > \sqrt{2} \quad \Longrightarrow \quad 2 > \sqrt{2}$ صحيحة

$1 + \sqrt{2} > 1 \quad \Longrightarrow \quad 1 + 1.4 > 1 \quad \Longrightarrow \quad 2.4 > 1$ صحيحة

$\sqrt{2} + 1 > 1 \quad \Longrightarrow \quad 1.4 + 1 > 1 \quad \Longrightarrow \quad 2.4 > 1$ صحيحة

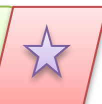
الأطوال الثلاثة تمثل مثلث .

اكتب متباينة مركبة تمثل درجة الحرارة الصغرى $18°$ ودرجة الحرارة العظمى $27°$

الحل :

نفرض درجة الحرارة x

$x > 18°$ و $x < 27° \quad \Longrightarrow \quad S = \{x : 18° < x < 27°\}$



مراجعة الفصل

صفحة 30

تدريب 1 حل المتباينة المركبة التي تتضن (و) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

$$-9 < 2x - 1 \leq 3$$

الحل :

$-9 + 1 < 2x \leq 3 + 1 \quad \Longrightarrow \quad -8 < 2x \leq 4$

$\frac{-8}{2} < \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2}$

$-4 < x \leq 2 \quad \Longrightarrow \quad S = \{x : -4 < x \leq 2\}$

−5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4

تدريب 2 حل المتباينة المركبة التي تتضن (أو) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

$$2y - 6 > -3 \quad \text{أو} \quad 2y - 6 \leq -7$$

الحل :

$2y > -3 + 6$ أو $2y \leq -7 + 6$

$2y > 3$ أو $2y \leq -1$

$\frac{2y}{2} > \frac{3}{2}$ أو $\frac{2y}{2} \leq \frac{-1}{2}$

$y > \frac{3}{2}$ أو $y \leq \frac{-1}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y > \frac{3}{2}\right\} \cup \left\{y : y \leq \frac{-1}{2}\right\}$

−2 −1 $-\frac{1}{2}$ 0 1 $\frac{3}{2}$ 2



مراجعة الفصل

صفحة 31

حل المتباينات المركبة ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

19 $\mathbf{x + 6 \geq 12}$ و $\mathbf{x + 6 < 20}$

الحل :

$x \geq 12 - 6$ و $x < 20 - 6$

$x \geq 6$ و $x < 14$

5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \geq 6\} \cap \{x : x < 14\} = \{x : 6 \leq x < 20\}$

---

20 $\boldsymbol{y - 2 < 9}$ و $\boldsymbol{y - 2 > -12}$

الحل :

$y < 9 + 2$ و $y > -12 + 2$

$y < 11$ و $y > -10$

−11 −10 −9 0 9 10 11 12

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 11\} \cap \{y : y > -10\} = \{y : -10 \leq y < 11\}$

---

21 $\mathbf{\frac{1}{16} < \frac{Z+2}{2} \leq \frac{1}{8}}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب اطراف المتباينة بالمضاعف المشترك هو 16

$$\frac{1}{16} < \frac{Z+2}{2} \leq \frac{1}{8} \quad \Big] \times 16$$

$$\frac{1}{16} \times 16 < \frac{Z+2}{2} \times 16 \leq \frac{1}{8} \times 16 \quad \Rightarrow \quad 1 < 8(Z+2) \leq 2$$

$$1 < 8Z + 16 \leq 2$$

$$1 - 16 < 8Z \leq 2 - 16 \quad \Rightarrow \quad -15 < 8Z \leq -14 \quad \Rightarrow \quad \frac{-15}{8} < \frac{8Z}{8} \leq \frac{-14}{8}$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

$\frac{-15}{8} < Z \le \frac{-7}{4}$ $\quad S = \left\{Z : \frac{-15}{8} < Z \le \frac{-7}{4}\right\}$

$-3 \quad -2 \quad -\frac{15}{8} \quad -\frac{7}{4} \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2$

22 $Z - 1 < -9$ أو $Z - 1 > 5$

الحل :

$Z < -9 + 1$ أو $Z > 5 + 1$

$Z < -8$ أو $Z > 6$

$-9 \; -8 \; -7 \; -6 \; -5 \; -4 \; -3 \; -2 \; -1 \; 0 \; 1 \; 2 \; 3 \; 4 \; 5 \; 6 \; 7 \; 8$

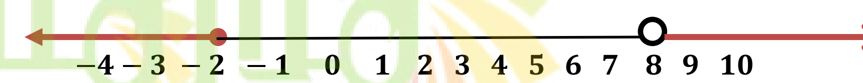
$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z < -8\} \cup \{Z : Z > 6\}$

23 $x - 3 \le -5$ أو $x - 3 > 5$

الحل :

$x \le -5 + 3$ أو $x > 5 + 3$

$x \le -2$ أو $x > 8$



$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \le -2\} \cup \{x : x > 8\}$

24 $7t - 5 > -1$ أو $7t - 5 \le -14$

الحل :

$7t > -1 + 5$ أو $7t \le -14 + 5$

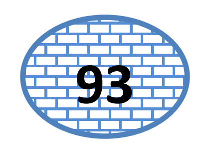
$7t > 4$ أو $7t \le -9$

$\frac{7t}{7} > \frac{4}{7}$ أو $\frac{7t}{7} \le \frac{-9}{7}$

$t > \frac{4}{7}$ أو $t \le \frac{-9}{7}$

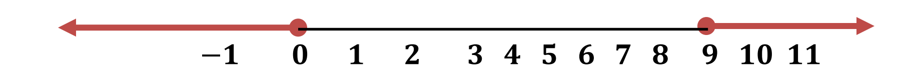
$-2 \quad -\frac{9}{7} \quad -1 \quad 0 \quad \frac{4}{7} \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{t : t > \frac{4}{7}\right\} \cup \left\{t : t \le \frac{-9}{7}\right\}$



25 $\mathbf{y \le 0}$ **أو** $\mathbf{y + 7 \ge 16}$

الحل :



$y \le 0$ أو $y \ge 16 - 7$

$y \le 0$ أو $y \ge 9$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \le 0\} \cup \{y : y \ge 9\}$

---

26 $\mathbf{\frac{2n}{15} < -\frac{1}{3}}$ **أو** $\mathbf{\frac{2n}{15} \ge \frac{1}{5}}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب طرفي المتباينة بالمضاعف المشترك هو 15

$\frac{2n}{15} < -\frac{1}{3} \Big] \times 15$ أو $\frac{2n}{15} \ge \frac{1}{5} \Big] \times 15$

$\frac{2n}{15} \times 15 < -\frac{1}{3} \times 15$ أو $\frac{2n}{15} \ge \frac{1}{5}$

$2n < -5$ أو $2n \ge 3$

$\frac{2n}{2} < \frac{-5}{2}$ أو $\frac{2n}{2} \ge \frac{3}{2}$

$n < \frac{-5}{2}$ أو $n \ge \frac{3}{2} \Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \left\{n : n < \frac{-5}{2}\right\} \cup \left\{n : n \ge \frac{3}{2}\right\}$

---

27 $\mathbf{\frac{y}{3} < 1\frac{1}{3}}$ **أو** $\mathbf{\frac{y}{3} > 9\frac{1}{3}}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب طرفي المتباينة بالمضاعف المشترك هو 3

$\frac{y}{3} < \frac{4}{3} \Big] \times 3$ أو $\frac{y}{3} > \frac{28}{3} \Big] \times 3$

$\frac{y}{3} \times 3 < \frac{4}{3} \times 3$ أو $\frac{y}{3} \times 3 > \frac{28}{3} \times 3$

$y < 4$ أو $y > 28$



$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 4\} \cup \{y : y > 28\}$

اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث اذا كان طولا ضلعي مثلث معلومين :

28) **4cm , 9cm**

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $4, 9, x$

$4 + 9 > x \Rightarrow 13 > x$ الضلع الثالث أصغر من 13

$9 + x > 4 \Rightarrow x > 4 - 9 \Rightarrow x > -5$ لا يعطي معلوات مفيدة

$4 + x > 9 \Rightarrow x > 9 - 14 \Rightarrow x > 5$ الضلع الثالث اكبر من 5

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $5 < x < 13$

---

29) **5cm , 12cm**

فرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $5, 12, x$

$5 + 12 > x \Rightarrow 17 > x$ الضلع الثالث أصغر من 17

$12 + x > 5 \Rightarrow x > 5 - 12 \Rightarrow x > -7$ لا يعطي معلوات مفيدة

$5 + x > 12 \Rightarrow x > 12 - 5 \Rightarrow x > 7$ الضلع الثالث اكبر من 7

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $7 < x < 17$

---

30) **7cm , 15cm**

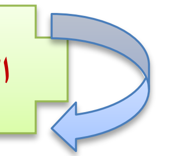
فرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $7, 15, x$

$7 + 15 > x \Rightarrow 22 > x$ الضلع الثالث أصغر من 22

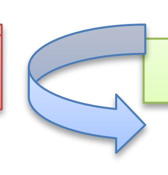
$15 + x > 7 \Rightarrow x > 7 - 15 \Rightarrow x > -8$ لا يعطي معلوات مفيدة

$7 + x > 15 \Rightarrow x > 15 - 57 \Rightarrow x > 8$ الضلع الثالث اكبر من 8

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $8 < x < 22$



الاختيار من متعدد / المتباينة المركبة



صفحة 100

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا :

1 $-10 < x$ و $x \leq -2$

a) $\{x: -10 \leq x\} \cap \{x: x \leq -2\}$ b) $\{x: -10 < x\} \cap \{x: x \leq -2\}$

c) $\{x: -10 \leq x\} \cup \{x: x \leq -2\}$ d) $\{x: -10 < x\} \cup \{x: x \leq -2\}$

الحل :

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: -10 < x\} \cap \{x: x \leq -2\}$

2 $0 \leq y - 3$ و $y - 3 < 12$ a) $\{y: 3 < y < 15\}$ b) $\{y: -3 \leq y \leq 15\}$

c) $\{y: 3 \leq y < 15\}$ d) $\{y: -3 < y < 15\}$

الحل :

$0 + 3 \leq y$ و $y < 12 + 3 \implies 3 \leq y$ و $y < 15$

$S = S_1 \cap S_2 = \{y : 3 \leq y\} \cap \{y : y < 15\} = \{y : 3 \leq y < 15\}$

3 $16 < 3Z + 9$ و $3Z + 9 < 30$ a) $\left\{Z : \frac{3}{7} \leq Z < 7\right\}$ b) $\left\{Z : \frac{7}{3} < Z \leq 7\right\}$

c) $\left\{Z : \frac{3}{7} < Z < 7\right\}$ d) $\left\{Z : \frac{7}{3} < Z < 7\right\}$

الحل :

$16 - 9 < 3Z$ و $3Z < 30 - 9 \implies 7 < 3Z$ و $3Z < 21$

$\frac{7}{3} < \frac{3Z}{3}$ و $\frac{3Z}{3} < \frac{21}{7} \implies \frac{7}{3} < Z$ و $Z < 7$

$S = S_1 \cap S_2 = \left\{Z : \frac{7}{3} < Z\right\} \cap \{Z : Z \leq 7\} = \left\{Z : \frac{7}{3} < Z < 7\right\}$

4 $\frac{1}{21} \leq \frac{x-5}{3} \leq \frac{1}{12}$

a) $\left\{x : \frac{36}{7} \leq x \leq \frac{21}{4}\right\}$ b) $\left\{x : \frac{21}{4} \leq x \leq \frac{36}{7}\right\}$

c) $\left\{x : \frac{36}{7} \leq x < \frac{21}{4}\right\}$ d) $\left\{x : \frac{21}{4} < x \leq \frac{36}{7}\right\}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب طرفي المتباينة بالمضاعف المشترك هو 84

$$\frac{1}{21} \leq \frac{x-5}{3} \leq \frac{1}{12} \quad \Big] \times 84$$

$$\frac{1}{21} \times 84 \leq \frac{x-5}{3} \times 84 \leq \frac{1}{12} \times 84$$

$$12 \leq 28(x-5) \leq 7 \quad \Rightarrow \quad 12 \leq 28x - 140 \leq 7$$

$$12 + 140 \leq 28x \leq 7 + 140 \quad \Rightarrow \quad 152 \leq 28x \leq 147$$

$$\frac{152}{28} \leq \frac{28x}{28} \leq \frac{147}{28} \quad \Rightarrow \quad \frac{36}{7} \leq x \leq \frac{21}{4} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{x : \frac{36}{7} \leq x \leq \frac{21}{4}\right\}$$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبريا

5 $2t - 4 > -8$ أو $2t - 4 \leq -12$

a) $\{t : t > -2\} \cap \{t : t \leq -4\}$ b) $\{t : t > -2\} \cup \{t : t \leq -4\}$

c) $\{t : t < -2\} \cap \{t : t \geq -4\}$ d) $\{t : t < -2\} \cup \{t : t \geq -4\}$

الحل :

$2t > -8 + 4$ أو $2t \leq -12 + 4 \quad \Rightarrow \quad 2t > -4$ أو $2t \leq -8$

$\frac{2t}{2} > \frac{-4}{2}$ أو $\frac{2t}{2} \leq \frac{-8}{2}$

$t > -2$ أو $t \leq -4$

$$S = S_1 \cap S_2 = \{t : t > -2\} \cup \{t : t \leq -4\}$$

6 $x+7<13$ أو $x+7\geq 21$

a) $x>6$ أو $x\geq 14$ b) $x<6$ أو $x\leq 14$

c) $x>6$ أو $x\geq 14$ d) $x>6$ أو $x\leq 14$

الحل :

$x<13-7$ أو $x\geq 21-7 \Rightarrow x<6$ أو $x\geq 14$

7 $\frac{y+5}{3}<\frac{1}{3}$ أو $\frac{y+5}{3}>\frac{7}{3}$

a) $\{y:y<4\}\cap\{y:y>2\}$ b) $\{y:y>-4\}\cup\{y:y<2\}$

c) $\{y:y<-4\}\cap\{y:y>-2\}$ d) $\{y:y<-4\}\cup\{y:y>2\}$

الحل : نتخلص من الكسور بضرب طرفي المتباينة بالمضاعف المشترك هو 3

$\frac{y+5}{3}<\frac{1}{3}\Big]\times 3$ أو $\frac{y+5}{3}>\frac{7}{3}\Big]$

$\frac{y+5}{3}\times 3<\frac{1}{3}\times 3$ أو $\frac{y+5}{3}\times 3>\frac{7}{3}\times 3$

$y+5<1$ أو $y+5>7 \Rightarrow y<1-5$ أو $y>7-5$

$y<-4$ أو $y>2 \Rightarrow S=S_1\cup S_2=\{y:y<-4\}\cup\{y:y>2\}$

اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث اذا كان طولا الضلعين الاخرين للمثلث معلومين

9 8cm , 2cm a) $6\leq x<10$ b) $6\leq x\leq 10$ c) $6<x<10$ d) $6<x\leq 10$

الحل :

فرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $5, 12, x$

$8+2>x \Rightarrow 10>x$ الضلع الثالث أصغر من 10

$8+x>2 \Rightarrow x>2-8 \Rightarrow x>-6$ لا يعطي معلوات مفيدة

$2+x>8 \Rightarrow x>8-2 \Rightarrow x>6$ الضلع الثالث اكبر من 6

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $6<x<10$

اكتب متباينات التي تمثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

10

$-7\ -6\ -5\ -4\ -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7$

a) $-4 < x < 3$ b) $-4 \le x < 3$ c) $-4 \le x \le 3$ d) $-4 < x \le 3$

11

$-7\ -6\ -5\ -4\ -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7$

a) $y \le -3$ أو $y > 5$ b) $y \le -3$ أو $y \ge 5$ c) $y < -4$ أو $y \ge 5$ d) $y < -3$ أو $y > 5$

متباينات القيمة المطلقة

متباينات القيمة المطلقة التي على الصورة $|g(x)| < a$, $|g(x)| \le a$ حيث $a \in R$

متباينة القيمة المطلقة بعباقة أصغر من (أصغر من أو يساوي) تمثل متباينة مركبة تتضمن (و) . بصورة عامة :

$$|x| \le a \quad \Rightarrow \quad -a \le x \le a \quad , \quad a > 0$$

$$|x| < a \quad \Rightarrow \quad -a < x < a \quad , \quad a > 0$$

مثال حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد: $|x + 6| < 3$

الحل :

$-3 < x + 6 < 3 \quad \Rightarrow \quad -3 - 6 < x < 3 - 6$

$-9 < x < -3$

$-10\ -9\ -8\ -7\ -6\ -5\ -4\ -3\ -2\ -1\ 0\ 1$

$S = \{x : -9 < x < -3\}$

مثال حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد : $|y| - 5 \le 1$

الحل :

$|y| - 5 \le 1 \quad \Rightarrow \quad |y| \le 1 + 5 \quad \Rightarrow \quad |y| \le 6 \quad \Rightarrow \quad -6 \le y \le 6$

$S = \{y : -6 \le y \le 6\}$

$-7\ -6\ -5\ -4\ -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7$

مثال حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد : $|x + 1| < 5$

الحل :

$-5 < x + 1 < 5 \quad \Rightarrow \quad -5 - 1 < x < 5 - 1$

$-6 < x < 4$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5

$S = \{x : -6 < x < 4\}$

مثال جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية :

1 $|2x - 5| + 3 < 11$

الحل :

$|2x - 5| < 11 - 3 \quad \Rightarrow \quad |2x - 5| < 8 \quad \Rightarrow \quad -8 < 2x - 5 < 8$

$-8 + 5 < 2x < 8 + 5 \quad \Rightarrow \quad -3 < 2x < 13$

$\frac{-3}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{13}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{x : \frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2}\right\}$

---

2 $|7 - y| < 8$

الحل :

$-8 < 7 - y < 8 \quad \Rightarrow \quad -8 - 7 < -y < 8 - 7 \quad \Rightarrow \quad -15 < -y < 1 \quad] \times (-1)$

$-1 < y < 15 \quad \Rightarrow \quad S = \{y : -1 < y < 15\}$

متباينات القيمة المطلقة التي على الصورة $|g(x)| > a$, $|g(x)| \geq a$ حيث $a \in R$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أكبر من (أكبر من أو يساوي) هي متباينة مركبة تتضمن (أو) . بصورة عامة :

$|x| \geq a \quad \Leftrightarrow \quad x \geq a$ أو $x \leq -a \quad , \quad a > 0$

$|x| > a \quad \Leftrightarrow \quad x > a$ أو $x > -a \quad , \quad a > 0$

مثال حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد : $|x+4|>2$

الحل :

$x+4>2$ أو $x+4<-2 \Rightarrow x>2-4$ أو $x<-2-4$

$x>-2$ أو $x<-6$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3

$S=S_1\cup S_2=\{x:x>-2\}\cup\{x:x<-6\}$

مثال حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد : $|5y-1|\geq 4$

الحل :

$5y-1\geq 4$ أو $5y-1\leq -4 \Rightarrow 5y\geq 4+1$ أو $5y\leq -4+1$

$5y\geq 5$ أو $5y\leq -3 \Rightarrow \frac{5y}{5}\geq\frac{5}{5}$ أو $\frac{5y}{5}\leq-\frac{3}{5} \Rightarrow y\geq 1$ أو $y\leq-\frac{3}{5}$

$S=S_1\cup S_2=\{y:y\geq 1\}\cup\left\{y:y\leq-\frac{3}{5}\right\}$

−2 −1 $-\frac{3}{5}$ 0 1 2

مثال حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد : $\left|\frac{3Z-9}{6}\right|\geq 1$

الحل: نتخلص من الكسور نضرب طرفي المتباينة في 6

$\left|\frac{3Z-9}{6}\right|\geq 1 \quad]\times 6 \Rightarrow \left|\frac{3Z-9}{6}\times 6\right|\geq 1\times 6$

$|3Z-9|\geq 6 \Rightarrow 3Z-9\geq 6$ أو $3Z-9\leq -6$

$3Z\geq 6+9$ أو $3Z\leq -6+9$

$3Z\geq 15$ أو $3Z\leq 3$

$\frac{3Z}{3}\geq\frac{15}{3}$ أو $\frac{3Z}{3}\leq\frac{3}{3} \Rightarrow Z\geq 5$ أو $Z\leq 1$

−2 −1 0 1 2 3 4 5 6

$S=S_1\cup S_2=\{Z:Z\geq 5\}\cup\{Z:Z\leq 1\}$

مثال جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية :

1 $\left|\frac{2t-8}{4}\right| \geq 9$

الحل: نتخلص من الكسور نضرب طرفي المتباينة في 4

$$\left|\frac{2t-8}{4}\right| \geq 9 \quad \Big] \times 4$$

$$\left|\frac{2t-8}{4} \times 4\right| \geq 9 \times 4 \Rightarrow |2t-8| \geq 36 \Rightarrow 2t-8 \geq 36 \text{ أو } 2t-8 \leq -36$$

$$2t \geq 36+8 \text{ أو } 2t \leq -36+8 \Rightarrow 2t \geq 44 \text{ أو } 2t \leq -28$$

$$\frac{2t}{2} \geq \frac{44}{2} \text{ أو } \frac{2t}{2} \leq \frac{-28}{2} \Rightarrow t \geq 22 \text{ أو } t \leq -14$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{t : t \geq 22\} \cup \{t : t \leq -14\}$$

---

2 $\left|\frac{5-3v}{2}\right| \geq 6$

الحل: نتخلص من الكسور نضرب طرفي المتباينة في 2

$$\left|\frac{5-3v}{2}\right| \geq 6 \quad \Big] \times 2 \Rightarrow \left|\frac{5-3v}{2} \times 2\right| \geq 6 \times 2$$

$$|5-3v| \geq 12 \Rightarrow 5-3v \geq 12 \text{ أو } 5-3v \leq -12$$

$$-3v \geq 12-5 \text{ أو } -3v \leq -12-5 \Rightarrow -3v \geq 7 \text{ أو } -3v \leq -17$$

$$\frac{-3v}{-3} \leq \frac{7}{-3} \text{ أو } \frac{-3v}{-3} \geq \frac{-17}{-3} \Rightarrow v \leq -\frac{7}{3} \text{ أو } v \geq \frac{17}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{v : v \leq -\frac{7}{3}\right\} \cup \left\{v : v \geq \frac{17}{3}\right\}$$

مثال في تحليلات دم الأنسان البالغ يعد المدى الطبيعي للبوتاسيوم هو $(3.5 - 5.3)$ mol/L . اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم في دم الأنسان .

الحل :

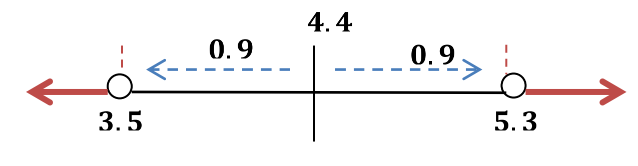
نفرض البوتاسيوم x

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واقل من القيمة الدنيا للمعدل هي : $x < 3.5$

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واكبر من القيمة العليا للمعدل هي : $x > 5.3$

المتباينة المركبة : $x > 5.3$ أو $x < 3.5$

نجد متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم



نجد منتصف المسافة بين النقطتين : $\frac{3.5+5.3}{2} = \frac{8.8}{2} = 4.4$

$4.4 - 3.5 = 0.9 \quad , \quad 5.3 - 4.4 = 0.9$

نضيف ونطرح نصف قطر المسافة :

$x < 3.5$ أو $x > 5.3 \quad \Leftrightarrow \quad x < 4.4 - 0.9$ أو $x > 4.4 + 0.9$

$x - 4.4 < -0.9$ أو $x - 4.4 > 0.9 \quad \Leftrightarrow \quad |x - 4.4| > 0.9$

تأكد من فهمك اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل التالية :

1 تعد درجة الحرارة المثلى داخل الشقق 22° سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 2° سيليزية .

الحل :

نفرض درجة الحرارة x

المتباينة المركبة تكون بالصورة :

$x \le 22 + 2$ و $x \ge 22 - 2$

$x - 22 \le 2$ و $x - 22 \ge -2$

$|x - 22| \le 2$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

2 **الزاوية القائمة تتحول الى زاوية حادة أو منفرجة اذا تحرك مؤشر الزاوية الى اليمين أو الى اليسار في الأقل درجة واحدة .**

الحل :

نفرض الزاوية x قياس الزاوية القائمة 90

المتباينة المركبة تكون بالصورة :

$x \geq 90 - 1$ و $x \leq 90 + 1$

$x - 90 \geq -1$ و $x - 90 \leq 1 \quad \Longrightarrow \quad |x - 90| \leq 1$

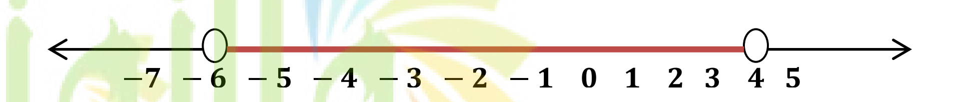
حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

3 $|\mathbf{x + 1}| < \mathbf{5}$

الحل :

$-5 < x + 1 < 5 \quad \Longrightarrow \quad -5 - 1 < x < 5 - 1$

$-6 < x < 4$



$S = \{x : -6 < x < 4\}$

---

4 $|\mathbf{y - 3}| \leq \mathbf{4}$

الحل :

$-4 \leq y - 3 \leq 4 \quad \Longrightarrow \quad -4 + 3 \leq y \leq 4 + 3 \quad \Longrightarrow \quad -1 \leq y \leq 7$

$S = \{y : -1 \leq y \leq 7\}$

−2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

---

5 $|\mathbf{3Z - 7}| \leq \mathbf{2}$

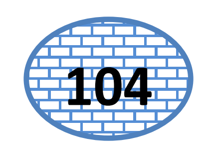
الحل :

$-2 \leq 3Z - 7 \leq 2 \quad \Longrightarrow \quad -2 + 7 \leq 3Z \leq 2 + 7 \quad \Longrightarrow \quad 5 \leq 3Z \leq 9$

$\frac{5}{3} \leq \frac{3Z}{3} \leq \frac{9}{3}$

−1 0 1 $\frac{5}{3}$ 2 3 4 5

$\frac{5}{3} \leq Z \leq 3 \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{Z : \frac{5}{3} \leq Z \leq 3\right\}$



اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

6 $|x| + 8 < 9$

الحل :

$|x| < 9 - 8 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$

$S = \{x : -1 < x < 1\}$

−2 −1 0 1 2 3 4 5

---

7 $|5y| - 2 \leq 8$

الحل :

$|5y| \leq 8 + 2 \Rightarrow |5y| \leq 10 \Rightarrow -10 \leq 5y \leq 10$

$\frac{-10}{5} \leq \frac{5y}{5} \leq \frac{10}{2} \Rightarrow -2 \leq y \leq 2$

$S = \{y : -2 \leq y \leq 2\}$

−3 −2 −1 0 1 2 3 4 5

---

8 $|6Z| + 4 < 10$

الحل :

$|6Z| < 10 - 4 \Rightarrow |6Z| < 6 \Rightarrow -6 < 6Z < 6$

$\frac{-6}{6} < \frac{6Z}{6} < \frac{6}{6} \Rightarrow -1 < Z < 1$

$S = \{Z : -1 < Z < 1\}$

−3 −2 −1 0 1 2 3 4 5

---

9 $|x + 4| > 6$

الحل :

$x + 4 > 6$ أو $x + 4 < -6$

$x > 6 - 4$ أو $x < -6 - 4$

$x > 2$ أو $x < -10$

−11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > 2\} \cup \{x : x < -10\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

10 $|y-13|>0$

الحل :

$y-13>0$ أو $y-13<0$

$y>13$ أو $y<13$

3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

$S=S_1\cup S_2=\{y: y>13\}\cup\{y: y<13\}$

---

11 $|5Z-9|>1$

الحل :

$5Z-9>1$ أو $5Z-9<-1 \Rightarrow 5Z>1+9$ أو $5Z<-1+9$

$5Z>10$ أو $5Z<8$

−3 −2 −1 0 $\frac{8}{5}$ 1 2 3 4 5

$\frac{5Z}{5}>\frac{10}{5}$ أو $\frac{5Z}{5}<\frac{8}{5}$

$Z>2$ أو $Z<\frac{8}{5} \Rightarrow S=S_1\cup S_2=\{Z: Z>2\}\cup\left\{Z: Z<\frac{8}{5}\right\}$

---

12 $|2x|+7\geq 8$

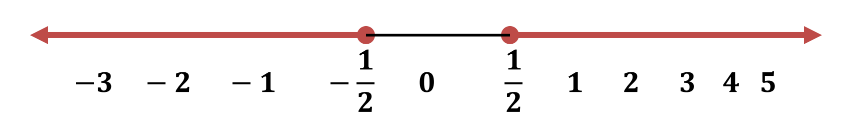
الحل :

$|2x|\geq 8-7 \Rightarrow |2x|\geq 1$

$2x\geq 1$ أو $2x\leq -1$

$\frac{2x}{2}\geq\frac{1}{2}$ أو $\frac{2x}{2}\leq\frac{-1}{2}$

$x\geq\frac{1}{2}$ أو $x\leq-\frac{1}{2} \Rightarrow S=S_1\cup S_2=\left\{x: x\geq\frac{1}{2}\right\}\cup\left\{x: x\leq-\frac{1}{2}\right\}$



13 $|4y| - 2 > 3$

الحل :

$|4y| > 3 + 2 \quad \Rightarrow \quad |4y| > 5$

$4y > 5$ أو $4y < -5$

$\frac{4y}{4} > \frac{5}{4}$ أو $\frac{4y}{4} < \frac{-5}{4}$

$y > \frac{5}{4}$ أو $y < \frac{-5}{4} \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y > \frac{5}{4}\right\} \cup \left\{y : y < \frac{-5}{4}\right\}$

$-3 \quad -2 \quad -\frac{5}{4} \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad \frac{5}{4} \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

---

14 $|8Z| + 3 \geq 11$

الحل :

$|8Z| \geq 11 - 3 \quad \Rightarrow \quad |8Z| \geq 8$

$8Z \geq 8$ أو $8Z \leq -8$

$\frac{8Z}{8} \geq \frac{8}{8}$ أو $\frac{8Z}{8} \leq \frac{-8}{8}$

$Z \geq 1$ أو $Z \leq -1 \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z \geq 1\} \cup \{Z : Z \leq -1\}$

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

---

15 $|5 - x| < 10$

الحل :

$-10 < 5 - x < 10 \quad \Rightarrow \quad -10 - 5 < -x < 10 - 5$

$-15 < -x < 5 \quad] \times (-1)$

$-5 < x < 15 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : -5 < x < 15\}$

$-6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \; 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16$

16 $|7-2y| \geq 13$

الحل :

$7-2y \geq 13$ أو $7-2y \leq -13 \quad \Rightarrow \quad -2y \geq 13-7$ أو $-2y \leq -13-7$

$-2y \geq 6$ أو $-2y \leq -20$

−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

$\frac{-2y}{-2} \leq \frac{6}{-2}$ أو $\frac{-2y}{-2} \geq \frac{-20}{-2}$

$y \leq -3$ أو $y \geq 10 \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -3\} \cup \{y : y \geq 10\}$

---

17 $|4Z-14| > 2$

الحل :

$4Z-14 > 2$ أو $4Z-14 < -2 \quad \Rightarrow \quad 4Z > 2+14$ أو $4Z < -2+14$

$4Z > 16$ أو $4Z < 12$

0 1 2 3 4 5 6 7

$\frac{4Z}{4} > \frac{16}{4}$ أو $\frac{4Z}{4} < \frac{12}{4}$

$Z > 4$ أو $Z < 3 \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 4\} \cup \{Z : Z < 3\}$

---

18 $\left|\frac{x-12}{4}\right| \leq 9$

الحل :

$-9 \leq \frac{x-12}{4} \leq 6 \quad \Rightarrow \quad -9 \leq \frac{x-12}{4} \leq 6 \quad \} \times 4$

$-9 \times 4 \leq \frac{x-12}{4} \times 4 \leq 9 \times 4$

$-36 \leq x-12 \leq 36$



$-36+12 \leq x \leq 36+12$

$24 \leq x \leq 48 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : 24 \leq x \leq 48\}$

19 $\left|\frac{6-2y}{4}\right| \geq 9$

الحل :

$\frac{6-2y}{4} \geq 9$ أو $\frac{6-2y}{4} \leq -9 \quad \Rightarrow \quad \frac{6-2y}{4} \geq 9$ أو $\frac{6-2y}{4} \leq -9 \quad \} \times 4$

$\frac{6-2y}{4} \times 4 \geq 9 \times 4$ أو $\frac{6-2y}{4} \times 4 \leq -9 \times 4$

$6-2y \geq 36$ أو $6-2y \leq -36$

−16 − 15 − 14 − 13 0 20 21 22

$-2y \geq 36-6$ أو $-2y \leq -36-6$

$-2y \geq 30$ أو $-2y \leq -42$

$\frac{-2y}{-2} \leq \frac{30}{-2}$ أو $\frac{-2y}{-2} \geq \frac{-42}{-2} \quad \Rightarrow \quad y \leq -15$ أو $y \geq 21$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -15\} \cup \{y : y \geq 21\}$

---

20 $\left|\frac{Z-1}{4}\right| \leq 3$

الحل :

$-3 \leq \frac{Z-1}{4} \leq 3 \quad \Rightarrow \quad -3 \leq \frac{Z-1}{4} \leq 3 \quad \} \times 4$

$-3 \times 4 \leq \frac{Z-1}{4} \times 4 \leq 3 \times 4$

$-12 \leq Z-1 \leq 12$



−13 − 12 − 11 − 10 0 11 12 13 14 15

$-12+1 \leq Z \leq 12+1$

$-11 \leq Z \leq 13$

$S = \{Z : -11 \leq Z \leq 13\}$

تدرب وحل التمرينات

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل الآتية :

21 **يجب أن تبقى درجة الحرارة داخل الثلاجة $8°$ سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز $0.5°$ سليزية . اكتب مدى درجة الحرارة المثالية في داخل الثلاجة .**

الحل : نفرض درجة الحرارة المثالية x

$x \leq 8 + 0.5$ و $x \geq 8 - 0.5$

$x - 8 \leq 0.5$ و $x - 8 \geq -0.5 \quad \Longrightarrow \quad -0.5 \leq x - 8 \leq 0.5$

$|x - 8| \leq 0.5$

---

22 **درجة غليان الماء $100°$ سليزية عند مستوى سطح البحر وتزداد وتنقص في المناطق الجبلية والوديان بما لا يتجاوز $20°$ سليزية . اكتب مدى التذبذب في درجة غليان الماء .**

الحل : نفرض درجة غليان الماء x

$x \leq 100 + 20$ و $x \geq 100 - 20$

$x - 100 \leq 20$ و $x - 100 \geq -20 \quad \Longrightarrow \quad -20 \leq x - 100 \leq 20$

$|x - 100| \leq 20$

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

23 $|x + 3| < 6$

الحل :

$-6 < x + 3 < 6 \quad \Longrightarrow \quad -6 - 3 < x < 6 - 3$

$-9 < x < 3 \quad \Longrightarrow \quad S = \{x : -9 < x < 3\}$

---

24 $|Z - 5| \leq 2$

الحل :

$-2 \leq Z - 5 \leq 2 \quad \Longrightarrow \quad -2 + 5 \leq Z \leq 2 + 5$

$3 \leq Z \leq 7 \quad \Longrightarrow \quad S = \{Z : 3 \leq Z \leq 7\}$

25 $|x| - 6 < 5$

الحل :

$|x| < 5 + 6 \quad \Rightarrow \quad |x| < 11$

$-11 < x < 11 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : -11 < x < 11\}$

---

26 $|2Z| - 5 < 2$

الحل :

$|2Z| < 2 + 5 \quad \Rightarrow \quad |2Z| < 7 \quad \Rightarrow \quad -7 < 2Z < 7$

$\frac{-7}{2} < \frac{2Z}{2} < \frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{-7}{2} < Z < \frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{Z : \frac{-7}{2} < Z < \frac{7}{2}\right\}$

---

27 $|x + 3| > \frac{1}{3}$

الحل :

$x + 3 > \frac{1}{3}$ أو $x + 3 < -\frac{1}{3} \quad \} \times 3$

$3(x + 3) > \frac{1}{3} \times 3$ أو $3(x + 3) < -\frac{1}{3} \times 3$

$3x + 9 > 1$ أو $3x + 9 < -1 \quad \Rightarrow \quad 3x > 1 - 9$ أو $3x < -1 - 9$

$3x > -8$ أو $3x < -10$

$\frac{3x}{3} > \frac{-8}{3}$ أو $\frac{3x}{3} < \frac{-10}{3} \quad \Rightarrow \quad x > \frac{-8}{3}$ أو $x < \frac{-10}{3}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{x : x > \frac{-8}{3}\right\} \cup \left\{x : x < \frac{-10}{3}\right\}$

28 $|y-3| \geq \frac{1}{3}$

الحل :

$$y-3 \geq \frac{1}{3} \text{ أو } y-3 \leq -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad y-3 \geq \frac{1}{3} \text{ أو } y-3 \leq -\frac{1}{3} \quad \} \times 3$$

$$3(y-3) \geq \frac{1}{3} \times 3 \text{ أو } 3(y-3) \leq -\frac{1}{3} \times 3$$

$$3y-9 \geq 1 \text{ أو } 3y-9 \leq -1$$

$$3y \geq 1+9 \text{ أو } 3y \leq -1+9 \quad \Rightarrow \quad 3y \geq 10 \text{ أو } 3y \leq 8$$

$$\frac{3y}{3} \geq \frac{10}{3} \text{ أو } \frac{3y}{3} \leq \frac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad y \geq \frac{10}{3} \text{ أو } y \leq \frac{8}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y \geq \frac{10}{3}\right\} \cup \left\{y : y \leq \frac{8}{3}\right\}$$

---

29 $|7x+7| > 0$

الحل :

$$7x+7 > 0 \text{ أو } 7x+7 < 0 \quad \Rightarrow \quad 7x > -7 \text{ أو } 7x < -7$$

$$\frac{7x}{7} > \frac{-7}{7} \text{ أو } \frac{7x}{7} < \frac{-7}{7} \quad \Rightarrow \quad x > -1 \text{ أو } x < -1$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > -1\} \cup \{x : x < -1\}$$

---

30 $2|x| - 7 \geq 1$

الحل :

$$2|x| \geq 1+7 \quad \Rightarrow \quad 2|x| \geq 8 \quad \Rightarrow \quad \frac{2|x|}{2} \geq \frac{8}{2}$$

$$|x| \geq 4 \quad \Rightarrow \quad x \geq 4 \text{ أو } x \leq -4 \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \geq 4\} \cup \{x : x \leq -4\}$$

31 $|9y| - 6 > 3$

الحل :

$|9y| > 3 + 6 \quad \Rightarrow \quad |9y| > 9 \quad \Rightarrow \quad 9y > 9$ أو $9y < -9$

$\frac{9y}{9} > \frac{9}{9}$ أو $\frac{9y}{9} < \frac{-9}{9} \quad \Rightarrow \quad y > 1$ أو $y < -1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y > 1\} \cup \{y : y < -1\}$

---

32 $|11Z| - 2 \geq 9$

الحل :

$|11Z| \geq 9 + 2 \quad \Rightarrow \quad |11Z| \geq 11 \quad \Rightarrow \quad 11Z \geq 11$ أو $11Z \leq -11$

$\frac{11Z}{11} \geq \frac{11}{11}$ أو $\frac{11Z}{11} \leq \frac{-11}{11} \quad \Rightarrow \quad Z \geq 1$ أو $Z \leq -1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z \geq 1\} \cup \{Z : Z \leq -1\}$

---

33 $|1 - x| < 1$

الحل :

$-1 < 1 - x < 1 \quad \Rightarrow \quad -1 - 1 < -x < 1 - 1 \quad \Rightarrow \quad -2 < -x < 0 \quad \} \times (-1)$

$0 < x < 2 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : 0 < x < 2\}$

---

34 $|4 - 2y| \geq 11$

الحل :

$4 - 2y \geq 11$ أو $4 - 2y \leq -11 \quad \Rightarrow \quad -2y \geq 11 - 4$ أو $-2y \leq -11 - 4$

$-2y \geq 7$ أو $-2y \leq -15$

$\frac{-2y}{-2} \leq \frac{7}{-2}$ أو $\frac{-2y}{-2} \geq \frac{-15}{-2} \quad \Rightarrow \quad y \leq -\frac{7}{2}$ أو $y \geq \frac{15}{2}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y \leq -\frac{7}{2}\right\} \cup \left\{y : y \geq \frac{15}{2}\right\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

35 $\left|\frac{4}{5}Z-1\right|>\frac{4}{5}$

الحل :

$\frac{4}{5}Z-1>\frac{4}{5}$ أو $\frac{4}{5}Z-1<-\frac{4}{5}$ $\}\times 5$

$\frac{4}{5}Z\times 5-1\times 5>\frac{4}{5}\times 5$ أو $\frac{4}{5}Z\times 5-1\times 5<-\frac{4}{5}\times 5$

$4Z-5>4$ أو $4Z-5<-4 \quad \Rightarrow \quad 4Z>4+5$ أو $4Z<-4+5$

$4Z>9$ أو $4Z<1$

$\frac{4Z}{4}>\frac{9}{4}$ أو $\frac{4Z}{4}<\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad Z>\frac{9}{4}$ أو $Z<\frac{1}{4}$

$S=S_1\cup S_2=\left\{Z: Z>\frac{9}{4}\right\}\cup\left\{Z: Z<\frac{1}{4}\right\}$

---

36 $\left|\frac{8-2y}{4}\right|\geq 3$

الحل :

$\frac{8-2y}{4}\geq 3$ أو $\frac{8-2y}{4}\leq -3$ $\}\times 4$

$\frac{8-2y}{4}\times 4\geq 3\times 4$ أو $\frac{8-2y}{4}\times 4\leq -3\times 4$

$8-2y\geq 12$ أو $8-2y\leq -12 \quad \Rightarrow \quad -2y\geq 12-8$ أو $-2y\leq -12-8$

$-2y\geq 4$ أو $-2y\leq -20$

$\frac{-2y}{-2}\leq\frac{4}{2}$ أو $\frac{-2y}{-2}\geq\frac{-20}{-2} \quad \Rightarrow \quad y\leq 2$ أو $y\geq 10$

$S=S_1\cup S_2=\{y: y\leq 2\}\cup\{y: y\geq 10\}$



37 $\left|\frac{Z-1}{7}\right| \leq 2$

الحل :

$-2 \leq \frac{Z-1}{7} \leq 2 \;\}\times 7$

$-2 \times 7 \leq \frac{Z-1}{7} \times 7 \leq 2 \times 7 \quad \Rightarrow \quad -14 \leq Z-1 \leq 14$

$-14+1 \leq Z \leq 14+1 \quad \Rightarrow \quad -13 \leq Z \leq 15$

$S = \{Z : \; -13 \leq Z \leq 15\}$

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية :

38 (مستقيم أعداد: $-7\;\; -6\;\; -5\;\; -4\;\; -3\;\; -2\;\; -1\;\; 0\;\; 1\;\; 2\;\; 3$)

الحل : الرسم البياني يمثل تقاطع والفجوة فارغة .

$-6 < x < 2$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-6+2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ ثم نطرح (-2) من جميع المتباينة :

$-6 < x < 2 \quad \Rightarrow \quad -6-(-2) < x-(-2) < 2-(-2)$

$-4 < x+2 < 4 \quad \Rightarrow \quad |x+2| < 4$

---

39 (مستقيم أعداد: $-5\;\; -4\;\; -3\;\; -2\;\; -1\;\; 0\;\; 1\;\; 2\;\; 3$)

الحل : الرسم البياني يمثل التقاطع (و)

$-4 \leq x \leq 2$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ ثم نطرح (-1) من جميع المتباينة :

$-4 \leq x \leq 2 \quad \Rightarrow \quad -4-(-1) \leq x-(-1) \leq 2-(-1)$

$-3 \leq x+1 \leq 3 \quad \Rightarrow \quad |x+1| \leq 3$

40

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

الحل : الرسم البياني يمثل اتحاد (أو)

المتباينة $x > -2$ أو $x < 4$

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$ ثم نطرح (1) من جميع المتباينة :

$x > -2$ أو $x < 4 \quad \Rightarrow \quad x - 1 > -2 - 1$ أو $x - 1 < 4 - 1$

$x - 1 > -3$ أو $x - 1 < 3 \quad \Rightarrow \quad |x - 1| > 3$

41

$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

الحل : الرسم البياني يمثل اتحاد (أو)

المتباينة $x \geq -4$ أو $x \leq -2$

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$ ثم نطرح (-3) من جميع المتباينة :

$x \geq -4$ أو $x \leq -2 \quad \Rightarrow \quad x - 3 \geq -4 - (3)$ أو $x - 3 \leq -2 - (-3)$

$x - 3 \geq -1$ أو $x - 3 \leq 1 \quad \Rightarrow \quad |x - 3| \geq 1$

تدرب وحل مسائل حياتية

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل كل مسألة مما يأتي :

42 **الغرير :** حيوان الغرير هو أحد أنواع الثديات ينتمي الى شعبة الحبليات ويمتلك قوائم قصيرة نوعا ما ويعيش في الحفر التي يحفرها في الأرض طول جسمه من الرأس الى الذيل يصل ما بين 68cm , 76cm . اكتب مدى طول الغرير .

الحل : نفرض طول الغرير x

المتباينة $68 < x < 76$

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{68+76}{2} = \frac{144}{2} = 72$ ثم نطرح (72) من جميع المتباينة :

$68 < x < 76 \quad \Rightarrow \quad 68 - 72 < x - 72 < 76 - 72$

$-4 < x - 72 < 4 \quad \Rightarrow \quad |x - 72| < 4$

43 **صحة :** **معدل النبض (عدد دقات القلب) الطبيعي للإنسان البالغ يتراوح بين 60 الى 90 نبضة في الدقيقة . اكتب مدى عدد الدقات غير الطبيعية لقلب الانسان .**

الحل : نفرض عدد دقات القلب غير الطبيعية x

المتباينة $x < 60$ أو $x > 90$

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{60+90}{2} = \frac{150}{2} = 75$ ثم نطرح (75) من جميع المتباينة :

$x < 60$ أو $x > 90 \Rightarrow x - 75 < 60 - 75$ أو $x - 75 > 90 - 75$

$x < -15$ أو $x > 15 \Rightarrow |x - 75| > 4$

---

44 **مواصلات :** **تطير الطائرات المدنية على ارتفاع يتراوح ما بين 8km الى 10km اذ تعد منطقة جوية معتدلة . اكتب مدى منطقة الطيران المدنية .**

الحل : نفرض مدى منطقة الطيران x

المتباينة $8 < x < 10$

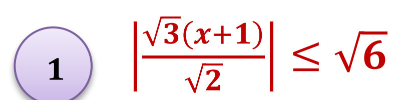
نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$ ثم نطرح (9) من جميع المتباينة :

$8 < x < 10 \Rightarrow 8 - 9 < x - 9 < 10 - 9$

$-1 < x < 1 \Rightarrow |x - 9| < 1$

فكر

45 **تحد :** **حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :**



1 $\left|\frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}}\right| \le \sqrt{6}$

الحل :

$$-\sqrt{6} \le \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \le \sqrt{6} \quad \} \times \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{6} \times \sqrt{2} \le \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \le \sqrt{6} \times \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{12} \le \sqrt{3}\,x + \sqrt{3} \le \sqrt{12}$$

$-2\sqrt{3} \leq \sqrt{3}\,x + \sqrt{3} \leq 2\sqrt{3}$

$-2\sqrt{3} - \sqrt{3} \leq \sqrt{3}\,x \leq 2\sqrt{3} - \sqrt{3}$

$-\sqrt{3} \leq \sqrt{3}\,x \leq \sqrt{3}$

$\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \leq \frac{\sqrt{3}\,x}{\sqrt{3}} \leq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$-1 \leq x \leq 1 \quad \Longrightarrow \quad S = \{x : -1 \leq x \leq 1\}$

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

---

2 $\left|\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}}\right| \geq \sqrt{15}$

الحل :

$\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \geq \sqrt{15}$ أو $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \leq -\sqrt{15}\ \} \times \sqrt{5}$

$\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} \geq \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$ أو $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} \leq -\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$

$2\sqrt{3} - \sqrt{3}\,y \geq 5\sqrt{3}$ أو $2\sqrt{3} - \sqrt{3}\,y \leq -5\sqrt{3}$

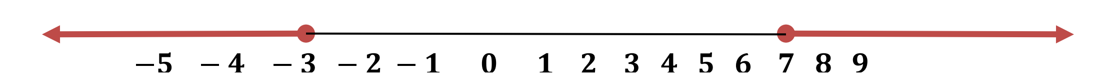
$-\sqrt{3}\,y \geq 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}\,y \leq -5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$-\sqrt{3}\,y \geq 3\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}\,y \leq -7\sqrt{3}$

$\frac{-\sqrt{3}\,y}{-\sqrt{3}} \leq \frac{3\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}$ أو $\frac{-\sqrt{3}\,y}{-\sqrt{3}} \geq \frac{-7\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}$

$y \leq -3$ أو $y \geq 7$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -3\} \cup \{y : y \geq 7\}$



$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$

46 **أصحح الخطأ :** قالت خلود أن متباينة القيمة المطلقة $|6-3y| \geq 7$ تمثل متباينة مركبة بعلاقة (و) ومجموعة الحل لها : $\left\{y : -\frac{1}{3} \leq y \leq \frac{13}{2}\right\}$. بين خطأ خلود وصححه .

الحل : المتباينة تمثل متباينة مركبة بعلاقة (أو)

$6-3y \geq 7$ أو $6-3y \leq -7 \Rightarrow -3y \geq 7-6$ أو $-3y \leq -7-6$

$-3y \geq 1$ أو $-3y \leq -13$

$\frac{-3y}{-3} \leq \frac{1}{-3}$ أو $\frac{-3y}{-3} \geq \frac{-13}{-3} \Rightarrow y \leq \frac{-1}{3}$ أو $y \geq \frac{13}{2}$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y \leq -\frac{1}{3}\right\} \cup \left\{y : y \geq \frac{13}{2}\right\}$$

---

47 **حس عددي :** اكتب مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية في مجموعة الأعداد الحقيقية :

1 $|Z| - 1 < 0$

الحل :

$|Z| < 1 \Rightarrow -1 < Z < 1 \Rightarrow S = \{Z : -1 < Z < 1\}$

---

2 $|y| > 0$

الحل :

$y > 0$ أو $y < 0$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y > 0\} \cup \{y : y < 0\}$

---

3 $|x-1| > 0$

الحل :

$x-1 > 0$ أو $x-1 < 0 \Rightarrow x > 1$ أو $x < 1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > 1\} \cup \{x : x < 1\}$

مراجعة الفصل

صفحة 30

تدريب 1 حل متباينة القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد : $|3y| - 1 \le 9$

الحل :

$$|3y| \le 9+1 \quad \Rightarrow \quad |3y| \le 10 \quad \Rightarrow \quad -10 \le 3y \le 10$$

$$\frac{-10}{3} \le \frac{3y}{3} \le \frac{10}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{-10}{3} \le y \le \frac{10}{3} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{y : -\frac{10}{3} \le y \le \frac{10}{3}\right\}$$

$-5 \quad -4 \quad -\frac{10}{3} \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \frac{10}{3} \quad 4 \quad 5$

تدريب 2 حل متباينة القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد : $\left|\frac{6-2x}{8}\right| \ge 3$

الحل :

$$\frac{6-2x}{8} \ge 3 \text{ أو } \frac{6-2x}{8} \le -3 \quad \}\times 8$$

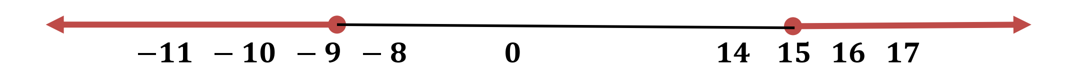
$$\frac{6-2x}{8} \times 8 \ge 3 \times 8 \text{ أو } \frac{6-2x}{8} \times 8 \le -3 \times 8$$

$$6-2x \ge 24 \text{ أو } 6-2x \le -24$$

$$-2x \ge 24-6 \text{ أو } -2x \le -24-6 \quad \Rightarrow \quad -2x \ge 18 \text{ أو } -2x \le -30$$

$$\frac{-2x}{-2} \le \frac{18}{-2} \text{ أو } \frac{-2x}{-2} \ge \frac{-30}{-2} \quad \Rightarrow \quad x \le -9 \text{ أو } x \ge 15$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \le -9\} \cup \{x : x \ge 15\}$$





اختبار الفصل

حل المتباينات المركبة ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

19 $x + 6 \geq 12$ و $x + 6 < 20$

الحل :

$x \geq 12 - 6$ و $x < 20 - 6$



$x \geq 6$ و $x < 14$

$6 \leq x < 14 \quad \Longrightarrow \quad S = \{x : 6 \leq x < 14\}$

---

20 $y - 2 < 9$ و $y - 2 > -12$

الحل :

$y < 9 + 2$ و $y > -12 + 2 \quad \Longrightarrow \quad y < 11$ و $y > -10 \quad \Longrightarrow \quad 11 < y < -10$

$S = \{y : 11 < y < -10\}$

−11 −10 −9 0 10 11 12

---

21 $\frac{1}{16} < \frac{Z+2}{2} \leq \frac{1}{8}$

الحل :

$$\frac{1}{16} < \frac{Z+2}{2} \leq \frac{1}{8} \quad \} \times 16$$

$$\frac{1}{16} \times 16 < \frac{Z+2}{2} \times 16 \leq \frac{1}{8} \quad \times 16$$

$$1 < 8(Z+2) \leq 2$$

$$1 < 8Z + 16 \leq 2$$

$$1 - 16 < 8Z \leq 2 - 16 \quad \Longrightarrow \quad -15 < 8Z \leq -14$$

$-3 \quad -2 \quad -\frac{15}{8} \quad -\frac{7}{4} \quad -1 \quad 0 \quad 1$

$$\frac{-15}{8} < \frac{8Z}{8} \leq \frac{-14}{8} \quad \Rightarrow \quad \frac{-15}{8} < Z \leq \frac{-7}{4}$$

$$S = \left\{Z : \frac{-15}{8} < Z \leq \frac{-7}{4}\right\}$$

---

22 $Z - 1 < -9$ أو $Z - 1 > 5$

الحل :

$Z - 1 < -9$ أو $Z - 1 > 5 \quad \Rightarrow \quad Z < -9 + 1$ أو $Z > 5 + 1$

$Z < -8$ أو $Z > 6$

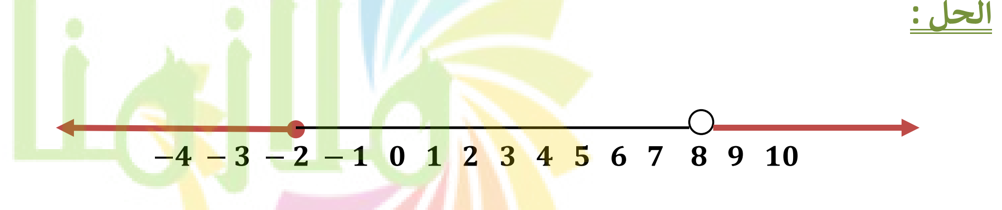
$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z < -8\} \cup \{Z : Z > 6\}$

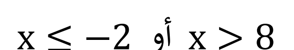
---

23 $x - 3 \leq -5$ أو $x - 3 > 5$

الحل :

$x \leq -5 + 3$ أو $x > 5 + 3$





$x \leq -2$ أو $x > 8$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \leq -2\} \cup \{x : x > 8\}$

---

24 $7t - 5 > -1$ أو $7t - 5 \leq -14$

الحل :

$7t > -1 + 5$ أو $7t \leq -14 + 5$

$7t > 4$ أو $7t \leq -9$

$\frac{7t}{7} > \frac{4}{7}$ أو $\frac{7t}{7} < \frac{-9}{7}$

$t > \frac{4}{7}$ أو $t < \frac{-9}{7} \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \left\{t : t > \frac{4}{7}\right\} \cup \left\{t : t < -\frac{9}{7}\right\}$

25 $\mathbf{y \leq 0}$ أو $\mathbf{y + 7 \geq 16}$

الحل :

$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10$

$y \leq 0$ أو $y \geq 16 - 7$

$y \leq 0$ أو $y \geq 9 \quad \Longrightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq 0\} \cup \{y : y \geq 9\}$

---

26 $\mathbf{\frac{2n}{15} < -\frac{1}{3}}$ أو $\mathbf{\frac{2n}{15} \geq \frac{1}{5}}$

الحل :

$\frac{2n}{15} < -\frac{1}{3}$ أو $\frac{2n}{15} \geq \frac{1}{5} \quad \} \times 15$

$\frac{2n}{15} \times 15 < -\frac{1}{3} \times 15$ أو $\frac{2n}{15} \times 15 \geq \frac{1}{5} \times 15$

$2n < -5$ أو $2n \geq 3$

$-3 \quad -\frac{5}{2} \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad \frac{3}{2} \quad 2 \quad 3 \quad 4$

$\frac{2n}{2} < \frac{-5}{2}$ أو $\frac{2n}{2} \geq \frac{3}{2} \quad \Longrightarrow \quad n < \frac{-5}{2}$ أو $n \geq \frac{3}{2}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{n : n < -\frac{5}{2}\right\} \cup \left\{n : n \geq \frac{3}{2}\right\}$

---

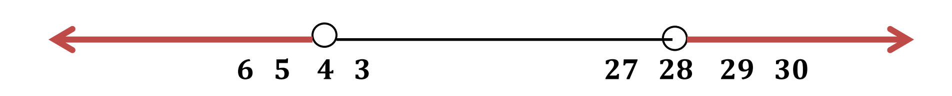
27 $\mathbf{\frac{y}{3} < 1\frac{1}{3}}$ أو $\mathbf{\frac{y}{3} > 9\frac{1}{3}}$

الحل :

$\frac{y}{3} < \frac{4}{3}$ أو $\frac{y}{3} > \frac{28}{3} \quad \} \times 3 \quad \Longrightarrow \quad \frac{y}{3} \times 3 < \frac{4}{3} \times 3$ أو $\frac{y}{3} \times 3 > \frac{28}{3} \times 3$

$y < 4$ أو $y > 28$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 4\} \cup \{y : y > 28\}$



اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث اذا كان طولا ضلعي المثلث معلومين :

28 **4cm , 9cm**

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $4 , 9 , x$

$4 + 9 > x \Rightarrow 13 > x$ الضلع الثالث أصغر من 13

$9 + x > 4 \Rightarrow x > 4 - 9 \Rightarrow x > -5$ لا يعطي معلومات مفيدة

$4 + x > 9 \Rightarrow x > 9 - 4 \Rightarrow x > 5$ الضلع الثالث اكبر من 5

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $5 < x < 13$

---

29 **5cm , 12cm**

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $5 , 12 , x$

$5 + 12 > x \Rightarrow 17 > x$ الضلع الثالث أصغر من 17

$12 + x > 5 \Rightarrow x > 5 - 12 \Rightarrow x > -7$ لا يعطي معلومات مفيدة

$5 + x > 12 \Rightarrow x > 12 - 5 \Rightarrow x > 7$ الضلع الثالث اكبر من 7

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $7 < x < 17$

---

30 **7cm , 15cm**

الحل : نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $7,15 , x$

$7 + 15 > x \Rightarrow 22 > x$ الضلع الثالث أصغر من 22

$15 + x > 7 \Rightarrow x > 7 - 15 \Rightarrow x > -8$ لا يعطي معلومات مفيدة

$7 + x > 15 \Rightarrow x > 15 - 7 \Rightarrow x > 8$ الضلع الثالث اكبر من 8

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $8 < x < 22$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

31 $|x-6| \leq 3$

الحل :

$-3 \leq x-6 \leq 3 \quad \Rightarrow \quad -3+6 \leq x \leq 3+6$

$3 \leq x \leq 9 \quad \Rightarrow \quad S=\{x: 3 \leq x \leq 9\}$

---

32 $|y|-7<1$

الحل :

$|y|<1+7 \quad \Rightarrow \quad |y|<8$

$-8<y<8 \quad \Rightarrow \quad S=\{y: -8<y<8\}$

---

33 $|3Z|-5<4$

الحل :

$|3Z|<4+5 \quad \Rightarrow \quad |3Z|<9 \quad \Rightarrow \quad -9<3Z<9$

$\frac{-9}{3}<\frac{3Z}{3}<\frac{9}{3} \quad \Rightarrow \quad -3<Z<3 \quad \Rightarrow \quad S=\{Z: -3<Z<3\}$

---

34 $|x+1|>\frac{1}{2}$

الحل :

$x+1>\frac{1}{2}$ أو $x+1<-\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x>\frac{1}{2}-1$ أو $x<-\frac{1}{2}-1$

$x>\frac{1-2}{2}$ أو $x<\frac{-1-2}{2} \quad \Rightarrow \quad x>\frac{-1}{2}$ أو $x<\frac{-3}{2}$

$S=S_1 \cup S_2=\left\{x: x>-\frac{1}{2}\right\} \cup \left\{x: x<-\frac{3}{2}\right\}$

35 $|7Z - 7| > 0$

الحل :

$7Z - 7 > 0$ أو $7Z - 7 < 0 \quad \Rightarrow \quad 7Z > 7$ أو $7Z < 7$

$\frac{7Z}{7} > \frac{7}{7}$ أو $\frac{7Z}{7} < \frac{7}{7} \quad \Rightarrow \quad Z > 1$ أو $Z < 1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 1\} \cup \{Z : Z < 1\}$

---

36 $6|x| - 8 \geq 3$

الحل :

$6|x| - 8 \geq 3 \quad \Rightarrow \quad 6|x| \geq 3 + 8 \quad \Rightarrow \quad 6|x| \geq 12$

$\frac{6|x|}{6} \geq \frac{12}{6} \quad \Rightarrow \quad |x| \geq 2$

$x \geq 2$ أو $x \leq -2 \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \geq 2\} \cup \{x : x \leq -2\}$

---

37 $|3y| - 2 > 9$

الحل :

$|3y| - 2 > 9 \quad \Rightarrow \quad |3y| > 9 + 2 \quad \Rightarrow \quad |3y| > 11$

$3y > 11$ أو $3y < -11$

$\frac{3y}{3} > \frac{11}{3}$ أو $\frac{3y}{3} < -\frac{11}{3}$

$y > \frac{11}{3}$ أو $y < -\frac{11}{3}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y > \frac{11}{3}\right\} \cup \left\{y : y < -\frac{11}{3}\right\}$

38 $|8Z| - 1 \geq 8$

الحل :

$|8Z| \geq 8 + 1 \quad \Rightarrow \quad |8Z| \geq 9$

$8Z \geq 9$ أو $8Z \leq -9$

$\frac{8Z}{8} \geq \frac{9}{8}$ أو $\frac{8Z}{8} \leq -\frac{9}{8} \quad \Rightarrow \quad Z \geq \frac{9}{8}$ أو $Z \leq -\frac{9}{8}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{Z : Z \geq \frac{9}{8}\right\} \cup \left\{Z : Z \leq -\frac{9}{8}\right\}$

---

39 $|7 - x| < 9$

الحل :

$-9 < 7 - x < 9 \quad \Rightarrow \quad -9 - 7 < -x < 9 - 7$

$-16 < -x < 2 \;\} \times (-1) \quad \Rightarrow \quad -2 < x < 16 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : \; -2 < x < 16\}$

---

40 $|4 - 3y| \geq 14$

الحل :

$4 - 3y \geq 14$ أو $4 - 3y \leq -14 \quad \Rightarrow \quad -3y \geq 14 - 4$ أو $-3y \leq -14 - 4$

$-3y \geq 10$ أو $-3y \leq -18$

$\frac{-3y}{-3} \leq \frac{10}{-3}$ أو $\frac{-3y}{-3} \geq \frac{-18}{-3}$

$y \leq -\frac{10}{3}$ أو $y \geq 6$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y \leq -\frac{10}{3}\right\} \cup \{y : y \geq 6\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

41 $\left|\frac{6-3y}{9}\right| \geq 5$

الحل :

$\frac{6-3y}{9} \geq 5$ أو $\frac{6-3y}{9} \leq -5 \ \} \times 9$

$\frac{6-3y}{9} \times 9 \geq 5 \times 9$ أو $\frac{6-3y}{9} \times 9 \leq -5 \times 9$

$6-3y \geq 45$ أو $6-3y \leq -45 \quad \Rightarrow \quad -3y \geq 45-6$ أو $-3y \leq -45-6$

$-3y \geq 39$ أو $-3y \leq -51$

$\frac{-3y}{-3} \leq \frac{39}{-3}$ أو $\frac{-3y}{-3} \geq \frac{-51}{-3} \quad \Rightarrow \quad y \leq -13$ أو $y \geq 17$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -13\} \cup \{y : y \geq 17\}$

---

42 $\left|\frac{Z-1}{9}\right| \leq 3$

الحل :

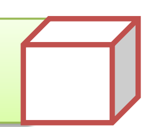
$-3 \leq \frac{Z-1}{9} \leq 3 \ \} \times 9 \quad \Rightarrow \quad -3 \times 9 \leq \frac{Z-1}{9} \times 9 \leq 3 \times 9$

$-27 \leq Z-1 \leq 27$

$-27+1 \leq Z \leq 27+1$

$-26 \leq Z \leq 28$

$S = \{Z : -26 \leq Z \leq 28\}$



الاختيار من متعدد/ المتباينات المركبة

صفحة 101

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

1 $|y - 8| < 13$

a) $5 < y < -21$ b) $-5 \leq y \leq -21$ **c) $-5 < y < 21$** d) $-5 < y \leq 21$

الحل :

$-13 < y - 8 < 13 \quad \Rightarrow \quad -13 + 8 < y < 13 + 8$

$-5 < y < 21 \quad \Rightarrow \quad S = \{y : -5 < y < 21\}$

---

2 $|x - 4| \leq 15$

a) $11 \leq x \leq -19$ **b) $-11 \leq x \leq 19$** c) $11 \leq x \leq 19$ d) $-11 < x < 19$

الحل :

$-15 \leq x - 4 \leq 15 \quad \Rightarrow \quad -15 + 4 \leq x \leq 15 + 4$

$-11 \leq x \leq 19 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : -11 \leq x \leq 19\}$

---

3 $|3Z| - 7 < 1$

a) $-\frac{8}{3} \leq Z < \frac{8}{3}$ b) $-\frac{8}{3} < Z \leq \frac{8}{3}$ c) $-\frac{8}{3} \leq Z \leq \frac{8}{3}$ **d) $-\frac{8}{3} < Z < \frac{8}{3}$**

الحل :

$|3Z| < 1 + 7 \quad \Rightarrow \quad |3Z| < 8 \quad \Rightarrow \quad -8 < 3Z < 8$

$$-\frac{8}{3} < \frac{3Z}{3} < \frac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad -\frac{8}{3} < Z < \frac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{Z : -\frac{8}{3} < Z < \frac{8}{3}\right\}$$

---

4 $|3-x|<3$

a) $-6<x<0$ b) $0<x<6$ c) $-6<x<6$ d) $0\le x\le 6$

الحل :

$-3<3-x<3 \quad \Rightarrow \quad -3-3<-x<3-3$

$-6<-x<0 \quad \}\times(-1)$

$0<x<6 \quad \Rightarrow \quad S=\{x:0<x<6\}$

---

5 $|5t-5|>0$ a) $t\le 1$ أو $t>1$ b) $t\ge 1$ أو $t<-1$

c) $t>1$ أو $t<1$ d) $t>-1$ أو $t<-1$

الحل :

$5t-5>0$ أو $5t-5<0 \quad \Rightarrow \quad 5t>5$ أو $5t<5$

$\frac{5t}{5}>\frac{5}{5}$ أو $\frac{5t}{5}<\frac{5}{5} \quad \Rightarrow \quad t>1$ أو $t<1$

$S=S_1\cup S_2=\{t:t>1\}\cup\{t:t<1\}$

---

6 $7|y|-2\ge 3$

a) $\left\{y:y\le\frac{7}{5}\right\}\cup\left\{y:y\ge-\frac{7}{5}\right\}$ b) $\left\{y:y\ge\frac{5}{7}\right\}\cup\left\{y:y\le-\frac{5}{7}\right\}$

c) $\left\{y:y>\frac{7}{5}\right\}\cup\left\{y:y<-\frac{7}{5}\right\}$ d) $\left\{y:y\ge-\frac{5}{7}\right\}\cup\left\{y:y\le\frac{5}{7}\right\}$

الحل :

$7|y|\ge 3+2 \quad \Rightarrow \quad 7|y|\ge 5$

$\frac{7|y|}{7}\ge\frac{5}{7} \quad \Rightarrow \quad |y|\ge\frac{5}{7}$

$y\ge\frac{5}{7}$ أو $y\le-\frac{5}{7}$

$S=S_1\cup S_2=\left\{y:y\ge\frac{5}{7}\right\}\cup\left\{y:y\le-\frac{5}{7}\right\}$

7 $|v-3| \geq \frac{1}{2}$

a) $v \leq \frac{7}{2}$ أو $v \leq -\frac{5}{7}$　　b) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \geq -\frac{5}{7}$

c) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \leq \frac{5}{7}$　　d) $v \leq \frac{7}{2}$ أو $v \geq -\frac{5}{7}$

الحل :

$$v-3 \geq \frac{1}{2} \text{ أو } v-3 \leq \frac{-1}{2} \quad \Rightarrow \quad v \geq \frac{1}{2}+3 \text{ أو } v \leq \frac{-1}{2}+3$$

$$v \geq \frac{1+6}{2} \text{ أو } v \leq \frac{-1+6}{2} \quad \Rightarrow \quad v \geq \frac{7}{2} \text{ أو } v \leq \frac{5}{2}$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{v : v \geq \frac{7}{2}\right\} \cup \left\{v : v \leq \frac{5}{2}\right\}$$

---

8 $|6-3y| \geq 9$

a) $y \leq 1$ أو $y \geq -5$　　b) $y < -1$ أو $y > 5$

c) $y > -1$ أو $y < -5$　　d) $y \leq -1$ أو $y \geq 5$

الحل :

$$6-3y \geq 9 \text{ أو } 6-3y \leq -9 \quad \Rightarrow \quad -3y \geq 9-6 \text{ أو } -3y \leq -9-6$$

$$-3y \geq 3 \text{ أو } -3y \leq -15$$

$$\frac{-3y}{-3} \leq \frac{3}{-3} \text{ أو } \frac{-3y}{-3} \geq \frac{-15}{-3} \quad \Rightarrow \quad y \leq -1 \text{ أو } y \geq 5$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -1\} \cup \{y : y \geq 5\}$$

---

9 $\left|\frac{7-2y}{3}\right| \geq 3$

a) $y \leq -1$ أو $y \geq 8$　　b) $y < -1$ أو $y \geq 8$

c) $y < -1$ أو $y > 8$　　d) $y < -1$ أو $y > 8$

الحل :

$$\frac{7-2y}{3} \geq 3 \text{ أو } \frac{7-2y}{3} \leq -3 \ \} \times 3$$

$\frac{7-2y}{3}\times 3 \geq 3\times 3$ أو $\frac{7-2y}{3}\times 3 \leq -3\times 3$

$7-2y \geq 9$ أو $7-2y \leq -9 \quad \Rightarrow \quad -2y \geq 9-7$ أو $-2y \leq -9-7$

$-2y \geq 2$ أو $-2y \leq -16$

$\frac{-2y}{-2} \leq \frac{2}{-2}$ أو $\frac{-2y}{-2} \geq \frac{-16}{-2} \quad \Rightarrow \quad y \leq -1$ أو $y \geq 8$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -1\} \cup \{y : y \geq 8\}$

---

10 $\left|\frac{Z-1}{7}\right| \leq 2$ **a)** $-13 < Z \leq 15$ **b)** $-13 \leq Z < 15$

c) $-13 \leq Z \leq 15$ **d)** $-13 < Z < 15$

الحل :

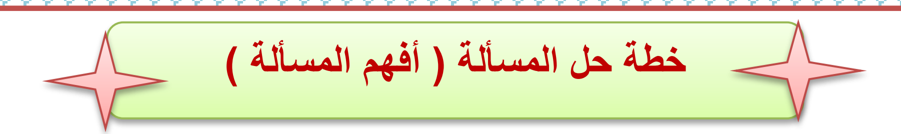
$-2 \leq \frac{Z-1}{7} \leq 2 \quad \} \times 7$

$-2\times 7 \leq \frac{Z-1}{7}\times 7 \leq 2\times 7$

$-14 \leq Z-1 \leq 14 \quad \Rightarrow \quad -14+1 \leq Z \leq 14+1$

$-13 \leq Z \leq 15$

$S = \{Z : -13 \leq Z \leq 15\}$



مثال **أظهرت دراسة مسحية أن 62% من الشباب يمارسون رياضة كرة القدم فاذا كان هامش الخطأ هو 4 نقاط . فجد مدى النسبة المئوية للشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم .**

الحل :

نفرض النسبة المئوية للشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم هو x

$|x-62| \leq 4 \quad \Longrightarrow \quad -4 \leq x-62 \leq 4$

$-4+62 \leq x \leq 4+62$

$58 \leq x \leq 66 \quad \Longrightarrow \quad S=\{x: 58 \leq x \leq 66\}$

مسائل

حل المسائل التالية باستراتيجية (أفهم المسألة)

1 سمك السلمون : **متوسط عمر سمك السلمون من سنتين الى ثماني سنوات كما أنه يكون مهددا بالخطر عند ارتفاع درجة حرارة المياه فهو يعيش في درجة حرارة تتراوح بين 20 درجة سيليزية الى 23 درجة . اكتب متباينة تمثل درجة المياه التي لا يعيش فيها سمك السلمون .**

الحل :

نفرض درجة حرارة المياه هي x

المتباينة التي تمثل درجة المياه التي لا يعيش فيه سمك السلمون هي :

$x<20$ أو $x>23$

$S=S_1 \cup S_2=\{x: x<20\} \cup\{x: x>23\}$

2 **دب الباندا :** **الباندا العملاقة هو نوع مختلف عن باقي الدببة فهي تمتلك فروا يختلف لونه في بعض المناطق فجسمها كله أبيض عدا الأذنين والعينين والساقين والذراعين والكتفين فهي أسود وتلد الأنثى صغيرا واحدا أو اثنين ويحتاج الصغير الى حليب أمه لأكثر من (6 الى 14) مرة في اليوم صغار الباندا العملاقة تزن بين 40kg الى 60kg في عام واحد ويعيشون مع أمهاتهم حتى سنتين من العمر . اكتب متباينة تمثل وزن صغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة .**

الحل : نفرض وزن صغير الباندا هو x

$$40 < x < 60 \qquad \Rightarrow \qquad S = \{x : 40 < x < 60\}$$

---

3 **خلية النحل :** **لاحظ أنور من خلال دراسة مسحية على خلية نحل أن 88% من ذكور النحل يطردون من الخلية في نهاية الصيف فاذا كان هامش الخطأ 3 نقاط مئوية . جد مدى النسبة المئوية لذكور النحل الذين يطردون من الخلية .**

الحل : نفرض مدى النسبة المئوية لذكور النحل الذين يطردون من الخلية هو x

$$|x - 88| \le 3 \qquad \Rightarrow \qquad -3 \le x - 88 \le 3$$

$$-3 + 88 \le x \le 3 + 88$$

$$85 \le x \le 91 \qquad \Rightarrow \qquad S = \{x : 85 \le x \le 91\}$$

---

4 **التلفريك :** **التلفريك أو المعبر الهوائي وهو من أرخص وأبسط وسائل النقل يعمل بالكهرباء ويعد واسطة نقل في الدول التي تكثر فيها الجبال والأسطح الوعرة وتلجأ اليها بعض الدول أيضا كوسيلة للترفيه ومشاهدة المناظر كما في شمال العراق . أقل سرعة لعربات التلفريك 20 km/h وأكبر سرعة 40 km/h . اكتب متباينة القيمة المطلقة تبين مدى سرعة عربات التلفريك .**

الحل : نفرض سرعة عربات التلفريك هو x

$x \ge 20$ و $x \le 40$

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{20+40}{2} = \frac{60}{2} = 30$ ثم نطرح (30) من جميع المتباينة :

$x - 30 \ge 20 - 30$ و $x - 30 \le 40 - 30$

$x - 30 \ge -10$ و $x - 30 \le 10$

متباينة القيمة المطلقة هي : $|x - 30| \le 10$

الفصل الثاني

المقادير الجبرية

الدرس [2 – 1] ضرب المقادير الجبرية .

الدرس [2 – 2] تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر .

الدرس [2 – 3] تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات .

الدرس [2 – 4] تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة .

الدرس [2 – 5] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين .

الدرس [2 – 6] تبسيط المقادير الجبرية النسبية .

الدرس [2 – 7] خطة حل المسألة (الخطوات الأربع) .

ضرب المقادير الجبرية

فكرة الدرس

ضرب مقدار جبري في مقدار جبري يمثل حالات خاصة

المفردات

- مربع مجموع
- مربع فرق
- مكعب مجموع
- مكعب فرق

ضرب مقدارين جبريين كل منهما من حدين

ملاحظة : اذا كان المقدار بالصورة $(a+b)^2$ أو $(a-b)^2$ يمكن التبسيط بطريقتين :

1) يمكن كتابة المقدار بالصورة $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ أو $(a-b)^2=(a-b)(a-b)$
حيث نقوم بتوزيع القوس الأول على القوس الثاني ومن ثم جمع أو طرح الحدود المتشابهة .

2) حسب قانون المربع الكامل : $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

مثال جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1 الطريقة الأولى

$$(x+y)^2=(x+y)(x+y)=x(x+y)+y(x+y)$$
$$=x^2+xy+yx+y^2=x^2+2xy+y^2$$

الطريقة الثانية المربع الكامل

$$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

2 الطريقة الأولى

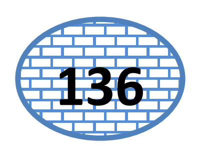
$$(x-y)^2=(x-y)(x-y)=x(x-y)-y(x-y)$$
$$=x^2-xy-yx+y^2=x^2-2xy+y^2$$

الطريقة الثانية المربع الكامل

$$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$$

3

$$(x+3)(x+5)=x(x+5)+3(x+5)=x^2+5x+3x+15$$
$$=x^2+8x+15$$



اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

4 $(x+2)(x-6) = x(x-6) + 2(x-6) = x^2 - 6x + 2x - 12$

$= x^2 - 4x - 12$

5 $(x-1)(x-4) = x(x-4) - 1(x-4) = x^2 - 4x - x + 4$

$= x^2 - 5x + 4$

6 الطريقة الأولى $(Z+3)^2 = (Z+3)(Z+3) = Z(Z+3) + 3(Z+3)$

$= Z^2 + 3Z + 3Z + 9 = Z^2 + 6Z + 9$

الطريقة الثانية المربع الكامل $(Z+3)^2 = Z^2 + 6Z + 9$

7 الطريقة الأولى $(h-5)^2 = (h-5)(h-5) = h(h-5) - 5(h-5)$

$= h^2 - 5h - 5h + 25 = h^2 - 10h + 25$

الطريقة الثانية المربع الكامل $(h-5)^2 = h^2 - 10h + 25$

8 $(3y+1)(y+2) = 3y(y+2) + 1(y+2) = 3y^2 + 6y + y + 2$

$= 3y^2 + 7y + 2$

ملاحـــظة : اذا كان المقدار بالصورة $(a-b)(a+b)$ يتم التبسيط بطريقتين :

1) توزيع القوس الأول على القوس الثاني ومن ثم جمع أو طرح الحدود المتشابهة .

2) القوسان يمثلان تحليل فرق بين مربعين يمكن حلها بالطريقة : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

مثال جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

1 الطريقة الأولى $(2x-7)(2x+7) = 2x(2x+7) - 7(2x+7)$

$= 4x^2 + 14x - 14x - 49 = 4x^2 - 49$

الطريقة الثانية $(2x-7)(2x+7) = (2x)^2 - (7)^2 = 4x^2 - 49$

2 $(v+\sqrt{2})(v-\sqrt{2}) = v^2 - (\sqrt{2})^2 = v^2 - 2$

3 $(x-y)(x+y) = x^2 - y^2$

مثال جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

1 $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

2 $(2y-5)(2y+5) = (2y)^2 - (5)^2 = 4y^2 - 25$

3 $(\sqrt{2}+Z)(\sqrt{2}-Z) = (\sqrt{2})^2 - Z^2 = 2 - Z^2$

4 $(n-\sqrt{3})(5n-\sqrt{3}) = n(5n-\sqrt{3}) - \sqrt{3}(5n-\sqrt{3})$

$$= 5n^2 - \sqrt{3}\,n - 5\sqrt{3}\,n + 3 = 5n^2 - 6\sqrt{3}\,n + 3$$

ضرب مقدار جبري من حدين في آخر من ثلاثة حدود

ملاحظــة : اذا كان المقدار بالصورة : $(a+b)(a^2+ab+b^2)$ أو $(a-b)(a^2-ab+b^2)$ يمكن تبسيطها بطريقتين :

1) نقوم بتوزيع القوس الأول على القوس الثاني ومن ثم نقوم بجمع أو طرح الحدود المتشابهة .

2) حسب قانون الفرق بين مكعبين : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

أو حسب قانون مجموع مكعبين : $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

مثال جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

1 الطريقة الأولى $(x+2)(x^2-2x+4) = x(x^2-2x+4) + 2(x^2-2x+4)$

$$= x^3 - 2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x + 8 = x^3 + 8$$

الطريقة الثانية $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 - 2^3 = x^3 + 8$

2 الطريقة الأولى $(y-3)(y^2+3y+9) = y(y^2+3y+9) - 3(y^2+3y+9)$

$$= y^3 + 3y^2 + 9y - 3y^2 - 9y - 27 = y^3 - 27$$

الطريقة الثانية $(y-3)(y^2+3y+9) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$

3 $(y+2)^3 = (y+2)(y+2)^2 = (y+2)(y^2+4y+4)$

$= y(y^2+4y+4) + 2(y^2+4y+4)$

$= y^3 + 4y^2 + 4y + 2y^2 + 8y + 8 = y^3 + 6y^2 + 12y + 8$

4 $(Z-3)^3 = (Z-3)(Z-3)^2 = (Z-3)(Z^2-6Z+9)$

$= Z(Z^2-6Z+9) - 3(Z^2-6Z+9)$

$= Z^3 - 6Z^2 + 9Z - 3Z^2 + 18Z - 27 = Z^3 - 9Z^2 + 27Z - 27$

مثال جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

1 $(2v+5)(4v^2-10v+25) = 2v(4v^2-10v+25) + 5(4v^2-10v+25)$

$= 8v^3 - 20v^2 + 50v + 20v^2 - 50v + 125$

$= 8v^3 + 125$ الطريقة الأولى

$(2v+5)(4v^2-10v+25) = (2v)^3 + 5^3 = 8v^3 + 125$ الطريقة الثانية

2 $\left(\frac{1}{3}-Z\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}Z+Z^2\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}Z+Z^2\right) - Z\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}Z+Z^2\right)$

$= \frac{1}{27} + \frac{1}{9}Z + \frac{1}{3}Z^2 - \frac{1}{9}Z - \frac{1}{3}Z^2 - Z^3$

$= \frac{1}{27} - Z^3$ الطريقة الأولى

$\left(\frac{1}{3}-Z\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}Z+Z^2\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - Z^3 = \frac{1}{27} - Z^3$ الطريقة الثانية

3 $(x-\sqrt[3]{2})(x^2+\sqrt[3]{2}\,x+\sqrt[3]{4}) = x(x^2+\sqrt[3]{2}\,x+\sqrt[3]{4}) - \sqrt[3]{2}(x^2+\sqrt[3]{2}\,x+\sqrt[3]{4})$

$= x^3 + \sqrt[3]{2}\,x^2 + \sqrt[3]{4}\,x - \sqrt[3]{2}\,x^2 - \sqrt[3]{4}\,x - \sqrt[3]{8}$

$= x^3 - 2$ الطريقة الأولى

$(x-\sqrt[3]{2})(x^2+\sqrt[3]{2}\,x+\sqrt[3]{4}) = x^3 - (\sqrt[3]{2})^3 = x^3 - 2$ الطريقة الثانية

4 $\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}}+v\right)\left(\sqrt[3]{\frac{9}{25}}-\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v+v^2\right)=\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\left(\sqrt[3]{\frac{9}{25}}-\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v+v^2\right)+v\left(\sqrt[3]{\frac{9}{25}}-\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v+v^2\right)$

$=\sqrt[3]{\frac{27}{125}}-\sqrt[3]{\frac{9}{25}}\,v+\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v^2+\sqrt[3]{\frac{9}{25}}\,v-\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v^2+v^3$

$=\frac{3}{5}+v^3$ الطريقة الأولى

$\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}}+v\right)\left(\sqrt[3]{\frac{9}{25}}-\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v+v^2\right)=\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\right)^3+v^3=\frac{3}{5}+v^3$ الطريقة الثانية

5 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^3=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)$

$=x\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)$

$=x^3+x^2+\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}=x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}$

6 $(y-5)^3=(y-5)(y-5)^2=(y-5)(y^2-10y+25)$

$=y(y^2-10y+25)-5(y^2-10y+25)$

$=y^3-10y^2+25y-5y^2+50y-125=y^3-15y^2+75y-125$

مثال جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

1 $(x-7)(x^2+14x+49)=x^3-7^3=x^3-343$

2 $(y-\sqrt[3]{3})(y^2+\sqrt[3]{3}\,y+3)=y^3-(\sqrt[3]{3})^3=y^3-3$

تأكد من فهمك

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

2. $(y-7)^2 = y^2 - 14y + 49$

3. $(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

4. $\left(v+\sqrt{3}\right)^2 = v^2 + 2\sqrt{3}\,v + 3$

5. $\left(\sqrt{7}-h\right)^2 = 7 - 2\sqrt{7}\,h + h^2$

6. $\left(Z+\sqrt{5}\right)\left(Z-\sqrt{5}\right) = Z^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2 = Z^2 - 5$

7. $(v+5)(v+1) = v(v+1) + 5(v+1) = v^2 + v + 5v + 5 = v^2 + 6v + 5$

8. $(x-1)(x-4) = x(x-4) - 1(x-4) = x^2 - 4x - x + 4 = x^2 - 5x + 4$

9. $(x-3)(x-2) = x(x-2) - 3(x-2) = x^2 - 2x - 3x + 6 = x^2 - 5x + 6$

10. $(3x-4)(x+5) = 3x(x+5) - 4(x+5) = 3x^2 + 15x - 4x - 20 = 3x^2 + 11x - 20$

11. $\left(\frac{1}{3}y+3\right)\left(\frac{1}{3}y+3\right) = \frac{1}{3}y\left(\frac{1}{3}y+3\right) + 3\left(\frac{1}{3}y+3\right) = \frac{1}{9}y^2 + y + y + 9 = \frac{1}{9}y^2 + 2y + 9$

12. $\left(h-\sqrt{3}\right)\left(3h-\sqrt{3}\right) = h\left(3h-\sqrt{3}\right) - \sqrt{3}\left(3h-\sqrt{3}\right) = 3h^2 - \sqrt{3}\,h - 3\sqrt{3}\,h + 3$

$$= 3h^2 - 4\sqrt{3}\,h + 3$$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

13. الطريقة الأولى $(y+2)(y^2-2y+4) = y(y^2-2y+4) + 2(y^2-2y+4)$

$$= y^3 - 2y^2 + 4y + 2y^2 - 4y + 8 = y^3 + 8$$

الطريقة الثانية $(y+2)(y^2-2y+4) = y^3 + 2^3 = y^3 + 8$

14 الطريقة الأولى $(h-5)(h^2+5h+25) = h(h^2+5h+25) - 5(h^2+5h+25)$

$= h^3+5h^2+25h-5h^2-25h-125 = h^3-125$

الطريقة الثانية $(h-5)(h^2+5h+25) = h^3-5^3 = h^3-125$

15 الطريقة الأولى $(2Z+4)(4Z^2-8Z+16) = 2Z(4Z^2-8Z+16)+4(4Z^2-8Z+16)$

$= 8Z^3-16Z^2+32Z+16Z^2-32Z+64 = 8Z^3+64$

الطريقة الثانية $(2Z+4)(4Z^2-8Z+16) = (2Z)^3+4^3 = 8Z^3+64$

16 $\left(\frac{1}{5}-x\right)\left(\frac{1}{25}+\frac{2}{5}x+x^2\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 - x^3 = \frac{1}{125}-x^3$

17 $(v-\sqrt[3]{3})(v^2+\sqrt[3]{3}\,v+\sqrt[3]{9}) = v^3-(\sqrt[3]{3})^3 = v^3-3$

18 $\left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}+m\right)\left(\sqrt[3]{\frac{4}{49}}-\sqrt[3]{\frac{2}{7}}\,m+m^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}\right)^3+m^3 = \frac{2}{7}+m^3$

19 $(x+5)^3 = (x+5)(x+5)^2 = (x+5)(x^2+10x+25)$

$= x(x^2+10x+25)+5(x^2+10x+25)$

$= x^3+10x^2+25x+5x^2+50x+125 = x^3+15x^2+75x+125$

20 $(y-4)^3 = (y-4)(y-4)^2 = (y-4)(y^2-8y+16)$

$= y(y^2-8y+16)-4(y^2-8y+16)$

$= y^3-8y^2+16y-4y^2+32y-64 = y^3-12y^2+48y-64$

21 $\left(h+\frac{1}{3}\right)^3 = \left(h+\frac{1}{3}\right)\left(h+\frac{1}{3}\right)^2 = \left(h+\frac{1}{3}\right)\left(h^2+\frac{2}{3}h+\frac{1}{9}\right)$

$= h\left(h^2+\frac{2}{3}h+\frac{1}{9}\right)+\frac{1}{3}\left(h^2+\frac{2}{3}h+\frac{1}{9}\right)$

$= h^3+\frac{2}{3}h^2+\frac{1}{9}h+\frac{1}{3}h^2+\frac{2}{9}h+\frac{1}{27} = h^3+\frac{3}{3}h^2+\frac{3}{9}h+\frac{1}{27}$

$= h^3+h^2+\frac{1}{3}h+\frac{1}{27}$

22 $(v-\sqrt{3})^3 = (v-\sqrt{3})(v-\sqrt{3})^2 = (v-\sqrt{3})(v^2-2\sqrt{3}\,v+3)$

$= v(v^2-2\sqrt{3}\,v+3)-\sqrt{3}\,(v^2-2\sqrt{3}\,v+3)$

$= v^3-2\sqrt{3}\,v^2+3v-\sqrt{3}\,v^2+6v-3\sqrt{3} = v^3-3\sqrt{3}\,v^2+9v-3\sqrt{3}$

تدرب وحل التمرينات

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

23 $(v+7)^2 = v^2+14v+49$

24 $(n-6)^2 = n^2-12n+36$

25 $(y+5)(y-5) = y^2-5^2 = y^2-25$

26 $(x+\sqrt{8})^2 = x^2+2\sqrt{8}\,x+8$

27 $(\sqrt{12}-Z)^2 = 12-2\sqrt{12}\,Z+Z^2$

28 $(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6}) = y^2-(\sqrt{6})^2 = y^2-6$

29 $(8+h)(3+h) = 8(3+h)+h(3+h) = 24+8h+3h+h^2 = 24+11h+h^2$

30 $(4-y)(5-y) = 4(5-y)-y(5-y) = 20-4y-5y+y^2 = 20-9y+y^2$

31 $(9-Z)(9-Z) = 9(9-Z)-Z(9-Z) = 81-9Z-9Z+Z^2 = 81-18Z+Z^2$

32 $(2x-3)(x+9) = 3x(x+9)-3(x+9) = 3x^2+27x-3x-27 = 3x^2-24x-27$

33 $\left(\frac{1}{5}v+5\right)\left(\frac{1}{3}v+3\right) = \frac{1}{5}v\left(\frac{1}{3}v+3\right)+5\left(\frac{1}{3}v+3\right) = \frac{1}{15}v^2+\frac{3}{5}v+\frac{5}{3}v+15$

$= \frac{1}{15}v^2+\frac{34}{15}v+15$

34 $(Z-2\sqrt{7})(2Z-\sqrt{7}) = Z(2Z-\sqrt{7})-2\sqrt{7}(2Z-\sqrt{7})$

$= 2Z^2-\sqrt{7}\,Z-4\sqrt{7}\,Z+14 = 2Z^2-5\sqrt{7}\,Z+14$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

35 $(x+6)(x^2-6x+36) = x^3+6^3 = x^3+216$

36 $(y-1)(y^2+y+1) = y^3-1^3 = y^3-1$

37 $(Z-3)^3 = (Z-3)(Z-3)^2 = (Z-3)(Z^2-6Z+9)$

$= Z(Z^2-6Z+9)-3(Z^2-6Z+9) = Z^3-6Z^2+9Z-3Z^2+18Z-27$

$= Z^3-9Z^2+27Z-27$

38 $(3v+1)(9v^2-3v+1) = (3v)^3+1^3 = 27v^3+1$

39 $\left(\frac{2}{3}-r\right)\left(\frac{4}{9}+\frac{2}{3}r+r^2\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - r^3 = \frac{8}{27}-r^3$

40 $(n-1)^3 = (n-1)(n-1)^2 = (n-1)(n^2-2n+1)$

$= n(n^2-2n+1)-1(n^2-2n+1) = n^3-2n^2+n-n^2+2n-1$

$= n^3-3n^2+3n-1$

41 $(x-\sqrt[3]{4})(x^2+\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16}) = x^3-(\sqrt[3]{4})^3 = x^3-4$

42 $\left(y+\frac{1}{2}\right)^3 = \left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y^2+y+\frac{1}{4}\right)$

$= y\left(y^2+y+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(y^2+y+\frac{1}{4}\right)$

$= y^3+y^2+\frac{1}{4}y+\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2}y+\frac{1}{8} = y^3+\frac{3}{2}y^2+\frac{3}{4}y+\frac{1}{8}$

43 $(Z-\sqrt{5})^3 = (Z-\sqrt{5})(Z-\sqrt{5})^2 = (Z-\sqrt{5})(Z^2-2\sqrt{5}\,Z+5)$

$= Z(Z^2-2\sqrt{5}\,Z+5)-\sqrt{5}(Z^2-2\sqrt{5}\,Z+5)$

$= Z^3-2\sqrt{5}\,Z^2+5Z-\sqrt{5}\,Z^2+10Z-5\sqrt{5}$

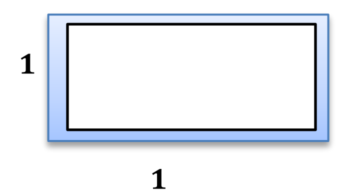
$= Z^3-3\sqrt{5}\,Z^2+15Z-5\sqrt{5}$

44 $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}+n\right)\left(\sqrt[3]{\frac{1}{25}}+\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\,n+n^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\right)^3+n^3 = \frac{1}{5}+n^3$

45 $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{9}}+\frac{1}{h}\right)\left(\sqrt[3]{\frac{1}{81}}-\sqrt[3]{\frac{1}{9}}\frac{1}{h}+\frac{1}{h^2}\right)=\left(\sqrt[3]{\frac{1}{9}}\right)^3+\left(\frac{1}{h}\right)^3=\frac{1}{9}+\frac{1}{h^2}$

تدرب وحل مسائل حياتية

46 مسبح : يعد فندق بغداد أحد الفنادق السياحية المهمة في العاصمة العراقية بغداد يبلغ طول المسبح فيه $(x+9)$ امتار وعرضه $(x+1)$ متر ومحاط بممر عرضه 1 متر . اكتب مساحة المسبح مع الممر بأبسط صورة .



الحل :

الطول $x+9+1+1=x+11$, العرض $x+1+1+1=x+3$

مساحة المسبح = الطول × العرض

$$A=(x+11)(x+3)=x(x+3)+11(x+3)=x^2+3x+11x+33=x^2+14x+33$$

47 تأريخ : تقع مدينة بابل شمال مدينة الحلة في العراق حيث عاش البابليون فيها منذ 3000 سنة قبل الميلاد تقريبا . وقد بنوا سنة 575 م بوابة عشتار التي تعد البوابة الثامنة في سور مدينة بابل . رسم وائل لوحة فنية تمثل بوابة عشتار بالأبعاد $(y-7),(y-4)$ سنتمترات . اكتب مساحة اللوحة التي رسمها وائل بأبسط صورة .

الحل :

مساحة اللوحة = الطول × العرض

$$A=(y-4)(y-7)=y(y-7)-4(y-7)=y^2-7y-4y+28=y^2-11y+28$$

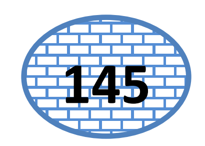
48 أسماك زينة : حوض سمك زينة مكعب الشكل طول ضلعه $(v+3)$ سنتمتر . اكتب حجم حوض الزينة بأبسط صورة .

الحل :

$$V=L^3=(v+3)^3=(v+3)(v+3)^2=(v+3)(v^2+6v+9)$$

$$=v(v^2+6v+9)+3(v^2+6v+9)=v^3+6v^2+9v+3v^2+18v+27$$

$$=v^3+9v^2 27v+27$$



فكر

49 **تحد**: جد ناتج كل مما يلي بأبسط صورة :

1) $(x+1)^2-(x-2)^2 = x^2+2x+1-(x^2-4x+4) = x^2+2x+1-x^2+4x-4$

$= 6x-3$

2) $(3y+2)(y-5)-(3y^2-10) = 3y(y-5)+2(y-5)-3y^2+10$

$= 3y^2-15y+2y-10-3y^2+10 = -13y$

50 **أصحح الخطأ** : كتبت نسرين ناتج ضرب المقدارين الجبريين كالآتي :

$$(\sqrt{5}\,h-4)(h-6) = 5h^2+10h-24$$

حدد خطأ نسرين وصححه .

الحل :

$(\sqrt{5}\,h-4)(h-6) = \sqrt{5}\,h(h-6)-4(h-6) = \sqrt{5}\,h^2-6\sqrt{5}\,h-4h+24$

$= \sqrt{5}\,h^2-(6\sqrt{6}+4)h+24$

51 **حس عددي** : أي العددين أكبر ؟ العدد $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ أم العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$. وضح اجابتك .

الحل :

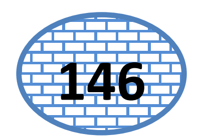
$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = 3-2\sqrt{6}+2 = 5-2\sqrt{6}$

$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{6}+2 = 5+2\sqrt{6}$

العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ أكبر من العدد $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

اكتب ناتج ضرب المقدارين الجبريين : $\left(2Z+\frac{1}{2}\right)\left(2Z-\frac{1}{2}\right)$

الحل : $\left(2Z+\frac{1}{2}\right)\left(2Z-\frac{1}{2}\right) = (2Z)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4Z^2-\frac{1}{4}$



اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

صفحة 60

مراجعة الفصل

تدريب 1 جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

1. $(Z+6)^2 = Z^2 + 12Z + 36$
2. $(4x-3)(4x+3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9$

تدريب 2 جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

1. $(5+Z)(25-5Z+Z^2) = 5^3 + Z^3 = 125 + Z^3$
2. $(y-5)^3 = (y-5)(y-5)^2 = (y-5)(y^2-10y+25)$

$$= y(y^2-10y+25) - 5(y^2-10y+25)$$

$$= y^3 - 10y^2 + 25y - 5y^2 + 50y - 125 = y^3 - 15y^2 + 75y - 125$$

صفحة 63

اختبار الفصل

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1. $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$
2. $(y-9)^2 = y^2 - 18y + 81$
3. $(Z+3)(Z-3) = Z^2 - 3^2 = Z^2 - 9$
4. $(v-\sqrt{2})(v+\sqrt{2}) = v^2 - (\sqrt{2})^2 = v^2 - 2$
5. $(2-x)(5-x) = 2(5-x) - x(5-x) = 10 - 2x - 5x + x^2 = 10 - 7x + x^2$
6. $(2y-3)(y+9) = 3y(y+9) - 3(y+9) = 3y^2 + 27y - 3y - 27 = 3y^2 + 24y - 27$
7. $\left(\frac{1}{2}y+6\right)\left(\frac{1}{3}+12\right) = \left(\frac{1}{2}y+6\right)\left(\frac{1+36}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}y+6\right)\left(\frac{37}{2}\right) = \frac{37}{4}y + 111$

8 $(\mathbf{v+4\sqrt{5}})(\mathbf{3v-\sqrt{5}}) = v(3v-\sqrt{5}) + 4\sqrt{5}(3v-\sqrt{5}) = 3v^2 - \sqrt{5}\,v + 12\sqrt{5}\,v - 20$

$= 3v^2 + 11\sqrt{5}\,v - 20$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

9 $(\mathbf{x+11})(\mathbf{x^2-11x+121}) = x^3 + 11^3 = x^3 - 1331$

10 $\left(\frac{1}{3}-y\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}y+y^2\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - y^3 = \frac{1}{27} - y^3$

11 $(\mathbf{5Z+1})(\mathbf{25Z^2-5Z+1}) = (5Z)^3 + 1^3 = 125Z^3 + 1$

12 $\left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}+x\right)\left(\sqrt[3]{\frac{4}{49}}-\sqrt[3]{\frac{2}{7}}\,x+x^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}\right)^3 + x^3 = \frac{2}{7} + x^3$

13 $(\mathbf{y-1})^3 = (y-1)(y-1)^2 = (y-1)(y^2-2y+1)$

$= y(y^2-2y+1) - 1(y^2-2y+1) = y^3 - 2y^2 + y - y^2 + 2y - 1$

$= y^3 - 3y^2 + 3y - 1$

14 $\left(Z+\frac{1}{4}\right)^3 = \left(Z+\frac{1}{4}\right)\left(Z+\frac{1}{4}\right)^2 = \left(Z+\frac{1}{4}\right)\left(Z^2+\frac{1}{2}Z+\frac{1}{16}\right)$

$= Z\left(Z^2+\frac{1}{2}Z+\frac{1}{16}\right) + \frac{1}{4}\left(Z^2+\frac{1}{2}Z+\frac{1}{16}\right)$

$= Z^3 + \frac{1}{2}Z^2 + \frac{1}{16}Z + \frac{1}{4}Z^2 + \frac{1}{8}Z + \frac{1}{64} = Z^3 + \frac{3}{4}Z^2 + \frac{3}{16}Z + \frac{1}{64}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998

صفحة 101

الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر :

1 $(x+5)^2$

a) $x^2-10x+25$ b) $x^2+10x+25$ c) $x^2+5x+25$ d) $x^2-5x+25$

2 $(2y-3)^2$

a) $4y^2-6y+9$ b) $y^2+12y+9$ c) $4y^2-12y+9$ d) y^2+6y+9

3 $(Z-\sqrt{7})^2$

a) $Z^2-7Z+49$ b) $Z^2+7Z+49$ c) $Z^2-\sqrt{7}\,Z+7$ d) $Z^2-2\sqrt{7}\,Z+7$

4 $(x+8)(x-8)$

a) x^2-64 b) x^2+64 c) x^2+16 d) x^2-16

الحل :

$$(x+8)(x-8)=x^2-8^2=x^2-64$$

5 $(3-2Z)(3+2Z)$

a) $6-4Z^2$ b) $9-4Z^2$ c) $6+4Z^2$ d) $9+4Z^2$

الحل :

$$(3-2Z)(3+2Z)=3^2-(2Z)^2=9-4Z^2$$

6 $(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6})$

a) $y^2-\sqrt{12}$ b) y^2-6 c) $y^2+\sqrt{12}$ d) y^2+6

الحل :

$$(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6})=y^2-(\sqrt{6})^2=y^2-6$$

7 $(4+Z)(3+Z)$

a) $12-7Z+Z^2$ b) $7-12Z+Z^2$ c) $7+12Z+Z^2$ d) $12+7Z+Z^2$

الحل :

$$(4+Z)(3+Z)=4(3+Z)+Z(3+Z)=12+4Z+3Z+Z^2=12+7Z+Z^2$$

8 $(6-4y)(1-3y)$

a) $6+22y+y^2$ b) $6-22y+y^2$

c) $6-22y+12y^2$ d) $6+22y+12y^2$

الحل :

$$(6-4y)(1-3y)=6(1-3y)-4y(1-3y)=6-18y-4y+12y^2=6-22y+12y^2$$

9 $(2x-3)(x+9)$

a) $2x^2+15x-27$ b) $2x^2-5x-27$

c) $2x^2-15x+27$ d) $2x^2+15x+27$

الحل :

$$(2x-3)(x+9)=2x(x+9)-3(x+9)=2x^2+18x-3x-27=2x^2+15x-27$$

10 $(y-2)(y^2+2y+4)$ a) y^3+8 b) y^3-8 c) y^3-4 d) y^3-16

الحل :

$$(y-2)(y^2+2y+4)=y^3-2^3=y^3-8$$

11 $(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)$ a) Z^3+1 b) Z^3-1 c) $8Z^3+1$ d) $8Z^3-1$

الحل :

$$(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)=(2Z)^3+1^3=8Z^3+1$$

12 $\left(\frac{1}{3}-x\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}x+x^2\right)$ a) $\frac{1}{27}-x^3$ b) $\frac{1}{27}+x^3$ c) $\frac{1}{9}+x^3$ d) $\frac{1}{9}-x^3$

الحل :

$$\left(\frac{1}{3}-x\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}x+x^2\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^3-x^3=\frac{1}{27}-x^3$$

13 $(Z-2)^3$

a) $Z^3+6Z^2+12Z+8$ b) $Z^3-6Z^2+12Z-8$

c) $Z^3+6Z^2-12Z-8$ d) $Z^3-6Z^2-12Z+8$

الحل :

$$(Z-2)^3=(Z-2)(Z-2)^2=(Z-2)(Z^2-4Z+4)=Z(Z^2-4Z+4)-2(Z^2-4Z+4)$$

$$=Z^3-4Z^2+4Z-2Z^2+8Z-8=Z^3-6Z^2+12Z-8$$

14 $\left(y+\frac{1}{5}\right)^3$

a) $y^3-\frac{3}{3}y^2+\frac{3}{25}y-\frac{1}{125}$

b) $y^3+\frac{3}{3}y^2-\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$

c) $y^3+\frac{3}{3}y^2+\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$

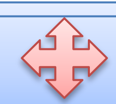
d) $y^3-\frac{3}{3}y^2-\frac{3}{25}y-\frac{1}{125}$

الحل :

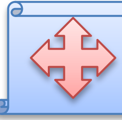
$$\left(y+\frac{1}{5}\right)^3=\left(y+\frac{1}{5}\right)\left(y+\frac{1}{5}\right)^3=\left(y+\frac{1}{5}\right)\left(y^2+\frac{2}{5}y+\frac{1}{25}\right)$$

$$=y\left(y^2+\frac{2}{5}y+\frac{1}{25}\right)+\frac{1}{5}\left(y^2+\frac{2}{5}y+\frac{1}{25}\right)$$

$$=y^3+\frac{2}{5}y^2+\frac{1}{25}y+\frac{1}{5}y^2+\frac{2}{25}y+\frac{1}{125}=y^3+\frac{3}{5}y^2+\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$$



تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر



فكرة الدرس

تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

المفردات

- تحليل المقدار الجبري
- العامل المشترك الأكبر
- ثنائية الحد
- المعكوس
- التحقق من صحة الحل

تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

لإيجاد العامل المشترك نتبع ما يأتي :

1) نستخرج العامل المشترك للاعداد حيث يمثل أصغر عدد في المقدار الجبري ويمكن قسمة المقدار الجبري عليه .

2) نستخرج العامل المشترك للمتغيرات بأصغر أس .

3) نفتح قوس ونقوم بقسمة كل حد في المقدار الجبري على العامل المشترك وناتج القسمة يكتب داخل القوس .

ملاحظة : التحقق من صحة الحل : نقوم بتوزيع العامل المشترك على داخل القوس فاذا حصلنا على المقدار الجبري فأن التحليل صحيح واذا لم نحصل على المقدار الجبري فأن الحل خطأ ويجب إعادة التحليل .

مثال حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل :

1 $6x^3 + 9x^2 - 18x = 3x(2x^2 + 3x - 6)$ العامل المشترك الأكبر هو 3

تحقق من صحة الحل $3x(2x^2 + 3x - 6) = 3x(2x^2) + 3x(3x) - 3x(6)$

$= 6x^3 + 9x^2 - 18x$

2 $\sqrt{12}\,y^2Z + \sqrt{2}(\sqrt{6}\,yZ^2 - \sqrt{24}\,yZ) = 2\sqrt{3}\,y^2Z + \sqrt{12}\,yZ^2 - \sqrt{48}\,yZ$

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}\,y^2Z + 2\sqrt{3}\,yZ^2 - 4\sqrt{3}\,yZ$

$= 2\sqrt{3}\,yZ(y + Z - 2)$ العامل المشتر الأكبر هو $2\sqrt{3}$

التحقق من صحة الحل $2\sqrt{3}\,yZ(y + Z - 2) = 2\sqrt{3}\,y^2Z + 2\sqrt{3}\,yZ^2 - 4\sqrt{3}\,yZ$

مثال حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :



1 $5x(x + 3) - 7(x + 3) = (x + 3)(5x - 7)$ العامل المشتر الأكبر هو $(x + 3)$

2 $\frac{1}{2}(y - 1) + \frac{1}{3}y^2(y - 1) = (y - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}y^2\right)$ العامل المشتر الأكبر هو $(y - 1)$

3 $\sqrt{3}\,v^2(Z + 2) - \sqrt{5}\,v(Z + 2) = v(Z + 2)(\sqrt{3}\,v - \sqrt{5})$ العامل المشتر الأكبر هو $v(Z + 2)$

تحليل مقدار جبري باستعمال التجميع

تستعمل خاصية التجميع في التحليل اذا كان المقدار الجبري يتكون من أربعة حدود فأكثر .

بحيث يوجد للحدود التي يمكن تجميعها عوامل مشتركة .

مثال حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

1

$$\mathbf{4x^3 - 8x^2 + 5x - 10} = (4x^3 - 8x^2) + (5x - 10)$$ تجميع الحدود التي لها عوامل مشتركة

$$= 4x^2(x-2) + 5(x-2)$$ تحليل الحدود المجمعة

$$= (x-2)(4x^2+5)$$ العامل المشترك الأكبر هو $(x-2)$

التحقق من صحة الحل :

$$(x-2)(4x^2+5) = x(4x^2+5) - 2(4x^2+5)$$

$$= 4x^3 + 5x - 8x^2 - 10 = 4x^3 - 8x^2 + 5x - 10$$

2

$$\mathbf{\sqrt{2}\,h^2t + \sqrt{3}\,t^2v - \sqrt{8}\,h^2v - \sqrt{12}\,v^2t} = \left(\sqrt{2}\,h^2t - \sqrt{8}\,h^2v\right) + \left(\sqrt{3}\,t^2v - \sqrt{12}\,v^2t\right)$$

تجميع الحدود التي لها عوامل مشتركة $$= \left(\sqrt{2}\,h^2t - 2\sqrt{2}\,h^2v\right) + \left(\sqrt{3}\,t^2v - 2\sqrt{3}\,v^2t\right)$$

تحليل الحدود المجمعة $$= \sqrt{2}\,h^2(t-2v) + \sqrt{3}\,tv(t-2v)$$

العامل المشترك الأكبر هو $(t-2v)$ $$= (t-2v)\left(\sqrt{2}\,h^2 + \sqrt{3}\,tv\right)$$

التحقق من صحة الحل :

$$(t-2v)\left(\sqrt{2}\,h^2 + \sqrt{3}\,tv\right) = t\left(\sqrt{2}\,h^2 + \sqrt{3}\,tv\right) - 2v\left(\sqrt{2}\,h^2 + \sqrt{3}\,tv\right)$$

$$= \sqrt{2}\,h^2t + \sqrt{3}\,t^2v - 2\sqrt{2}h^2v + 2\sqrt{3}\,v^2t$$

$$= \sqrt{2}\,h^2t + \sqrt{3}\,t^2v - \sqrt{8}h^2v + \sqrt{12}\,v^2t$$

3 $\mathbf{3y^3 - 6y^2 - 5y + 10} = (3y^3 - 6y^2) + (-5y + 10)$ تجميع الحدود التي لها عوامل مشتركة

$= 3y^2(y-2) - 5(y-2)$ تحليل الحدود المجمعة

$= (y-2)(3y^2-5)$ العامل المشترك الأكبر هو $(y-2)$

التحقق من صحة الحل :

$$(y-2)(3y^2-5) = y(3y^2-5) - 2(3y^2-5)$$

$$= 3y^3 - 5y - 6y^2 + 10 = 3y^3 - 6y^2 - 5y + 10$$

مثال حلل المقدار باستعمال التجميع مع المعكوس : $\mathbf{14x^3 - 7x^2 + 3 - 6x}$

الحل :

$14x^3 - 7x^2 + 3 - 6x = (14x^3 - 7x^2) + (3 - 6x)$ تجميع الحدود التي لها عوامل مشتركة

$= 7x^2(2x-1) + 3(1-2x)$ تحليل الحدود المجمعة

$= 7x^2(2x-1) + 3(-1)(2x-1)$ استعمال المعكوس

$= 7x^2(2x-1) - 3(2x-1)$ كتابة $+3(-1)$ بالشكل -3

$= (2x-1)(7x^2-3)$ العامل المشترك الأكبر هو $(2x-1)$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل :

1 $\mathbf{9x^2 - 21x} = 3x(3x-7)$

التحقق من صحة الحل : $3x(3x-7) = 9x^2 - 21x$

2 $\mathbf{6x^3 + 9x^2 - 18x} = 3x(2x^2 + 3x - 6)$

التحقق من صحة الحل :

$$3x(2x^2+3x-6) = 3x(2x^2) + 3x(3x) - 3x(6) = 6x^3 + 9x^2 - 18x$$

3 $\mathbf{10 - 15y + 5y^2} = 5(2 - 3y + y^2)$

التحقق من صحة الحل :

$$5(2 - 3y + y^2) = 5(2) - 5(3y) + 5(y^2) = 10 - 15y + 5y^2$$

4 $\mathbf{14Z^4 - 21Z^2 - 7Z^3} = 7Z^2(2Z^2 - 3 - Z)$

التحقق من صحة الحل :

$$7Z^2(2Z^2 - 3 - Z) = 7Z^2(2Z^2) - 7Z^2(3) - 7Z^2(Z) = 14Z^4 - 21Z^2 - 7Z^3$$

5 $\mathbf{4h^2(2h - 4) + 24h} = 8h^3 - 16h^2 + 24h = 8h(h^2 - 2h + 3)$

التحقق من صحة الحل :

$$8h(h^2 - 2h + 3) = 8h(h^2) - 8h(2h) + 8h(3) = 8h^3 - 16h^2 + 24h = 4h^2(2h - 4) + 24h$$

6 $\mathbf{\sqrt{8}\,t^2r + \sqrt{2}(tr^2 - \sqrt{3}\,tr)} = 2\sqrt{2}\,t^2r + \sqrt{2}\,tr^2 - \sqrt{2}\sqrt{3}\,tr$

$$= \sqrt{2}\,tr(2t + r - \sqrt{3})$$

التحقق من صحة الحل :

$$\sqrt{2}\,tr(2t + r - \sqrt{3}) = \sqrt{2}\,tr(2t) + \sqrt{2}\,tr(r) - \sqrt{2}\,tr(\sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{2}\,t^2r + \sqrt{2}\,tr^2 - \sqrt{2}\,tr(\sqrt{3}) = \sqrt{5}\,t^2r + \sqrt{2}(tr^2 - \sqrt{3}\,tr)$$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

7 $\mathbf{3y(y - 4) - 5(y - 4)} = (y - 4)(3y - 5)$

8 $\mathbf{\frac{1}{4}(t + 5) + \frac{1}{3}t^2(t + 5)} = (t + 5)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}t^2\right)$

9 $\mathbf{\sqrt{2}\,n(x + 1) - \sqrt{3}\,m(x + 1)} = (x + 1)(\sqrt{2}\,n - \sqrt{3}\,m)$

10 $\mathbf{2x(x^2 - 3) + 7(x^2 - 3)} = (x^2 - 3)(2x - 7)$

حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

11 $3y^3 - 6y^2 + 7y - 14 = (3y^3 - 6y^2) + (7y - 14) = 3y^2(y-2) + 7(y-2)$

$= (y-2)(3y^2 + 7)$

12 $21 - 3x + 35x^2 - 5x^3 = (21 - 3x) + (35x^2 - 5x^3) = 3(7-x) + 5x^2(7-x)$

$= (7-x)(3 + 5x^2)$

13 $2r^2k + 3k^2v - 4r^2v - 6v^2k = (2r^2k - 4r^2v) + (3k^2v - 6v^2k)$

$= 2r^2(k-2v) + 3kv(k-2v) = (k-2v)(2r^2 + 3kv)$

14 $3Z^3 - \sqrt{18}\,Z^2 + Z - \sqrt{2} = (3Z^3 + Z) + \left(-\sqrt{18}\,Z^2 - \sqrt{2}\right)$

$= (3Z^3 + Z) + \left(-3\sqrt{2}\,Z^2 - \sqrt{2}\right)$

$= Z(3Z^2 + 1) - \sqrt{2}(3Z^2 + 1) = (3Z^2 + 1)\left(Z - \sqrt{2}\right)$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

15 $21y^3 - 7y^2 + 3 - 9y = (21y^3 - 7y^2) + (3 - 9y) = 7y^2(3y-1) + 3(1-3y)$

$= 7y^2(3y-1) + 3(-1)(3y-1) = 7y^2(3y-1) - 3(3y-1)$

$= (3y-1)(7y^2 - 3)$

16 $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5 - 10x = \left(\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3\right) + (5 - 10x) = \frac{1}{2}x^3\left(x - \frac{1}{2}\right) + 5(1-2x)$

$= \frac{1}{2}x^3\left(\frac{2x-1}{2}\right) + 5(-1)(2x-1) = \frac{1}{4}x^3(2x-1) - 5(2x-1)$

$= (2x-1)\left(\frac{1}{4}x^3 - 5\right)$

17 $6Z^3 - 9Z^2 + 12 - 8Z = (6Z^3 - 9Z^2) + (12 - 8Z) = 3Z^2(2Z-3) + 4(3-2Z)$

$= 3Z^2(2Z-3) + 4(-1)(2Z-3)$

$= 3Z^2(2Z-3) - 4(2Z-3) = (2Z-3)(3Z^2 - 4)$

18 $5t^3 - 15t^2 - 2t + 6 = (5t^3 - 15t^2) + (-2t + 6) = 5t^2(t-3) + 2(-t+3)$

$= 5t^2(t-3) + 2(-1)(t-3) = 5t^2(t-3) - 2(t-3)$

$= (t-3)(5t^2 - 2)$

تدرب وحل التمرينات

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل :

19 $12y^3 - 21y^2 = 3y^2(4y-7)$

التحقق من صحة الحل :

$3y^2(4y-7) = 3y^2(4y) - 3y^2(7) = 12y^3 - 21y^2$

20 $5t^3 + 10t^2 - 15t = 5t(t^2 + 2t - 3)$

التحقق من صحة الحل :

$5t(t^2 + 2t - 3) = 5t(t^2) + 5t(2t) - 5t(3) = 5t^3 + 10t^2 - 15t$

21 $8 - 6Z + 4Z^2 = 2(4 - 3Z + 2Z^2)$

التحقق من صحة الحل :

$2(4 - 3Z + 2Z^2) = 2(4) - 2(3Z) + 2(2Z^2) = 8 - 6Z + 4Z^2$

22 $14x^4 - 21x^3 - 7^2 = 7(2x^4 - 3x^3 - 7)$

التحقق من صحة الحل :

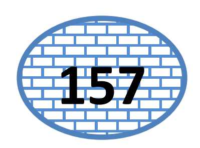
$7(2x^4 - 3x^3 - 7) = 7(2x^4) - 7(3x^3) - 7(7) = 14x^4 - 21x^3 - 7^2$

23 $6v^2(3v-6) + 18v = 18v^3 - 36v^2 + 18v = 18v(v^2 - 2v + 1)$

التحقق من صحة الحل :

$18v(v^2 - 2v + 1) = 18v(v^2) - 18v(2v) + 18v(1) = 18v^3 - 36v^2 + 18v$

$= 6v^2(3v-6) + 18v$



24 $\sqrt{12}\,n^3r + \sqrt{3}\,(nr^3 - \sqrt{2}\,nr) = 2\sqrt{3}\,n^3r + \sqrt{3}\,nr^3 - \sqrt{3}\sqrt{2}\,nr$

$$= \sqrt{3}\,nr(2n^2 + r^2 - \sqrt{2})$$

التحقق من صحة الحل :

$$\sqrt{3}\,nr(2n^2 + r^2 - \sqrt{2}) = \sqrt{3}\,nr(2n^2) + \sqrt{3}\,nr(r^2) - \sqrt{3}\,nr(\sqrt{2})$$

$$= 2\sqrt{3}\,n^3r + \sqrt{3}\,nr^3 - \sqrt{3}\sqrt{2}\,nr$$

$$= \sqrt{12}\,n^3r + \sqrt{3}\,(nr^3 - \sqrt{2}\,nr)$$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

25 $5x(3 - x) - 7(3 - x) = (3 - x)(5x - 7)$

26 $\frac{1}{7}(y + 1) + \frac{1}{3}y^2(y + 1) = (y + 1)\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}y^2\right)$

27 $\sqrt{3}\,k(x^2 + 1) - \sqrt{5}\,v(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(\sqrt{3}\,k - \sqrt{5}\,v)$

28 $8(2z - 4) + 7Z^2(2Z - 4) = (2Z - 4)(8 + 7Z^2)$

حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

29 $5x^3 - 10x^2 + 10x - 20 = (5x^3 - 10x^2) + (10x - 20)$

$$= 5x^2(x - 2) + 10(x - 2) = (x - 2)(5x^2 + 10)$$

التحقق من صحة الحل :

$$(x - 2)(5x^2 + 10) = x(5x^2 + 10) - 2(5x^2 + 10) = 5x^3 + 10x - 10x^2 - 20$$

$$= 5x^3 - 10x^2 + 10x - 20$$

30 $49 - 7Z + 35Z^2 - 5Z^3 = (49 - 7Z) + (35Z^2 - 5Z^3)$

$$= 7(7 - Z) + 5Z^2(7 - Z) = (7 - Z)(7 + 5Z^2)$$

التحقق من صحة الحل : $(7 - Z)(7 + 5Z^2) = 7(7 + 5Z^2) - Z(7 + 5Z^2) = 49 + 35Z^2 - 7Z - 5Z^3$

$$= 49 - 7Z + 35Z^2 - 5Z^3$$

31 $\mathbf{3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k} = (3t^3k + 9k^2s) + (-6t^3s - 18s^2k)$

$$= 3k(t^3 + 3ks) - 6s(t^3 - 3ks) = (t^3 + 3ks)(3k - 6s)$$

التحقق من صحة الحل :

$$(t^3 + 3ks)(3k - 6s) = t^3(3k - 6s) + 3ks(3k - 6s) = 3t^3k - 6t^3s + 9k^2s - 18s^2k$$

$$= 3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k$$

32 $\mathbf{2y^4 - \sqrt{12}\,y^3 + \sqrt{2}\,y - \sqrt{6}} = \left(2y^4 - \sqrt{12}\,y^3\right) + \left(\sqrt{2}\,y - \sqrt{6}\right)$

$$= \left(2y^4 - 2\sqrt{3}\,y^3\right) + \left(\sqrt{2}\,y - \sqrt{2}\sqrt{3}\right)$$

$$= 2y^3\left(y - \sqrt{3}\right) + \sqrt{2}\left(y - \sqrt{3}\right) = \left(y - \sqrt{3}\right)\left(2y^3 - \sqrt{2}\right)$$

التحقق من صحة الحل :

$$\left(y - \sqrt{3}\right)\left(2y^3 - \sqrt{2}\right) = y\left(2y^3 - \sqrt{2}\right) - \sqrt{3}\left(2y^3 - \sqrt{2}\right) = 2y^4 - \sqrt{2}y - 2\sqrt{3}y^3 - \sqrt{6}$$

$$= 2y^4 - \sqrt{12}\,y^3 + \sqrt{2}\,y - \sqrt{6}$$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

33 $\mathbf{12x^3 - 4x^2 + 3 - 9x} = (12x^3 - 4x^2) + (3 - 9x) = 4x^2(3x - 1) + 3(1 - 3x)$

$$= 4x^2(3x - 1) + 3(-1)(3x - 1) = 4x^2(3x - 1) - 3(3x - 1)$$

$$= (3x - 1)(4x^2 - 3)$$

34 $\mathbf{\frac{1}{3}Z^3 - \frac{1}{6}Z^2 + 3 - 6Z} = \left(\frac{1}{3}Z^3 - \frac{1}{6}Z^2\right) + (3 - 6Z) = \frac{1}{3}Z^2\left(Z - \frac{1}{2}\right) + 3(1 - 2Z)$

$$= \frac{1}{3}Z^2\left(\frac{2Z-1}{2}\right) + 3(-1)(2Z - 1) = \frac{1}{6}Z^2(2Z - 1) - 3(2Z - 1)$$

$$= (2Z - 1)\left(\frac{1}{6}Z^2 - 3\right)$$

35 $\mathbf{14v^3 - 28v^2 + 5(2 - v)} = 14v^2(v - 2) + 5(-1)(v - 2)$

$$= 14v^2(v - 2) - 5(v - 2) = (v - 2)(14v^2 - 5)$$

36 $4r^3 - 15r^2 - 3r + 12 = (4r^3 - 16r^2) + (-3r + 12) = 4r^2(r-4) + 3(-r+4)$

$= 4r^2(r-4) + 3(-1)(r-4) = 4r^2(r-4) - 3(r-4)$

$= (r-4)(4r^2-3)$

تدرب وحل مسائل حياتية

37 **الطاقة الشمسية :** الألواح الشمسية هي المكون الرئيس في أنظمة الطاقة الشمسية التي تقوم بتوليد الكهرباء وتصنع الخلايا من مواد شبه موصلة مثل السليكون تمتص الضوء من الشمس . ما أبعاد اللوح الشمسي المستطيل الشكل اذا كانت مساحة $3x(x-4) - 22(x-4)$ أمتار مربعة ؟

الحل :

$A = 3x(x-4) - 22(x-4) = (x-4)(3x-22)$

ابعاد اللوح الشمسي هي : $(x-4), (3x-22)$

---

38 **طائر الفلامنكو :** طائر الفلامنكو , من جنس النحاميات وهو من الطيور المهاجرة التي تمتاز بشكلها الجميل ولونها الوردي وتقطع مسافات بعيدة في أثناء موسم الهجرة السنوي مرورا بمنطقة الأهوار جنوبي العراق لتحصل على غذاء من المسطحات المائية . اذا كانت مساحة المسطح المائي الذي غطته طيور الفلامنكو في أحد الأهوار $4y^2 + 14y + 7(2y+7)$ أمتار مربعة . فما شكل المسطح وما أبعاده ؟

الحل :

$A = 4y^2 + 14y + 7(2y+7) = 2y(2y+7) + 7(2y+7) = (2y+7)(2y+7) = (2y+7)^2$

شكل المسطح هو مربع . أبعاد المسطح هو : $(2y+7), (2y+7)$

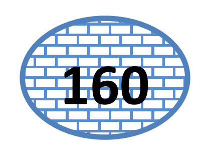
---

39 **ساعة بغداد :** ساعة بغداد هي مبنى مرتفع تعلوه ساعة معلقة على برج لها أربعة أوجه يقع المبنى ضمن منطقة ساحة الاحتفالات في بغداد وأنشئت في سنة 1994 م . ما نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة اذا علمت أن مساحتها $Z^2\pi - 3Z\pi - \pi(3Z-9)$ ؟

الحل :

$A = Z^2\pi - 3Z\pi - \pi(3Z-9) = Z\pi(Z-3) - 3\pi(Z-3) = (Z-3)(Z\pi - 3\pi)$

$A = (Z-3)\pi(Z-3)$



$A = \pi(Z-3)^2 \quad , \quad A = r^2\pi$

$r^2\pi = \pi(Z-3)^2$

$\frac{r^2\pi}{\pi} = \frac{\pi(Z-3)^2}{\pi}$

$r^2 = (Z-3)^2 \quad \Longrightarrow \quad r = (Z-3)$ نصف القطر

فكر

40 تحد : حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $5x^5y + 7y^3Z - 10x^5Z - 14Z^2y^2 = (5x^5y - 10x^5Z) + (7y^3Z - 14Z^2y^2)$

$= 5x^5(y-2Z) + 7y^2Z(y-2z)$

$= (y-2Z)(5x^5 + 7y^2Z)$

2 $\frac{1}{10}(2v^3+30) - \frac{1}{10}v^2 - 6v = \frac{2}{10}v^3 + 3 - \frac{1}{10}v^2 - 6v = \left(\frac{2}{10}v^3 - \frac{1}{10}v^2\right) + (3-6v)$

$= \frac{1}{10}v^2(2v-1) + 3(1-2v)$

$= \frac{1}{10}v^2(2v-1) + 3(-1)(2v-1)$

$= \frac{1}{10}v^2(2v-1) - 3(2v-1) = (2v-1)\left(\frac{1}{10}x^2 - 3\right)$

---

41 أصحح الخطأ : كتبت ابتسام ناتج تحليل المقدار التالي كما يأتي :

$$r^2t^4 - \sqrt{24}\,t^3 + t^2 - \sqrt{12}\,t = (t + 2\sqrt{3})(\sqrt{2}\,t^2 - t)$$

اكتشف خطأ ابتسام وصححه .

الحل : تحليل ابتسام بهذه الطريقة خاطئ عند التحقق لم يعطي المقدار الأصلي وقامت بإلغاء r^2 عند التحليل .

$r^2t^4 - \sqrt{24}\,t^3 + t^2 - \sqrt{12}\,t = r^2t^4 - 2\sqrt{6}\,t^3 + t^2 - 2\sqrt{3}\,t = t(r^2t^3 - 2\sqrt{6}t^2 + t - 2\sqrt{3})$

42 حس عددي : ما العدد المجهول في المقدار : $x^2+3x+5x+15=(x+3)(x+\square)$

الحل :

$$x^2+3x+5x+15=(x^2+3x)+(5x+15)=x(x+3)+5(x+3)$$
$$=(x+3)(x+5)$$

العدد المجهول هو 5

اكتب الفرق بين المقدار : $(x+y)(x-y)$ والمقدار : $(x+y)(x+y)$ بأبسط صورة .

الحل :

$$(x+y)(x-y)=x^2-y^2$$
$$(x+y)(x+y)=x(x+y)+y(x+y)=x^2+xy+yx+y^2=x^2+2xy+y^2$$

صفحة 60

مراجعة الفصل

تدريب 1 حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من الحل :

$$\sqrt{8}\,x^2Z+\sqrt{3}\,(\sqrt{6}\,xZ^2-\sqrt{12}\,xZ)=2\sqrt{2}\,x^2Z+\sqrt{18}\,xZ^2-\sqrt{36}\,xZ$$
$$=2\sqrt{2}\,x^2Z+3\sqrt{2}\,x\,Z^2-6xZ$$
$$=xZ(2\sqrt{2}\,x+3\sqrt{2}\,Z-6)$$

التحقق من صحة الحل :

$$xZ(2\sqrt{2}\,x+3\sqrt{2}\,Z-6)=xZ(2\sqrt{2}\,x)+xZ(3\sqrt{2}\,Z)-xZ(6)$$
$$=2\sqrt{2}\,x^2Z+3\sqrt{2}\,xZ^2-6xZ=\sqrt{8}\,x^2Z+\sqrt{18}\,xZ^2-\sqrt{36}xZ$$
$$=\sqrt{8}\,x^2Z+\sqrt{3}\,(\sqrt{6}\,xZ^2-\sqrt{12}\,xZ)$$

تدريب 2

حلل المقدار الجبري بالتجميع مع المعكوس وتحقق من صحة الحل :

$$\mathbf{15y^3 - 5y^2 + 2 - 6y} = (15y^3 - 5y^2) + (2 - 6y) = 5y^2(3y - 1) + 2(1 - 3y)$$

$$= 5y^2(3y - 1) + 2(-1)(3y - 1)$$

$$= 5y^2(3y - 1) - 2(3y - 1) = (3y - 1)(5y^2 - 2)$$

التحقق من صحة الحل :

$$(3y - 1)(5y^2 - 2) = 3y(5y^2 - 2) - 1(5y^2 - 2)$$

$$= 15y^3 - 6y - 5y^2 + 2 = 15y^3 - 5y^2 + 2 - 6y$$

صفحة 63

اختبار الفصل

حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل :

15 $\mathbf{8x^2 - 12x} = 4x(2x - 3)$

التحقق من صحة الحل :

$$4x(2x - 3) = 8x^2 - 12x$$

16 $\mathbf{7y^3 + 14y^2 - 21y} = 7y(y^2 + 2y - 3)$

التحقق من صحة الحل :

$$7y(y^2 + 2y - 3) = 7y(y^2) + 7y(2y) - 7y(3) = 7y^3 + 14y^2 - 21y$$

17 $\mathbf{\sqrt{18}\,Z^3r + \sqrt{2}\,(Zr^2 - zr)} = 3\sqrt{2}\,Z^3r + \sqrt{2}\,Zr^2 - \sqrt{2}\,Zr$

$$= \sqrt{2}\,Zr(3Z^2 + r - 1)$$

التحقق من صحة الحل :

$$\sqrt{2}\,Zr(3Z^2 + r - 1) = \sqrt{2}\,Zr(3Z^2) + \sqrt{2}\,Zr(r) - \sqrt{2}\,Zr(1)$$

$$= 3\sqrt{2}\,Z^3r + \sqrt{2}\,Zr^2 - \sqrt{2}\,Zr = \sqrt{18}\,Z^3r + \sqrt{2}\,(Zr^2 - zr)$$

حلل المقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

18 $4x(2-x)-5(2-x)=(2-x)(4x-5)$

19 $\frac{2}{3}(y+5)+\frac{1}{3}y(y+5)=(y+5)\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}y\right)$

20 $\sqrt{5}\,Z(Z^2-1)-\sqrt{2}\,Z^2(Z^2-1)=(Z^2-1)\left(\sqrt{5}\,Z-\sqrt{2}\,Z^2\right)$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع :

21 $6x^4-18x^3+10x-30=(6x^4-18x^3)+(10x-30)$

$$=6x^3(x-3)+10(x-3)=(x-3)(6x^3+10)$$

22 $56-8y+14y^2-2y^3=(56-8y)+(14y^2-2y^3)$

$$=8(7-y)+2y^2(7-y)=(7-y)(8+2y^2)$$

23 $5Z^4-\sqrt{50}\,Z^3+\sqrt{3}\,Z-\sqrt{6}=\left(5Z^4-5\sqrt{2}\,Z^3\right)+\left(\sqrt{3}\,Z-\sqrt{3}\sqrt{2}\right)$

$$=5Z^3(Z-\sqrt{2})+\sqrt{3}(Z-\sqrt{2})=(Z-\sqrt{2})(5Z^3+\sqrt{3})$$

حلل المقدار بالتجميع مع المعكوس :

24 $9x^3-6x^2+8-12x=(9x^3-6x^2)+(8-12x)=3x^2(3x-2)+4(2-3x)$

$$=3x^2(3x-2)+4(-1)(3x-2)=3x^2(3x-2)-4(3x-2)$$

$$=(3x-2)(3x^2-4)$$

25 $\frac{1}{2}y^3-\frac{1}{4}y^2+5-10y=\left(\frac{2}{4}y^3-\frac{1}{4}y^2\right)+(5-10y)=\frac{1}{4}y^2(2y-1)+5(1-2y)$

$$=\frac{1}{4}y^2(2y-1)+5(-1)(2y-1)\frac{1}{4}y^2(2y-1)-5(2y-1)$$

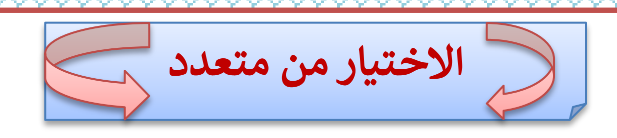
$$=(2y-1)\left(\frac{1}{4}y^2-5\right)$$

26 $\sqrt{11}\,Z^3-\sqrt{44}\,Z^2+5(2-Z)=\left(\sqrt{11}\,Z^3-2\sqrt{11}\,Z^2\right)+5(2-Z)$

$$=\sqrt{11}\,Z^2(Z-2)+5(-1)(Z-2)$$

$$=\sqrt{11}\,Z^2(Z-2)-5(Z-2)=(Z-2)\left(\sqrt{11}\,Z^2-5\right)$$

صفحة 103



اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) :

1 $12x^3 + 9x^2 - 3x$

a) $3x(4x^2 + 3x + 1)$ b) $3x(4x^2 + 3x - 1)$

c) $9x(4x^2 + 3x + 1)$ d) $9x(4x^2 + 3x - 1)$

الحل :

$$12x^3 + 9x^2 - 3x = 3x(4x^2 + 3x - 1)$$

2 $6y^2(3y - 4) + 36y$

a) $6y(3y^2 + 4y + 6)$ b) $6y(3y^2 + 4y - 6)$

c) $6y(3y^2 - 4y - 6)$ d) $6y(3y^2 - 4y + 6)$

الحل :

$$6y^2(3y - 4) + 36y = 18y^3 - 24y^2 + 36y = 6y(3y^2 - 4y + 6)$$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

3 $3Z(Z - 3) - 7(Z - 3)$

a) $(Z + 3)(3Z - 7)$ b) $(Z - 3)(3Z + 7)$

c) $(Z - 3)(3Z - 7)$ d) $(Z + 3)(3Z + 7)$

الحل :

$$3Z(Z - 3) - 7(Z - 3) = (Z - 3)(3Z - 7)$$

4 $\frac{1}{4}(x + 9) - \frac{1}{2}x^2(x + 9)$

a) $(x + 9)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x^2\right)$ b) $(x - 9)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x^2\right)$

c) $(x + 9)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x^2\right)$ d) $(x - 9)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x^2\right)$

الحل :

$$\frac{1}{4}(x + 9) - \frac{1}{2}x^2(x + 9) = (x + 9)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x^2\right)$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

5 $\sqrt{2}\,v(x-1)-\sqrt{3}\,t(x-1)$

a) $(x+1)(\sqrt{2}\,v-\sqrt{3}\,t)$ **b)** $(x-1)(\sqrt{2}\,v-\sqrt{3}\,t)$
c) $(x-1)(\sqrt{2}\,v+\sqrt{3}\,t)$ d) $(x+1)(\sqrt{2}\,v+\sqrt{3}\,t)$

الحل :

$$\sqrt{2}\,v(x-1)-\sqrt{3}\,t(x-1)=(x-1)(\sqrt{2}\,v-\sqrt{3}\,t)$$

حلل المقدار باستعمال خاصية التوزيع وتحقق من صحة الحل :

6 $3y^3-9y^2+5y-15$

a) $(y+3)(3y^2+5)$ b) $(y-3)(3y^2-5)$
c) $(y-3)(3y^2+5)$ d) $(y+3)(3y^2-5)$

الحل :

$$3y^3-9y^2+5y-15=(3y^3-9y^2)+(5y-15)=3y^2(y-3)+5(y-3)$$
$$=(y-3)(3y^2+5)$$

التحقق من صحة الحل :

$$(y-3)(3y^2+5)=y(3y^2+5)-3(3y^2+5)=3y^3+5y-9y^2-15$$
$$=3y^3-9y^2+5y-15$$

7 $2Z^3-\sqrt{12}\,Z^2+\sqrt{2}\,Z-\sqrt{6}$

a) $(Z-\sqrt{3})(2Z^2-\sqrt{2})$ **b)** $(Z-\sqrt{3})(2Z^2+\sqrt{2})$
c) $(Z+\sqrt{3})(2Z^2+\sqrt{2})$ d) $(Z+\sqrt{3})(2Z^2-\sqrt{2})$

الحل :

$$2Z^3-\sqrt{12}\,Z^2+\sqrt{2}\,Z-\sqrt{6}=(2Z^3-2\sqrt{3}\,Z^2)+(\sqrt{2}\,Z-\sqrt{2}\sqrt{3})$$
$$=2Z^2(Z-\sqrt{3})+\sqrt{2}(Z-\sqrt{3})=(Z-\sqrt{3})(2Z^2+\sqrt{2})$$

التحقق من صحة الحل :

$$(Z-\sqrt{3})(2Z^2+\sqrt{2})=Z(2Z^2+\sqrt{2})-\sqrt{3}\,(2Z^2+\sqrt{2})=2Z^3+\sqrt{2}\,Z-2\sqrt{3}Z^2-\sqrt{6}$$
$$=2Z^3-2\sqrt{3}Z^2+\sqrt{2}\,Z-\sqrt{6}=2Z^3-\sqrt{12}Z^2+\sqrt{2}\,Z-\sqrt{6}$$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

8 $20y^3-4y^2+3-15y$

a) $(5y+1)(4y^2-3)$ b) $(5y-1)(4y^2+3)$

c) $(5y-1)(4y^2-3)$ d) $(5y+1)(4y^2+3)$

الحل :

$$20y^3-4y^2+3-15y=(20y^3-4y^2)+(3-15y)=4y^2(5y-1)+3(1-5y)$$
$$=4y^2(5y-1)+3(-1)(5y-1)=4y^2(5y-1)-3(5y-1)$$
$$=(5y-1)(4y^2-3)$$

9 $\frac{1}{6}x^4-\frac{1}{3}x^3+4-2x$

a) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x^3-4\right)$ b) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x^3+4\right)$

c) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x^3+4\right)$ d) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x^3-4\right)$

الحل :

$$\frac{1}{6}x^4-\frac{1}{3}x^3+4-2x=\left(\frac{1}{6}x^4-\frac{1}{3}x^3\right)+(4-2x)=\frac{1}{3}x^3\left(\frac{1}{2}x-1\right)+4\left(1-\frac{1}{2}x\right)$$
$$=\frac{1}{3}x^3\left(\frac{1}{2}x-1\right)+4(-1)\left(\frac{1}{2}x-1\right)$$
$$=\frac{1}{3}x^3\left(\frac{1}{2}x-1\right)-4\left(\frac{1}{2}x-1\right)=\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{3}x^3-4\right)$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998

تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

تحليل المقدار الجبري بالفرق بين مربعين

تتكون طريقة الفرق بين مربعين من قوسين أحدهما موجب والأخر سالب . أي أن :

القوس الأول = الجذر التربيعي للحد الأول + الجذر التربيعي للحد الثاني

القوس الثاني = الجذر التربيعي للحد الأول – الجذر التربيعي للحد الثاني

أي أن تحليل المقدار الجبري الذي على صورة فرق بين مربعين : $(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$

ملاحظـة : اذا كان المقدار بالصورة $x^2 + y^2$ فأنه لا يتحلل .

مثال حلل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين :

1. $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$
2. $36y^2 - Z^2 = (6y + Z)(6y - Z)$
3. $49 - v^2 = (7 + v)(7 - v)$
4. $2x^2 - Z^2 = (\sqrt{2}\,x + Z)(\sqrt{2}\,x - Z)$
5. $5h^2 - 7v^2 = (\sqrt{5}\,h + \sqrt{7}\,v)(\sqrt{5}\,h - \sqrt{7}\,v)$
6. $12 - t^2 = (\sqrt{12} + t)(\sqrt{12} - t) = (2\sqrt{3} + t)(2\sqrt{3} - t)$
7. $8x^3y - 2xy^3 = 2xy(4x^2 - y^2)$ تحليل باستعمال العامل المشترك

   $= 2xy(2x + y)(2x - y)$ التحليل باستعمال الفرق بين المربعين
8. $\frac{1}{16}Z^4 - \frac{1}{81} = \left(\frac{1}{4}Z^2 + \frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{4}Z^2 - \frac{1}{9}\right) = \left(\frac{1}{4}Z^2 + \frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{2}Z + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}Z - \frac{1}{3}\right)$

مثال حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية كفرق بين مربعين :

1. $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$
2. $25y^2 - 49 = (5y + 7)(5y - 7)$
3. $64 - Z^2 = (8 + Z)(8 - Z)$

تحليل المقدار الجبري بالمربع الكامل

هي تحليل مؤلف من ثلاثة حدود على صورة مربع كامل .

$$\mathbf{x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2} \quad , \quad \mathbf{x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2}$$

يكون المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ مربعا كاملا اذا تحققت الشروط التالية :

1) يجب أن يكون أشارة الحد الأول والحد الأخير موجبة ومربع كامل (له جذر تربيعي) .

2) نطبق قانون الحد الوسط (الثاني) : $bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

3) اذا كان المقدار مربعا كاملا فأن تحليله يكون : $ax^2 \pm bx + c = \left(\sqrt{ax^2} \pm \sqrt{c}\right)^2$

$\pm$ حسب إشارة الحد الوسط (الثاني) .

حيث ax^2 الحد الأول , bx : الحد الوسط (الثاني) , c : الحد الأخير (الثالث)

مثال حلل كل مقدار من المقادير التالية التي على صورة مربع كامل :

1) $\mathbf{x^2 + 6x + 9} = (x)^3 + 2(x \times 3) + (3)^2 = (x+3)^2$

2) $\mathbf{y^2 - 4y + 4} = (y)^2 - 2(y \times 2) + (2)^2 = (y-2)^2$

3) $\mathbf{16Z^2 - 8Z + 1} = (4Z)^2 - 2(Z \times 4) + (2)^2 = (4Z-2)^2$

مثال حلل كل مقدار من المقادير الآتية كمربع كامل :

1) $\mathbf{x^2 - 12x + 36} = (x)^2 - 2(x \times 6) + (6)^2 = (x-6)^2$

2) $\mathbf{9y^2 + 12y + 4} = (3y)^2 + 2(y \times 6) + (2)^2 = (3y+2)^2$

مثال حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

1) $\mathbf{x^2 + 10x + 25}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(x^2)(25)} = 2(x)(5) = 10x$$

المقدار يمثل مربعا كاملا .

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$$

2 $\mathbf{y^2 + 14y + 36}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$by = 2\sqrt{(y^2)(36)} = 2(y)(6) = 12y \neq 14y$$

المقدار ليس مربعا كاملا

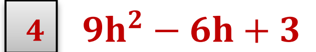
3 $\mathbf{4 - 37v + 9v^2}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bv = 2\sqrt{(9v^2)(4)} = 2(3v)(2) = 12y \neq 37y$$

المقدار ليس مربعا كاملا



4 $\mathbf{9h^2 - 6h + 3}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bh = 2\sqrt{(9h^2)(3)} = 2(3h)(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}\,h \neq 6h$$

المقدار ليس مربعا كاملا

إيجاد الحد المفقود

لإيجاد الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا نطبق قانون الحد الوسط :

$$\mathbf{bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}}$$

مثال اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله :

1 $25x^2 - \cdots\cdots\cdots + 49$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = 2\sqrt{(25x^2)(49)} = 2(5x)(7) = 70x$$

$$25x^2 - 70x + 49 = (5x - 7)^2$$

2 $\cdots\cdots\cdots + 8x + 16$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$8x = 2\sqrt{(ax^2)(16)}$$ بتربيع الطرفين

$$64x^2 = 4(ax^2)(16) \Longrightarrow 64x^2 = 64(ax^2)$$

$$ax^2 = \frac{64x^2}{64} = x^2 \Longrightarrow x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

3 $y^2 + 14y + \cdots\cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$14y = 2\sqrt{(y^2)(c)}$$ بتربيع الطرفين

$$196y^2 = 4y^2(c) \Longrightarrow c = \frac{196y^2}{4y^2} = 49$$

$$y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين :

1 $x^2 - 16 = (x+4)(x-4)$

2 $36 - 4x^2 = (6+2x)(6-2x)$

3 $h^2 - v^2 = (h+v)(h-v)$

4 $t^2 - 9Z^2 = (t+3Z)(t-3Z)$

5 $9m^2 - 4n^2 = (3m+2n)(3m-2n)$

6 $18 - t^2 = (\sqrt{18}+t)(\sqrt{18}-t) = (3\sqrt{2}+t)(3\sqrt{2}-t)$

7 $27x^3Z - 3xZ^3 = 3xZ(9x^2 - Z^2) = 3xZ(3x+Z)(3x-Z)$

8 $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}\right)$

9 $\frac{1}{2}Z^3 - \frac{1}{2}Z = \frac{1}{2}Z(Z^2 - 1) = \frac{1}{2}Z(Z+1)(Z-1)$

حلل كل مقدار من المقادير التالية كمربع كامل :

10 $x^2 + 14x + 49 = (x)^2 + 2(x \times 7) + (7)^2 = (x+7)^2$

11 $y^2 - 8y + 16 = (y)^2 - 2(y \times 4) + (4)^2 = (y-4)^2$

12 $9Z^2 - 6Z + 1 = (3Z)^2 - 2(Z \times 3) + (1)^2 = (3Z-1)^2$

13 $v^2 + 2\sqrt{3}\,v + 3 = (v)^2 + 2(v \times \sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 = (v+\sqrt{3})^2$

14 $4h^2 - 20h + 25 = (2h)^2 - 2(h \times 10) + (5)^2 = (2h-5)^2$

15 $1 - 10t + 25t^2 = (1)^2 - 2(t \times 5) + (5t)^2 = (1-5t)^2$

حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

16 $x^2 + 18x + 81$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(x^2)(81)} = 2(x)(9) = 18x$$

$$bx = 2\sqrt{(x^2)(81)} = 2(x)(9) = 18x$$ المقدار يمثل مربع كامل

$$x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

17 $y^2 + 12y + 25$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(y^2)(25)} = 2(y)(5) = 10y$$

المقدار ليس مربع كامل

18 $16 - 14v + v^2$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(v^2)(16)} = 2(v)(4) = 8v$$

المقدار ليس مربع كامل

19 $64h^2 - 48h - 9$

الحل : المقدار ليس مربعا كاملا لأن إشارة الحد الأخير (الثالث) سالبة

20 $Z^2 + 2Z + 4$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(Z^2)(4)} = 2(Z)(2) = 4Z$$

المقدار ليس مربع كامل

21 $3 - 4\sqrt{3}\,t + 4t^2$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(4t^2)(3)} = 2(2t)(\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}\,t$$ المقدار مربع كامل

$$3 - 4\sqrt{3}\,t + 4t^2 = (\sqrt{3} - 2t)^2$$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله :

22 $x^2 - \cdots\cdots\cdots + 25$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = 2\sqrt{(x^2)(25)} = 2(x)(5) = 10x$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$$

23 $\cdots\cdots\cdots + 14y + 49$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$14y = 2\sqrt{(ay^2)(49)}$$ بتربيع الطرفين

$$196y^2 = 4(ay^2)(49) \Longrightarrow 196y^2 = 196(ay^2) \Longrightarrow ay^2 = \frac{196y^2}{196} = y^2$$

$$y^2 + 14y + 49 = (y+7)^2$$

24 $Z^2 + 4Z + \cdots\cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$4Z = 2\sqrt{(Z^2)(C)}$$ بتربيع الطرفين

$$16Z^2 = 4Z^2(C) \Longrightarrow C = \frac{16Z^2}{4Z^2} = 4$$

$$Z^2 + 4Z + 4 = (Z+2)^2$$

25 $3 - \cdots\cdots\cdots + 9x^2$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = 2\sqrt{(9x^2)(3)} = 2(3x)(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}\,x$$

$$3 - 6\sqrt{3}\,x + 9x^2 = (\sqrt{3} - 3x)^2$$

26 $36 + 24y + \cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$24y = 2\sqrt{(ay^2)(36)}$$ بتربيع الطرفين

$$576y^2 = 4(ay^2)(36) \implies 576y^2 = 144(ay^2) \implies ay^2 = \frac{576y^2}{144} = 4y^2$$

$$36 + 24y + 4y^2 = (6 + 2y)^2$$

27 $4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \cdots\cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$2\sqrt{5}\,x = 2\sqrt{(4x^2)(C)}$$ بتربيع الطرفين

$$20x^2 = 4(4x^2)(C) \implies 20x^2 = 16x^2(C) \implies C = \frac{20x^2}{16x^2} = \frac{5}{4}$$

$$4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \frac{5}{4} = \left(2x + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

تدرب وحل التمرينات

حل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

28 $25-4x^2=(5+2x)(5-2x)$

29 $y^2-121=(y+11)(y-11)$

30 $t^4-v^6=(t^2+v^3)(t^2-v^3)$

31 $x^2-16Z^2=(x+4Z)(x-4Z)$

32 $64m^2-9n^2=(8m+3n)(8m-3n)$

33 $12-3t^2=3(4-t^2)=3(2+t)(2-t)$

34 $8y^3x-2x^3y=2xy(4y^2-x^2)=2xy(2y+x)(2y-x)$

35 $\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{8}=\frac{1}{4}\left(y^2-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\left(y+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(y-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

36 $\frac{1}{3}Z^5-\frac{1}{12}Z=\frac{1}{3}Z\left(Z^4-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{3}Z\left(Z^2+\frac{1}{2}\right)\left(Z^2-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{3}Z\left(Z^2+\frac{1}{2}\right)\left(Z+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(Z-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

37 $4x^2+20x+25=(2x)^2+(x\times 10)+(5)^2=(2x+5)^2$

38 $9-6y+y^2=(3)^2-2(y\times 3)+(y)^2=(3-y)^2$

39 $3Z^2-6Z+3=3(Z^2-2Z+1)=3[(Z)^2-2\times Z+(1)^2]=3(Z-1)^2$

40 $16n^2+8\sqrt{3}\,n+3=(4n)^2+2(n\times 4\sqrt{3})+(\sqrt{3})^2=(4n+\sqrt{3})^2$

41 $4t^3-12t^2+9t=t(4t^2-12t+9)=t[(2t)^2-2(t\times 6)+(3)^2]=t(2t-3)^2$

42 $1-4m+4m^2=(1)^2-2(m\times 2)+(2m)^2=(1-2m)^2$

حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

43 $4x^2+18x+16$

الحل :

لا يمثل مربع كامل $bx=2\sqrt{(ax^2)(c)}=2\sqrt{(4x^2)(16)}=2(2x)(4)=16x\neq 18x$

44 $\mathbf{y^2 + 10y + 25}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$by = 2\sqrt{(y^2)(25)} = 2(y)(5) = 10y$$ يمثل مربع كامل

$$y^2 + 10y + 25 = (y+5)^2$$

45 $\mathbf{49 - 7v + v^2}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bv = 2\sqrt{(v^2)(49)} = 2(v)(7) = 14v$$ لا يمثل مربع كامل

46 $\mathbf{2h^2 - 12h - 18}$

الحل : المقدار لا يمثل مربع كامل لأن إشارة الحد الأخير (الثالث) سالبة .

47 $\mathbf{4v^2 + 4v + 4}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bv = 2\sqrt{(4v^2)(4)} = 2(2v)(2) = 8v \neq 4v$$ لا يمثل مربع كامل

48 $\mathbf{3 - 2\sqrt{3}\,Z + Z^2}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$BZ = 2\sqrt{(Z^2)(3)} = 2(Z)(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}\,Z$$ المقدار يمثل مربع كامل

$$3 - 2\sqrt{3}\,Z + Z^2 = (\sqrt{3} - Z)^2$$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصيح مربعا كاملا وحلله :

49 $y^2 + \cdots\cdots\cdots + 36$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$by = 2\sqrt{(y^2)(36)} = 2(y)(6) = 12y$$

$$y^2 + 12y + 36 = (y+6)^2$$

50 $25 - 20x + \cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$20x = 2\sqrt{(ax^2)(25)}$$ بتربيع الطرفين

$$400x^2 = 4(ax^2)(25) \Longrightarrow 400x^2 = 100(ax^2)$$

$$ax^2 = \frac{400x^2}{100} = 4x^2 \Longrightarrow 25 - 20x + 4x^2 = (5-2x)^2$$

51 $4v^2 + 8v + \cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$8v = 2\sqrt{(4v^2)(c)}$$ بتربيع الطرفين

$$64v^2 = 4(4v^2)(c) \Longrightarrow 64v^2 = 16v^2(c)$$

$$c = \frac{64v^2}{16v^2} = 4 \Longrightarrow 4v^2 + 8v + 4 = (2v+2)^2$$

52 $5 - \cdots\cdots + 16x^2$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = 2\sqrt{(16x^2)(5)} = 2(4x)(\sqrt{5}) = 8\sqrt{5}\,x$$

$$5 - 8\sqrt{5}\,x + 16x^2 = (\sqrt{5} - 4x)^2$$

53 $81 + 18Z + \cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$18Z = 2\sqrt{(aZ^2)(81)}$$ بتربيع الطرفين

$$324Z^2 = 4(aZ^2)(81) \Rightarrow 324Z^2 = 324(aZ^2)$$

$$aZ^2 = \frac{324Z^2}{324} = Z^2 \Rightarrow 81 + 18Z + Z^2 = (9 + Z)^2$$

54 $9h^2 + 6\sqrt{2}\,h + \cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$6\sqrt{2}\,h = 2\sqrt{(9h^2)(c)}$$ بتربيع الطرفين

$$72h^2 = 4(9h^2)(c) \Rightarrow 72h^2 = 36h^2(c)$$

$$c = \frac{72h^2}{36h^2} = 2 \Rightarrow 9h^2 + 6\sqrt{2}\,h + 2 = (3h + \sqrt{2})^2$$

تدرب وحل مسائل حياتية

55 **المئذنة الملوية :** **وتقع منارة المئذنة الملوية في مدينة سامراء العراقية وتعد احدى معالم العراق المميزة بسبب شكلها الفريد فهي إحدى اثار العراق القديمة المشهورة التي تعود لعصر حكم الدولة العباسية وترتكز على قاعدة مربعة مساحتها : $x^2 + 8x + 16$ مترا مربعا . ما طول ضلع القاعدة التي تستند عليها الملوية بدلالة x ؟**

الحل :

$A = x^2 + 8x + 16 = (x)^2 + 2(x \times 4) + (4)^2 = (x + 4)^2$ طول ضلع القاعدة

---

56 **مزرعة أبقار :** **لدى سعد مزرعة أبقار مربعة الشكل طول ضلعها x متر وسعها لتصبح مستطيلة الشكل فزاد في أحد الأضلاع وأنقص الضلع الآخر بعدد الأمتار نفسها فأصبحت مساحة المزرعة $x^2 - 81$ مترا مربعا . ما طول المزرعة وعرضها بعد التوسعة بدلالة x ؟**

الحل :

$A = x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9)$

طول المزرعة $(x + 9)$, عرضها $(x - 9)$

---

57 **لوحة فنية :** **رسم بشار لوحة فنية تمثل منطقة الأهوار في جنوب العراق فكان المقدار : $4x^2 - 8x + 9$ سنتمترات مربعة يمثل مساحة اللوحة الفنية . أيمثل مقدار مساحة اللوحة الفنية مربعا كاملا أم لا ؟**

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(4x^2)(9)} = 2(2x)(3) = 12x$

لا يمثل مربعا كاملا .

58 **تحد :** حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

1 $7-2\sqrt{7}\,Z+Z^2$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bZ = 2\sqrt{(Z^2)(7)} = 2(Z)(\sqrt{7}) = 2\sqrt{7}\,Z$$ يمثل مربع كامل

$$7-2\sqrt{7}\,Z+Z^2 = (\sqrt{7}-Z)^2$$

2 $\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{16}$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = 2\sqrt{\left(\frac{1}{9}x^2\right)\left(\frac{1}{16}\right)} = 2\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{6}x$$ يمثل مربع كامل

$$\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}\right)^2$$

---

59 **أصحح الخطأ :** قالت منتهى أن المقدار : $(2x+1)(2x-1)$ هو تحليل للمربع الكامل :

$4x^2-4x+1$ حدد خطأ منتهي وصححه .

الحل :

المقدار : $(2x+1)(2x-1)$ هو ليس تحليل للمربع الكامل

$$4x^2-4x+1 = (2x)^2+2(x\times 2)+(1)^2 = (2x-1)^2$$

---

60 **حس عددي :** أيمثل المقدار : $9x^2+12x-4$ مربعا كاملا أم لا ؟ وضح اجابتك .

الحل : المقدار لا يمثل مربعا كاملا لأن إشارة الحد الأخير (الثالث) سالبة .

اكتب تحليل للمقدار : $4x^2 - 8x + 4$

الحل :

$$4x^2 - 8x + 4 = (2x)^2 - 2(x \times 4) + (2)^2 = (2x-2)^2$$



صفحة 61

مراجعة الفصل

تدريب 1 حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية كفرق بين مربعين :

1. $4x^2 - 49 = (2x+7)(2x-7)$
2. $3x^2 - y^2 = (\sqrt{3}\,x + y)(\sqrt{3}\,x - y)$
3. $18 - Z^2 = (\sqrt{18} + Z)(\sqrt{18} - Z) = (3\sqrt{2} + Z)(3\sqrt{2} - Z)$

تدريب 2 حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية كمرع كامل :

$$81Z^2 - 18Z + 1 = (9Z)^2 - 2(Z \times 9) + (1)^2 = (9Z-1)^2$$

تدريب 3 اكتب الحد المفقود ليكون المقدار مربعا كاملا : $4x^2 - \cdots\cdots + 64$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = 2\sqrt{(4x^2)(64)} = 2(2x)(8) = 32x$$

$$4x^2 - 32x + 64 = (2x-8)^2$$

صفحة 63

اختبار الفصل

حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية :



27 $16 - x^2 = (4 + x)(4 - x)$

28 $y^2 - 36v^2 = (y + 6v)(y - 6v)$

29 $\frac{1}{3}Z^2 - \frac{1}{27} = \frac{1}{3}\left(Z^2 - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{3}\left(Z + \frac{1}{3}\right)\left(Z - \frac{1}{3}\right)$

32 $81 - 18y + y^2 = (9)^2 - 2(y \times 9) + (y)^2 = (9 - y)^2$

حدد أي من المقادير الجبرية التالية تمثل مربعا كاملا وحلله :

35 $25x^2 + 30x + 9$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(25x^2)(9)} = 2(5x)(3) = 30x$ المقدار يمثل مربع كامل

$25x^2 + 30x + 9 = (5x + 3)^2$

36 $49 - 4y + y^2$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$by = 2\sqrt{(y^2)(49)} = 2(y)(7) = 14y$ المقدار لا يمثل مربع كامل

37 $9Z^2 - 24Z - 16$

الحل : المقدار لا يمثل مربعا كاملا لأن إشارة الحد الأخير (الثالث) سالبة .

38 $4v^2 + 4\sqrt{5}\,v + 5$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bv = 2\sqrt{(4v^2)(5)} = 2(2v)(\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}\,v$ المقدار يمثل مربع كامل

$4v^2 + 4\sqrt{5}\,v + 5 = (2v + \sqrt{5})^2$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله :

39 $x^2 + \cdots\cdots + 81$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(x^2)(81)} = 2(x)(9) = 18x$

$x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$

40 $36 - 12y + \cdots\cdots$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$12y = 2\sqrt{(ay^2)(36)}$ بتربيع الطرفين

$144y^2 = 4(ay^2)(36) \implies 144y^2 = 144(ay^2) \implies ay^2 = \frac{144y^2}{144} = y^2$

$36 - 12y + y^2 = (6 - y)^2$

41 $7 - \cdots\cdots + 4Z^2$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bZ = 2\sqrt{(4Z^2)(7)} = 2(2Z)(\sqrt{7}) = 4\sqrt{7}\,Z$

$7 - 4\sqrt{7}\,Z + 4Z^2 = (\sqrt{7} - 2Z)^2$

42 $25v^2 + 10\sqrt{3}\,v + \cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$10\sqrt{3}\,v = 2\sqrt{(25v^2)(c)}$$ بتربيع الطرفين

$$300v^2 = 4(25v^2)(c) \quad \Longrightarrow \quad 300v^2 = 100v^2(c) \quad \Longrightarrow \quad c = \frac{300v^2}{100v^2} = 3$$

$$25v^2 + 10\sqrt{3}\,v + 3 = \left(5v + \sqrt{3}\right)^2$$

صفحة 104

الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية :

1 $9 - 4x^2$

a) $(3 + 2x)(3 + 2x)$ — **b) $(3 + 2x)(3 - 2x)$** ✓

c) $(9 - x)(9 + 4x)$ — d) $(3 + x)(3 - 4x)$

الحل :

$$9 - 4x^2 = (3 + 2x)(3 - 2x)$$

2 $12y^3Z - 3yz^3$

a) $3y(2y - Z)(y + 2Z)$ — b) $3Z(2y - Z)(2y + Z)$

c) $3yZ(2y - Z)(2y + Z)$ ✓ — d) $3yZ(y - 2Z)(y + 2Z)$

الحل :

$$12y^3Z - 3yz^3 = 3yZ(4y^2 - Z^2) = 3yZ(2y - Z)(2y + Z)$$

3 $\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{24}x$

a) $\frac{x}{6}\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$ b) $\frac{x}{6}\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)$

c) $\frac{x}{3}\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)$ d) $\frac{x}{3}\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}\right)$

الحل :

$$\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{24}x = \frac{1}{6}x\left(x^2-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{6}x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

4 $4x^2 + 24x + 36$ a) $(x+6)^2$ b) $(x-6)^2$ c) $4(x-3)^2$ d) $4(x+3)^2$

الحل :

$$4x^2 + 24x + 36 = 4(x^2 + 6x + 9) = 4(x+3)^2$$

5 $16 - 8y + y^2$ a) $(4+2y)^2$ b) $(4-2y)^2$ c) $(4-y)^2$ d) $(4+y)^2$

الحل :

$$16 - 8y + y^2 = (4-y)^2$$

6 $25Z^2 - 10\sqrt{2}\,Z + 2$ a) $(5Z+\sqrt{2})^2$ b) $(5Z-\sqrt{2})^2$ C) $(5Z+2)^2$ d) $(5Z-2)^2$

الحل :

$$25Z^2 - 10\sqrt{2}\,Z + 2 = (5Z-\sqrt{2})^2$$

حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعا كاملا :

7 $4x^2 - 20x + 25$

a) $2(x)(5) = 10x$ مربع كامل لأن

b) $-2(2x)(5) = -20x$ مربع كامل لأن

c) $-4(x)(5) \neq 10x$ مربع كامل لأن

d) $-2(2x)(5) \neq 20x$ ليس مربع كامل لأن

الحل :

$$bx = -2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = -2\sqrt{(4x^2)(25)} = -2(2x)(5) = -20x$$ مربع كامل

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

8 $64 - 48y + 9y^2$

a) $2(4)(3y) \neq -44y$ ليس مربع كامل لأن

b) $2(8)(4y) = 48y$ مربع كامل لأن

c) $-2(8)(3y) \neq -48y$ ليس مربع كامل لأن

d) $-4(4)(3y) = -48y$ مربع كامل لأن

الحل :

$$bx = -2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$by = -2\sqrt{(9y^2)(64)} = -2(3y)(8) = -48y$$ مربع كامل لأن

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا :

9 $Z^2 + \cdots\cdots + 49$ a) 14Z b) – 14Z c) 7Z d) – 7Z

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bZ = 2\sqrt{(Z^2)(49)} = 2(Z)(7) = 14Z$$

10 $36 - 24x + \cdots\cdots$ a) $2x^2$ b) $-2x^2$ c) $4x^2$ d) $-4x^2$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$24x = 2\sqrt{(ax^2)(36)}$$ بتربيع الطرفين

$$576x^2 = 4(ax^2)(36) \Rightarrow 576x^2 = 144(ax^2) \Rightarrow ay^2 = \frac{576x^2}{144} = 4x^2$$

11 $16y^2 + 40y + \cdots\cdots$ a) 9 b) 25 c) – 9 d) – 25

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$40y = 2\sqrt{(16y^2)(c)}$$ بتربيع الطرفين

$$1600y^2 = 4(16y^2)(c) \Rightarrow 1600y^2 = 64y^2(c) \Rightarrow c = \frac{1600y^2}{64y^2} = 25$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

12 $81x^2 - 18\sqrt{3}\,x + \cdots\cdots$ a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{3}$ c) 3 d) -3

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$18\sqrt{3}x = 2\sqrt{(81x^2)(c)}$$ بتربيع الطرفين

$$972x^2 = 4(81x^2)(c) \quad \Longrightarrow \quad 972x^2 = 324x^2(c)$$

$$c = \frac{972x^2}{324x^2} = 3$$

تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

تحليل المقدار الجبري : $x^2 + bx + c$

طريقة حل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة :

1) تتكون من قوسين صغيرين نضع إشارة الحد الثاني في القوس الأول ونضرب إشارة الحد الثاني في إشارة الحد الثالث ونضعها في القوس الثاني .

2) نحلل الحد الأول الى حاصل ضرب حدين متشابهين ووضع كل حد في بداية كل قوس .

3) نحلل الحد الأخير (الثالث) الى حاصل ضرب عددين حيث اذا كانت الإشارات متشابهة نجمع أما اذا كانت الإشارات مختلفة نطرح .

4) للتأكد من صحة الحل يجب ان يكون حاصل ضرب الوسطين $\pm$ حاصل ضرب الطرفين = الحد الوسط

مثال ما أبعاد اللوحة الفنية للثور المجنح التي مساحتها $x^2 + 10x + 21$ سنتمترا مربعا ؟

الحل :

الحد الوسط $7x + 3x = 10x$

$x^2 + 10x + 21 = (x+3)(x+7)$ (الطرفين ، الوسطين)

طول اللوحة $(x + 7)$ سنتمتر

عرض اللوحة $(x + 3)$ سنتمتر

مثال حلل المقدار الجبري : $y^2 + y - 12$

الحل :

الحد الوسط $-3y + 4y = y$

$y^2 + y - 12 = (y+4)(y-3)$ (الطرفين ، الوسطين)

مثال حلل المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1. $Z^2 - Z - 6 = (Z-3)(Z+2)$ الحد الوسط $2Z - 3Z = -Z$
2. $x^2 - 9x + 18 = (x-3)(x-6)$ الحد الوسط $-6x - 3x = -9x$
3. $y^2 + 6y - 27 = (y+9)(y-3)$ الحد الوسط $-3y + 9y = +6y$
4. $x^2 - xy - 20y^2 = (x-5y)(x+4y)$ الحد الوسط $+4xy - 5xy = -xy$
5. $15 - 8Z + Z^2 = (5-Z)(3-Z)$ الحد الوسط $-5Z - 3Z = -8Z$

تحليل المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ وأن : $a \neq 0$

مثال حلل كل مقدار من المقادير الأتية الى أبسط صورة :

1. $6x^2 + 17x + 7 = (2x+1)(3x+7)$ (الطرفين ، الوسطين)

حاصل ضرب الطرفين	$+14x$
حاصل ضرب الوسطين	$+3x$
الحد الوسط	$+17x$

2 $7y^2 - 26y - 8 = (y-4)(7y+2)$

الطرفين

الوسطين

حاصل ضرب الطرفين	$+2y$
حاصل ضرب الوسطين	$-28y$
الحد الوسط	$-26y$

مثال حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $3Z^2 - 17Z + 10 = (3Z-2)(Z-5)$ الحد الوسط $-15Z - 2Z = -17Z$

2 $4v^2 - v - 3 = (v-1)(4v+3)$ الحد الوسط $+3v - 4v = -v$

3 $15 + 11h + 2h^2 = (5+2h)(3+h)$ الحد الوسط $+5h + 6h = +11h$

4 $6x^2 - 51x + 63 = 3(2x^2 - 17x + 21)$

$= 3(x-7)(2x-3)$ الحد الوسط $-3x - 14x = -17x$

5 $3x^2 - 10xy + 3y^2 = (3x-y)(x-3y)$ الحد الوسط $-9xy - xy = -10xy$

مثال حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

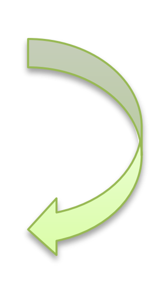
1 $x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3)$ الحد الوسط $+3x - 4x = -x$

2 $y^2 - 8y + 15 = (y-5)(y-3)$ الحد الوسط $-3y - 5y = -8y$

3 $v^2 + v - 42 = (v+7)(v-6)$ الحد الوسط $-6v + 7v = +v$

4 $5x^2 + 13x - 6 = (x+3)(5x-2)$ الحد الوسط $-2x + 15x = +13x$

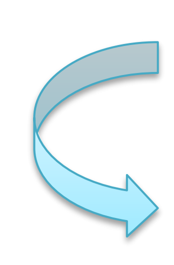
5 $4y^2 - 29y + 30 = (4y-5)(y-6)$ الحد الوسط $-24y - 5y = -29y$



اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998



تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

1. $x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$ — الحد الوسط $+4x + 2x = +6x$
2. $y^2 + 9y + 8 = (y+1)(y+8)$ — الحد الوسط $+8y + y = +9y$
3. $1 - 2Z + Z^2 = (1-Z)(1-Z)$ — الحد الوسط $-Z - Z = -2Z$
4. $x^2 - 13x + 12 = (x-1)(x-12)$ — الحد الوسط $-12x - x = -13x$
5. $y^2 - 7y + 12 = (y-3)(y-4)$ — الحد الوسط $-4y - 3y = -7y$
6. $3 + 2Z - Z^2 = (1+Z)(3-Z)$ — الحد الوسط $-Z + 3Z = +2Z$
7. $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ — الحد الوسط $x - 3x = -2x$
8. $y^2 + 6y - 27 = (y+9)(y-3)$ — الحد الوسط $-3y + 9y = +6y$
9. $15 - 8Z + Z^2 = (5-Z)(3-Z)$ — الحد الوسط $-5Z - 3Z = -8Z$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

10. $2x^2 + 5x + 3 = (2x+3)(x+1)$ — الحد الوسط $+2x + 3x = +5x$
11. $3y^2 - 14y + 8 = (3y-2)(y-4)$ — الحد الوسط $-12y - 2y = -14y$
12. $12 + 14Z - 6Z^2 = (2+3Z)(6-2Z)$ — الحد الوسط $-4Z + 18Z = +14Z$
13. $3x^2 - 10x + 8 = (3x-4)(x-2)$ — الحد الوسط $-6x - 4x = -10x$
14. $9y^2 - 8y - 1 = (y-1)(9y+1)$ — الحد الوسط $+y - 9y = -8y$
15. $8 - 25Z + 3Z^2 = (8-Z)(1-3Z)$ — الحد الوسط $-24Z - Z = -25Z$
16. $9x^2 + 8x - 1 = (x+1)(9x-1)$ — الحد الوسط $-x + 9x = +8x$
17. $5y^2 - y - 6 = (5y-6)(y+1)$ — الحد الوسط $+5y - 6y = -y$
18. $6 + 29Z - 5Z^2 = (1+5Z)(6-Z)$ — الحد الوسط $-Z + 30Z = +29Z$
19. $x^2 - 9xy + 20y^2 = (x-4y)(x-5y)$ — الحد الوسط $-5xy - 4xy = -9xy$

20 $3y^2 - 19yx - 14x^2 = (y-7x)(3y+2x)$ الحد الوسط $+2yx - 21yx = -19yx$

21 $10Z^2 + 13Zx - 3x^2 = (2Z+3x)(5Z-x)$ الحد الوسط $-2Zx + 25Zx = +13Zx$

ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

22 $x^2 + 9x + 20 = (x+5)(x+4)$ الحد الوسط $+4x + 5x = +9x$

23 $y^2 - 12y + 20 = (y-2)(y-10)$ الحد الوسط $-10y - 2y = -12y$

24 $x^2 - 9x - 22 = (x+2)(x-11)$ الحد الوسط $-11x + 2x = -9x$

25 $21 + 4y - y^2 = (7-y)(3+y)$ الحد الوسط $+7y - 3y = +4y$

26 $6x^2 - 7x + 2 = (2x-1)(3x-2)$ الحد الوسط $-4x - 3x = -7x$

27 $20 - 7y - 3y^2 = (5-3y)(4+y)$ الحد الوسط $5y - 12y = -7y$

تدرب وحل التمرينات

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية بأبسط صورة :

28 $x^2 + 9x + 14 = (x+7)(x+2)$ الحد الوسط $+2x + 7x = +9x$

29 $y^2 - 5y + 6 = (y-3)(y-2)$ الحد الوسط $-2y - 3y = -5y$

30 $24 - 2Z - Z^2 = (4-Z)(6+Z)$ الحد الوسط $+4Z - 6Z = -2Z$

31 $x^2 - x - 72 = (x-7)(x+6)$ الحد الوسط $+6x - 7x = -x$

32 $y^2 - 7y + 12 = (y-4)(y-3)$ الحد الوسط $-3y - 4y = -7y$

33 $3 + 2Z - Z^2 = (1+Z)(3-Z)$ الحد الوسط $-Z + 3Z = +2Z$

34 $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ الحد الوسط $+x - 3x = -2x$

35 $y^2 - 12y + 11 = (y-11)(y-1)$ الحد الوسط $-y - 11y = -12y$

36 $36 - 15Z + Z^2 = (12-Z)(3-Z)$ الحد الوسط $-12Z - 3Z = -15Z$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

37 $x^2 + 13x - 14 = (x + 14)(x - 1)$ الحد الوسط $-x + 14x = +13x$

38 $4y^2 - 6y + 2 = 2(2y^2 - 3y + 1)$

$= 2(2y - 1)(y - 1)$ الحد الوسط $-2y - y = -3y$

39 $10 + 9Z - 9Z^2 = (2 + 3Z)(5 - 3Z)$ الحد الوسط $-6Z + 15Z = +9Z$

40 $7x^2 - 29x + 4 = (7x - 1)(x - 4)$ الحد الوسط $-28x - x = -29x$

41 $18y^2 - 6y - 4 = 2(9y^2 - 3y - 2)$

$= 2(3y - 2)(3y + 1)$ الحد الوسط $+3y - 6y = -3y$

42 $15 - 13Z + 2Z^2 = (5 - Z)(3 - 2Z)$ الحد الوسط $-10Z - 3Z = -13Z$

43 $2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$ الحد الوسط $+2x + x = 3x$

44 $13y^2 - 11y - 2 = (y - 1)(13y + 2)$ الحد الوسط $+2y - 13y = -11y$

45 $50 - 20Z + 2Z^2 = 2(25 - 10Z + Z^2)$

$= 2(5 - Z)(5 - Z)$ الحد الوسط $-5Z - 5Z = -10Z$

46 $30x^2 - xy - y^2 = (5x - y)(6x + y)$ الحد الوسط $+5xy - 6xy = -xy$

47 $16y^2 - 2yx - 3x^2 = (y - x)(8y + 3x)$ الحد الوسط $+3yx - 8yx = -2yx$

48 $6Z^2 - 2Zx - 4x^2 = 2(3Z^2 - Zx - 2x^2)$

$= 2(Z - x)(3Z + 2x)$ الحد الوسط $+2Zx - 3Zx = -Zx$

ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

49 $x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$ الحد الوسط $+5x - 4x = +x$

50 $y^2 - 3y + 2 = (y - 2)(y - 1)$ الحد الوسط $-y - 2y = -3y$

51 $x^2 - x - 56 = (x + 7)(x - 8)$ الحد الوسط $-8x + 7x = -x$

52 $35 + 3y - 2y^2 = (5 - y)(7 + 2y)$ الحد الوسط $+10y - 7y = +3y$

53 $3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$ الحد الوسط $-2x - 3x = -5x$

54 $25 + 5y - 6y^2 = (5 - 2y)(5 + 3y)$ الحد الوسط $+15y - 10y = +5y$

تدرب وحل مسائل حياتية

55 قلعة الأخيضر : قلعة الأخيضر هي قلعة أثرية تقع في محافظة كربلاء وسط العراق ولا تزال أطلال القلعة قائمة الى يومنا هذا الأخيضر من الحصون الدفاعية الفريدة من نوعها ويحيط به سور عظيم مستطيل الشكل . ما أبعاد هذا السور الذي يحيط بالقلعة التي مساحتها $6x^2 - 39x + 60$ مترا مربعا ؟

الحل :

$$6x^2 - 39x + 60 = 3(2x^2 - 13x + 20) = 3(2x - 5)(x - 4)$$

أبعاد السور هو : $(x - 4)$, $(2x - 5)$

56 العاب ترفيهية : تعد أرجوحة ديسكفري من الألعاب الخطرة في مدينة الألعاب ويمثل المقدار : $5t^2 + 5t - 30$ مسار أرجوحة ديسكفري في مدينة الألعاب اذ t يمثل زمن الحركة . وتحليل المقدار يساعد على معرفة الوقت الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى . حلل المقدار .

الحل :

$$5t^2 + 5t - 30 = 5(t^2 + t - 6) = 5(t + 6)(t - 5)$$

57 مترو الأنفاق : يعد مترو الأنفاق نظام سكك حديد تحت الأرض تسير القطارات وهو أحد وسائل النقل السريعة في المدن الكبيرة وذات الكثافة السكانية العالية ويتألف كل قطار من عدة عربات فإذا كان المقدار : $14y^2 - 23y + 3$ يمثل مساحة أرضية العربة بالمتر المربع فما أبعادها ؟

الحل :

$$14y^2 - 23y + 3 = (7y - 1)(2y - 3)$$

أبعاد العربة هي : $(2y - 3)$, $(7y - 1)$

فكر

58 تحد : حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

1 $4x^3 + 4x^2 - 9x - 9 = (4x^3 + 4x^2) + (-9x - 9) = 4x^2(x+1) - 9(x+1)$

$= (x+1)(4x^2 - 9) = (x+1)(2x+3)(2x-3)$

2 $2y^2 - 3y - 20 = (y-4)(2y+5)$ الحد الوسط $+5y - 8y = -3y$

---

59 أصحح الخطأ: حلل سعد المقدار : $6Z^2 - 16Z - 6$ كما يأتي :

$$6Z^2 - 16Z - 6 = (3Z - 1)(2Z + 6)$$

اكتشف خطأ سعد وصححه .

الحل :

خطأ الحد الوسط $+18Z - 2Z = +16Z \neq -16Z$

الحد الوسط $+2Z - 18Z = -16Z$ $6Z^2 - 16Z - 6 = (2Z - 6)(3Z + 1)$

---

60 حس عددي : أيمكن تحديد ما اذا كانت إشارات القوسين في تحليل المقدار : $x^2 - 12x + 35$ مختلفة أم متشابهة ومن دون تحليل المقدار ؟ وضح اجابتك .

الحل :

تكون إشارة القوسين متشابهة (سالبة) حيث نضع إشارة الحد الثاني (−) في القوس الأول ونضرب إشارة الحد الثاني في إشارة الحد الثالث ونضعها في القوس الثالث (−)

اكتب الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

$6Z^2 + 5Z - 56 = (3Z - 8)(2Z + 7)$

الحد الوسط $+21Z - 16Z = +5Z$

مراجعة الفصل

صفحة 61

تدريب 1 حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $y^2 - y - 20 = (y-5)(y+4)$ الحد الوسط $+4y - 5y = -y$

2 $x^2 - 17x + 30 = (x-15)(x-2)$ الحد الوسط $-2x - 15x = -17x$

3 $24 - 10Z + Z^2 = (4-Z)(6-Z)$ الحد الوسط $-4Z - 6Z = -10Z$

تدريب 2 حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $7 - 23Z + 6Z^2 = (7-2Z)(1-3Z)$ الحد الوسط $-21Z - 2Z = -12Z$

2 $9x^2 - 3x - 12 = 3(3x^2 - x - 4)$

$= 3(3x-4)(x+1)$ الحد الوسط $+3x - 4x = -x$

اختبار الفصل

صفحة 63

حلل كل مقدار من المقادير الآتية :

33 $7Z^2 - 36Z + 5 = (7Z-1)(Z-5)$ الحد الوسط $-35Z - 7 = -36Z$

43 $x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$ الحد الوسط $+2x + 5x = +7x$

44 $8 - 7y - y^2 = (1-y)(8+y)$ الحد الوسط $+y - 8y = -7y$

46 $2v^2 + 9v + 7 = (2v+7)(v+1)$ الحد الوسط $+2v + 7v = +9v$

47 $32 - 16x + 2x^2 = 2(16 - 8x + x^2)$

$= 2(4-x)(4-x)$ الحد الوسط $-4x - 4x = -8x$

48 $\frac{1}{4}y^2 - 2y + 3 = \frac{1}{4}(y^2 - 8y + 12)$

$= \frac{1}{4}(y-2)(y-6)$ الحد الوسط $-6y - 2y = -8y$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

صفحة 105

الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حلل كل مقدار من المقادير الأتية الى أبسط صورة :

1 $x^2 + 7x + 12$

a) $(x-3)(x+4)$ **b) $(x+3)(x+4)$**

c) $(x-1)(x+7)$ d) $(x-3)(x-4)$

الحل :

$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$ الحد الوسط $+4x + 3x = +7x$

2 $24 - 14Z + Z^2$

a) $(6-Z)(4+Z)$ b) $(3-Z)(8-Z)$

c) $(12+Z)(2+Z)$ **d) $(12-Z)(2-Z)$**

الحل :

$24 - 14Z + Z^2 = (12-Z)(2-Z)$ الحد الوسط $-12Z - 2Z = -14Z$

3 $x^2 - 5x - 36$

a) $(x-6)(x+6)$ b) $(x+12)(x-3)$

c) $(x-9)(x+4)$ d) $(x+9)(x-4)$

الحل :

$x^2 - 5x - 36 = (x-9)(x+4)$ الحد الوسط $+4x - 9x = -5x$

4 $y^2 + 4y - 21$

a) $(y-7)(y+3)$ b) $(y+7)(y-3)$

c) $(y-7)(y-3)$ d) $(y+7)(y+3)$

الحل :

$y^2 + 4y - 21 = (y+7)(y-3)$ الحد الوسط $-3y + 7y = +4y$

5 $4x^2 + 10x + 6$

a) $(x-6)(4x+1)$ b) $(4x+2)(x-3)$

c) $(4x-6)(x-1)$ d) $(2x+3)(2x+2)$

$4x^2 + 10x + 6 = (2x+3)(2x+2)$ الحد الوسط $+4x + 6x = +10x$

6 $15 + 19Z - 8Z^2$

a) $(5 - 8z)(3 + z)$ b) $(3 - 8Z)(5 + Z)$

c) $(5 + 8Z)(3 - Z)$ d) $(3 + 8Z)(5 - Z)$

الحل :

$15 + 19Z - 8Z^2 = (5 + 8Z)(3 - Z)$ الحد الوسط $-5Z + 24Z = +19Z$

7 $24y^2 - 2y - 1$

a) $(4y - 1)(6y + 1)$ b) $(2y - 1)(12y - 1)$

c) $(4y + 1)(6y - 1)$ d) $(3y - 1)(8y + 1)$

الحل :

$24y^2 - 2y - 1 = (4y - 1)(6y + 1)$ الحد الوسط $+4y - 6y = -2y$

8 $10x^2 - 11x + 1$

a) $(5x - 1)(2x + 1)$ b) $(10x + 1)(x - 1)$

c) $(5x + 1)(2x - 1)$ d) $(10x - 1)(x - 1)$

الحل :

$10x^2 - 11x + 1 = (10x - 1)(x - 1)$ الحد الوسط $-10x - x = -11x$

9 $22 + 3Z - 4Z^2$

a) $(11 + 4Z)(2 - Z)$ b) $(22 - 4Z)(1 + Z)$

c) $(11 - 4Z)(2 + Z)$ d) $(22 + 8Z)(1 - Z)$

الحل :

$22 + 3Z - 4Z^2 = (11 - 4Z)(2 + Z)$ الحد الوسط $+11Z - 8Z = +3Z$

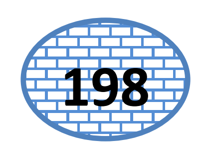
اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998







تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين

تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين

هو تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين :

$$\mathbf{a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)}$$

$1 = 1^3$, $8 = 2^3$, $27 = 3^3$, $64 = 4^3$, $125 = 5^3$, $216 = 6^3$

مثال ما مجموع حجمي مكعبي روبك الأول طول ضلعه 3cm والثاني طول ضلعه 4cm

الحل :

حجم المكعب = $(\text{طول الضلع})^3$

$$v_1 + v_2 = 3^3 + 4^3 = (3 + 4)(3^2 - 3 \times 4 + 4^2)$$

$$= (7)(9 - 12 + 16) = (7)(13) = 91\ cm^3$$

مثال حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1. $\mathbf{x^3 + 5^3} = (x + 5)(x^2 - 5x + 5^2) = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$

2. $\mathbf{y^3 + 8} = y^3 + 2^3 = (y + 2)(y^2 - 2y + 4)$

3. $\mathbf{8Z^3 + 27} = 2^3Z^3 + 3^3 = (2Z + 3)(4Z^2 - 6Z + 9)$

4. $\mathbf{\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64}} = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{4^3} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16}\right)$

5. $\mathbf{\frac{27}{x^3} + \frac{8}{125}} = \frac{3^3}{x^3} + \frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{5}\right)\left(\frac{9}{x^2} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{25}\right)$

6. $\mathbf{\frac{1}{2}y^3 + 4} = \frac{1}{2}(t^3 + 8) = \frac{1}{2}(t^3 + 2^3) = \frac{1}{2}(t + 2)(t^2 - 2t + 4)$

7. $\mathbf{0.125 + v^3} = (0.5)^3 + v^3 = (0.5 + v)(0.25 - 0.5v + v^2)$

8. $\mathbf{0.064x^3 + 0.027y^3} = (0.4)^3x^3 + (0.3)^3y^3$

$$= (0.4x + .03y)(0.16x^2 - 0.12xy + 0.09y^2)$$

9 $\mathbf{1+0.008Z^3} = 1^3 + (0.2)^3Z^3 = (1+0.2Z)(1+0.2Z+0.04Z^2)$

تحليل المقدار الجبري فرق بين

هو تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة فرق بين مربعين :

$$\mathbf{a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)}$$

مثال **حوض مكعب الشكل طول ضلعه 1m مملوء بالماء أفرغ الماء منه في حوض اخر اكبر منه مكعب الشكل طول ضلعه 1.1m ما كمية الماء الإضافية التي نحتاج اليها ليمتلئ الحوض الكبير ؟**

الحل :

كمية الماء الإضافية اللازمة = حجم المكعب الكبير – حجم المكعب الصغير

$$v_1 - v_2 = (1.1)^3 - 1^3 = (1.1-1)[(1.1)^2 - 1.1\times 1 + 1^2]$$

$$= (0.1)(1.21+1.1+1) = (0.1)(3.31) = 0.331\text{m}^3$$

مثال **حلل كل مقدار من المقادير الأتية الى أبسط صورة :**

1 $\mathbf{x^3 - 3^3} = (x-3)(x^2+3x+9)$

2 $\mathbf{y^3 - 64} = y^3 - 4^3 = (y-4)(y^2+4y+16)$

3 $\mathbf{27Z^3 - 8} = 3^3Z^3 - 2^3 = (3Z-2)(9Z^3+6Z+4)$

4 $\mathbf{\frac{1}{b^3} - \frac{1}{125}} = \frac{1}{b^3} - \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{b}-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{5b}+\frac{1}{25}\right)$

5 $\mathbf{\frac{8}{y^3} - \frac{27}{125}} = \frac{2^3}{y^3} - \frac{3^3}{5^3} = \left(\frac{2}{y}-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{y^2}+\frac{6}{5y}+\frac{9}{25}\right)$

6 $\mathbf{\frac{1}{3}t^3 - 9} = \frac{1}{3}(t^3-27) = \frac{1}{3}(t^3-3^3) = \frac{1}{3}(t-3)(t^2+3t+9)$

7 $\mathbf{0.216 - n^3} = (0.6)^3 - n^3 = (0.6-n)(0.36+0.6n+n^2)$

8 $\mathbf{1 - 0.125Z^3} = 1^3 - (0.5)^3Z^3 = (1-0.5Z)(1+0.5Z+0.25Z^2)$

9 $0.027x^3 - 0.008Z^3 = (0.3)^3x^3 - (0.2)^3Z^3$

$= (0.3x - 0.2Z)(0.09x^2 + 0.06xZ + 0.04Z^2)$

10 $32 - \frac{1}{2}m^3 = \frac{1}{2}(64 - m^3) = \frac{1}{2}(4^3 - m^3) = \frac{1}{2}(4 - m)(16 + 4m + m^2)$

11 $\frac{1}{5} - 25b^3 = \frac{1}{5}(1 - 125b^3) = \frac{1}{5}(1^3 - 5^3b^3) = \frac{1}{5}(1 - 5b)(1 + 5b + 25b^2)$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $x^3 + 7^3 = (x + 7)(x^2 - 7x + 49)$

2 $y^3 + 216 = y^3 + 6^3 = (y + 6)(y^2 - 6y + 36)$

3 $x^3 + Z^3 = (x + Z)(x^2 - xZ + Z^2)$

4 $125 + 8Z^3 = 5^3 + 2^3Z^3 = (5 + 2Z)(25 - 10Z + 4Z^2)$

5 $1 + 64v^3 = 1^3 + 4^3v^3 = (1 + 4v)(1 - 4v + 16v^2)$

6 $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8} = \frac{1}{3^3}x^3 + \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}\right)$

7 $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64} = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{4^3} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16}\right)$

8 $\frac{27}{x^3} + \frac{8}{125} = \frac{3^3}{x^3} + \frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{5}\right)\left(\frac{9}{x^2} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{25}\right)$

9 $\frac{1}{3}t^3 + 9 = \frac{1}{3}(y^3 + 27) = \frac{1}{3}(t^3 + 3^3) = \frac{1}{3}(t + 3)(t^2 - 3t + 9)$

10 $0.125 + v^3 = (0.5)^3 + v^3 = (0.5 + v)(0.25 - 0.5v + v^2)$

11 $0.064x^3 + 0.027y^3 = (0.4)^3x^3 + (0.3)^3y^3$

$= (0.4x + 0.3y)(0.16x^2 - 0.12xy + 0.09y^2)$

12 $1 + 0.008Z^3 = 1^3 + (0.2)^3Z^3 = (1 + 0.2Z)(1 - 0.2Z + 0.04Z^2)$

حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

13 $a^3 - 8^3 = (a-8)(a^2+8a+64)$

14 $x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2+3x+9)$

15 $8y^3 - 64 = 8(y^3-8) = 8(y^3-2^3) = 8(y-2)(y^2+2y+4)$

16 $\frac{1}{c^3} - \frac{1}{8} = \frac{1}{c^3} - \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{2c} + \frac{1}{4}\right)$

17 $\frac{27}{x^3} - \frac{125}{216} = \frac{3^3}{x^3} - \frac{5^3}{6^3} = \left(\frac{3}{x} - \frac{5}{6}\right)\left(\frac{9}{x^2} + \frac{15}{6x} + \frac{25}{30}\right) = \left(\frac{3}{x} - \frac{5}{6}\right)\left(\frac{9}{x^2} + \frac{5}{2x} + \frac{25}{30}\right)$

18 $\frac{1}{2}v^3 - 4 = \frac{1}{2}(v^3-8) = \frac{1}{2}(v^3-2^3) = \frac{1}{2}(v-2)(v^2+2v+4)$

19 $0.125 - m^3 = (0.5)^3 - m^3 = (0.5-m)(0.25+0.5m+m^2)$

20 $0.027Z^3 - 1 = (0.3)^3Z^3 - 1^3 = (0.3Z-1)(0.09Z^2+0.3Z+1)$

21 $25 - \frac{1}{5}n^3 = \frac{1}{5}(125-n^3) = \frac{1}{5}(5^3-n^3) = \frac{1}{5}(5-n)(25+5n+n^2)$

22 $3b^3 - 81 = 3(b^3-27) = 3(b^3-3^3) = 3(b-3)(b^2+3b+9)$

23 $0.064y^3 - 0.027Z^3 = (0.4)^3y^3 - (0.3)^3Z^3$

$= (0.4y-0.3Z)(0.16y^2+0.12yZ+0.09Z^2)$

24 $0.216v^3 - 0.008t^3 = (0.6)^3v^3 - (0.2)^3t^3$

$= (0.6v-0.2t)(0.36v^2+0.12vt+0.04t^2)$

تدرب وحل التمرينات

حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

25 $6^3 + x^3 = (6+x)(6-6x+x^2)$

26 $y^3 + 343 = y^3 + 7^3 = (y+7)(y^2-7y+49)$

27 $v^3 + t^3 = (v+t)(v^2-vt+t^2)$

28 $27 + 64x^3 = 3^3 + 4^3x^3 = (3+4x)(9-12x+16x^2)$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

29 $125y^3+1=5^3y^3+1^3=(5y+1)(25y^2-5y+1)$

30 $\frac{1}{64}+\frac{8}{125}y^3=\frac{1}{4^3}+\frac{2^3}{5^3}y^3=\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}y\right)\left(\frac{1}{16}-\frac{2}{20}y+\frac{4}{25}y^2\right)$

31 $\frac{1}{b^3}+\frac{1}{8}=\frac{1}{b^3}+\frac{1}{2^3}=\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{2b}+\frac{1}{4}\right)$

32 $\frac{27}{Z^3}+\frac{27}{216}=\frac{3^3}{Z^3}+\frac{3^3}{6^3}=\left(\frac{3}{Z}+\frac{3}{6}\right)\left(\frac{9}{Z^2}-\frac{9}{6Z}+\frac{9}{36}\right)=\left(\frac{3}{Z}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{9}{Z^2}-\frac{3}{2Z}+\frac{1}{4}\right)$

33 $\frac{1}{5}v^3+25=\frac{1}{5}(v^3+125)=\frac{1}{5}(v^3+5^3)=\frac{1}{5}(v+5)(v^2-5v+25)$

34 $0.027+27n^3=(0.3)^3+3^3n^3=(0.3+3n)(0.09+0.9n+9n^2)$

35 $0.125x^3+0.008y^3=(0.5)^3x^3+(0.2)^3y^3$

$=(0.5x+0.2y)(0.25x^2-0.1xy+0.04y^2)$

36 $1+0.216Z^3=1^3+(0.6)^3Z^3=(1+0.6Z)(1-0.6Z+0.36Z^2)$

حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

37 $8^3-c^3=(8-c)(64+8c+c^2)$

38 $y^3-64=y^3-4^3=(y-4)(y^2+4y+16)$

39 $27y^3-8=3^3y^3-2^3=(3y-2)(9y^2+6y+4)$

40 $\frac{1}{a^3}-\frac{1}{125}=\frac{1}{a^3}-\frac{1}{5^3}=\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{5a}+\frac{1}{25}\right)$

41 $\frac{1}{x^3}-\frac{27}{8}=\frac{1}{x^3}-\frac{3^3}{2^3}=\left(\frac{1}{x}-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{x^2}+\frac{3}{2x}+\frac{9}{4}\right)$

42 $9-\frac{1}{3}n^3=\frac{1}{3}(27-n^3)=\frac{1}{3}(3^3-n^3)=\frac{1}{3}(3-n)(9+3n+n^2)$

43 $0.001-v^3=(0.1)^3-v^3=(0.1-v)(0.01+0.1v+v^2)$

44 $0.008Z^3-1=(0.2)^3Z^3-1^3=(0.2Z-1)(0.04Z^2+0.2Z+1)$

45 $4-\frac{1}{2}t^3=\frac{1}{2}(8-t^3)=\frac{1}{2}(2^3-t^3)=\frac{1}{2}(2-t)(4+2t+t^2)$

46 $25c^3-\frac{1}{5}=\frac{1}{5}(125c^3-1)=\frac{1}{5}(5^3c^3-1^3)=\frac{1}{5}(5c-1)(25c^2+5c+1)$

47 $\mathbf{0.001x^3 - 0.008y^3} = (0.1)^3x^3 - (0.2)^3y^3$

$$= (0.1x - 0.2y)(0.01x^2 + 0.02xy + 0.04y^2)$$

48 $\mathbf{0.027n^3 - 0.064m^3} = (0.3)^3n^3 - (0.4)^3m^3$

$$= (0.3n - 0.4m)(0.09n^2 + 0.12nm + 0.16m^3)$$

تدرب وحل مسائل حياتية

49 مكتبة : مكتبة مدينة شتوتغارت هي واحدة من أجمل المكتبات في العالم وأفخمها وتقع في المانيا كما أنها من أكثر المكتبات تماشيا مع متطلبات التعليم الحديثة . بناية المكتبة على شكل مكعب طول ضلعه $\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2}$ متر . حلل المقدار الذي يمثل طول الضلع .

الحل :

$$\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2} = \frac{1}{2}y^3 - \frac{27}{2} = \frac{1}{2}(y^3 - 27) = \frac{1}{2}(y^3 - 3^3)$$

$$= \frac{1}{2}(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$$

---

50 حوض سمك : حوض سمك الزينة حجمه $25x^3$ مترا مكعبا وضع في داخل حجر مكعب الشكل حجمه $\frac{1}{5}$ متر مكعب ملئ بالماء كاملا . اكتب مقدار حجم الماء ثم حلله .

الحل :

$$25x^3 + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125x^3 + 1) = \frac{1}{5}(5^3x^3 + 1^3)$$

$$= \frac{1}{5}(5x + 1)(25x^2 - 5x + 1)$$

51 سكن : بدأت المنازل تأخذ أشكالا مختلفة في التصميم مع تطور هندسة العمارة فصممت هذه المنازل على شكل مكعبات . فأذا كن حجم المنزل الأول $\frac{8}{a^3}$ متر مكعب وحجم المنزل الثاني $\frac{27}{b^3}$ متر مكعب . اكتب حجم المنزلين معا ثم حلل المقدار .

الحل :

$$v_1 + v_2 = \frac{8}{a^3} + \frac{27}{b^2} = \frac{2^3}{a^3} + \frac{3^3}{b^3} = \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right)\left(\frac{4}{a^2} - \frac{6}{ab} + \frac{9}{b^3}\right)$$

فكر

52 تحد : حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $$\mathbf{0.002Z^3 - 0.016y^3} = 0.002(Z^3 - 0.008y^3) = 0.002(Z^3 - (0.2)^3y^3)$$
$$= 0.002(Z - 0.2y)(Z^2 + 0.2Zy + 0.04y^2)$$

2 $$\mathbf{75 + \frac{3}{5}x^3} = \frac{1}{5}(375 + 3x^3) = \frac{3}{5}(125 + x^3) = \frac{3}{5}(5^3 + x^3)$$
$$= \frac{3}{5}(5 + x)(25 - 5x + x^2)$$

---

53 أصحح الخطأ : حللت بشرى المقدار $\mathbf{8v^3 - 0.001}$ كما يأتي :

$$\mathbf{8v^3 - 0.001 = (2v + 0.1)(4v^2 - 0.4v + 0.01)}$$

اكتشف خطأ بشرى وصححه .

الحل :

خطأ بشرى في أشاره القوس الأول يجب أن تكون سالبة أما القوس الثاني يجب أن يكون الحد الوسط $+0.2v$

$$8v^3 - 0.001 = 2^3v^3 - (0.1)^3 = (2v - 0.1)(4v^2 + 0.2v + 0.01)$$

---

53 حس عددي : هل يمكن جمع العددين $8, 27$ بطريقة تحليل مجموع مكعبين ؟ وضح اجابتك .

الحل : نعم : $8 + 27 = 2^3 + 3^3 = (2 + 3)(4 - 6 + 9) = (5)(7) = 35$

اكتب الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

$$125 - x^3 = (5 - x)(25 + 5x + x^2)$$

مراجعة الفصل

صفحة 62

تدريب 1 حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1) $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

2) $8Z^3 + 125 = 2^3Z^3 + 5^3 = (2Z + 5)(4Z^2 - 10Z + 25)$

تدريب 2 حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1) $x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

2) $\frac{1}{Z^3} - \frac{1}{27} = \frac{1}{Z^3} - \frac{1}{3^3} = \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{Z^2} + \frac{1}{3Z} + \frac{1}{9}\right)$

تبسيط المقادير الجبرية النسبية

ضرب المقادير الجبرية وقسمتها

ملاحظـــة :

1) نحلل كل حدودية بطرق التحليل السابقة للبسط والمقام .

2) اذا وجدت علامة القسمة $(\div)$ نبدل القسمة الى ضرب $(\times)$وقلب الحد ما بعد القسمة .

3) نختصر الحدود المتشابهة بين البسط والمقام .

4) نضرب البسط في البسط والمقام في المقام .

مثال

اشترى حسن مجموعة من باقات الزهور بمبلغ $x^2 - x - 6$ دينار فكانت كلفة باقة الزهور الواحدة عليه $2x - 6$ دينار . اكتب نسبة ثمن الباقة الواحدة الى الثمن الكلي لباقات الزهور وبأبسط صورة .

الحل :

$$\frac{\text{ثمن باقة الزهور}}{\text{ثمن الباقات الكلية للزهور}} = \frac{2x-6}{x^2-x-6} = \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{2}{x+2}$$

مثال

أكتب كل مقدار من المقادير الآتية بأبسط صورة :

1. $$\frac{y^2-4}{y^2-4y+4} = \frac{(y+2)(y-2)}{(y-2)(y-2)} = \frac{y+2}{y-2}$$

2. $$\frac{5Z+10}{Z-3} \times \frac{Z^3-27}{Z^2+6Z+8} = \frac{5(Z+2)}{Z-3} \times \frac{(Z-3)(Z^2+2Z+9)}{(Z+2)(Z+4)} = \frac{5(Z^2+3Z+9)}{Z+4}$$

3. $$\frac{16-x^2}{3x+5} \times \frac{3x^2+2x-5}{x^2+3x-4} = \frac{(4+x)(4-x)}{3x+5} \times \frac{(3x+5)(x-1)}{(x+4)(x-1)} = 4 - x$$

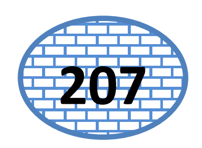
4. $$\frac{8+t^3}{4-2t+t^2} \div \frac{(2+t)^3}{t^2+9t+14} = \frac{8+t^3}{4-2t+t^2} \times \frac{t^2+9t+14}{(2+t)^3}$$
$$= \frac{(2+t)(4-2t+t^2)}{4-2t+t^2} \times \frac{(t+2)(t+7)}{(2+t)^2(2+t)} = \frac{t+7}{2+t} = \frac{t+7}{t+2}$$

مثال

اكتب كل مقدار بأبسط صورة :

1. $$\frac{x+3}{2x-6} \times \frac{x^3-27}{x^2+3x+9} = \frac{x+3}{2(x-3)} \times \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x^2+3x+9} = \frac{x+3}{2}$$

2. $$\frac{125+y^3}{25-5y+y^2} \div \frac{(5+y)^3}{y^2+10y+25} = \frac{125+y^3}{25-5y+y^2} \times \frac{y^2+10y+25}{(5+y)^3}$$
$$= \frac{(5+y)(25-5y+y^2)}{25-5y+y^2} \times \frac{(y+5)(y+5)}{(5+y)^3} = 1$$



تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها

خطوات الحل :

1) نحلل البسط والمقام بأحدي طرق التحليل السابقة ونختصر العوامل المتشابهة بين بسط ومقام نفس الحدودية .

2) نلاحظ المقامات اذا كانت متشابهة نجري عملية الجمع أو الطرح للبسط وبأخذ احدى المقامات .

3) اذا كانت المقامات مختلفة (غير متشابهة) نوحدها ذلك بأخذ المضاعف المشترك الأصغر للمقامات وبدون تكرار واستخراج البسط الجديد .

مثال اكتب كل مقدار من المقادير الأتية بأبسط صورة :

1 $$\frac{y^2}{y+2}-\frac{4}{y+2}=\frac{y^2-4}{y+2}=\frac{(y+2)(y-2)}{y+2}=y-2$$

2 $$\frac{7x-14}{x^2-4}+\frac{5}{x+2}=\frac{7(x-2)}{(x+2)(x-2)}+\frac{5}{x+2}=\frac{7}{x+2}+\frac{5}{x+2}=\frac{7+5}{x+2}=\frac{12}{x+2}$$

3 $$\frac{4Z}{2Z-5}-\frac{Z}{Z+3}=\frac{4Z(Z+3)-Z(2Z-5)}{(2Z-5)(Z+3)}=\frac{4Z^2+12Z-2Z^2+5Z}{(2Z-5)(Z+3)}$$

$$=\frac{2Z^2+17Z}{(2Z-5)(Z+3)}=\frac{Z(2Z+17)}{(2Z-5)(Z+3)}$$

4 $$\frac{t^2+2t+4}{t^3-8}+\frac{12}{3t-6}=\frac{t^2+2t+4}{(t-2)(t^2+2t+4)}+\frac{\overset{4}{12}}{3(t-2)}=\frac{1}{t-2}+\frac{4}{t-2}=\frac{5}{t-2}$$

5 $$\frac{\frac{3}{7-x}}{\frac{5}{49-14x+x^2}}-\frac{40-6x}{10}=\frac{3}{7-x}\times\frac{49-14x+x^2}{5}-\frac{2(20-3x)}{10_{\,5}}$$

$$=\frac{3}{7-x}\times\frac{(7-x)(7-x)}{5}-\frac{20-3x}{5}=\frac{3(7-x)}{5}-\frac{20-3x}{5}$$

$$=\frac{3(7-x)-(20-3x)}{5}=\frac{21-3x-20+3x}{5}=\frac{1}{5}$$

6 $\frac{8}{v+4}+\frac{2}{v-4}-\frac{1}{v^2-16}=\frac{8}{v+4}+\frac{2}{v-4}-\frac{1}{(v+4)(v-4)}=\frac{8(v-4)+2(v+4)-1}{(v+4)(v-4)}$

$=\frac{8v-32+2v+8-1}{(v+4)(v-4)}=\frac{10v-25}{(v+4)(v-4)}=\frac{5(2v-5)}{(v+4)(v-4)}$

7 $\frac{3x-15}{x^2-25}+\frac{2}{x+5}=\frac{3(x-5)}{(x+5)(x-5)}+\frac{2}{x+5}=\frac{3}{x+5}+\frac{2}{x+5}=\frac{5}{x+5}$

تأكد من فهمك

اكتب كل مقدار من المقادير التلية بأسط صورة :

1 $\frac{2Z^2-4Z+2}{Z^2-7Z+6}=\frac{2(Z^2-2Z+1)}{(Z-6)(Z-1)}=\frac{2(Z-1)(Z-1)}{(Z-6)(Z-1)}=\frac{2(Z-1)}{(Z-6)}$

2 $\frac{y^3+27}{y^3-3y^2+9y}=\frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y(y^2-3y+9)}=\frac{y+3}{y}$

3 $\frac{5x+3}{x+3}\times\frac{x^2+5x+6}{25x^2-9}=\frac{5x+3}{x+3}\times\frac{(x+3)(x+2)}{(5x+3)(5x-3)}=\frac{x+2}{5x-3}$

4 $\frac{Z^2+7Z-8}{Z-1}\times\frac{Z^2-4}{Z^2+6Z-16}=\frac{(Z+8)(Z-1)}{Z-1}\times\frac{(Z+2)(Z-2)}{(Z+8)(Z-2)}=Z+2$

5 $\frac{x^2-9}{x^2-4x+4}\times\frac{x^2-4}{x^2-x-6}=\frac{(x+3)(x-3)}{(x-2)(x-2)}\times\frac{(x+2)(x-2)}{(x-3)(x+2)}=\frac{x+3}{x-2}$

6 $\frac{y^2-25}{y^3-125}\div\frac{y^2+10y+25}{y^2+y-20}=\frac{y^2-25}{y^3-125}\times\frac{y^2+y+25}{y^2+10y+25}$

$=\frac{(y+5)(y-5)}{(y-5)(y^2+5y+25)}\times\frac{y^2+y+25}{(y+5)(y+5)}=\frac{1}{y+5}$

7 $\frac{8-Z^3}{4+2Z+Z^2}\div\frac{(2+Z)^3}{Z^2+9Z+14}=\frac{8-Z^3}{4+2Z+Z^2}\times\frac{Z^2+9Z+14}{(2+Z)^3}$

$=\frac{(2-Z)(4+2Z+Z^2)}{4+2Z+Z^2}\times\frac{(Z+7)(Z+2)}{(2+Z)^2(2+Z)}=\frac{(2-Z)(Z+7)}{(2+Z)^2}$

8 $\frac{2y^2-2y}{y^2-9} \div \frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3} = \frac{2y^2-2y}{y^2-9} \times \frac{y^2+2y-3}{y^2+y-2}$

$= \frac{2y(y-1)}{(y+3)(y-3)} \times \frac{(y+3)(y-1)}{(y+2)(y-1)} = \frac{2y(y-1)}{(y-3)(y-2)}$

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة :

9 $\frac{2}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-4x+3} = \frac{2}{(x+3)(x-3)} + \frac{3}{(x-3)(x-1)} = \frac{2(x-1)+3(x+3)}{(x+3)(x-3)(x-1)}$

$= \frac{2x-2+3x+9}{(x+3)(x-3)(x-1)} = \frac{5x+7}{(x+3)(x-3)(x-1)}$

10 $\frac{2y^3-128}{y^3+4y^2+16y} - \frac{y-1}{y} = \frac{2(y^3-64)}{y(y^2+4y+16)} - \frac{y-1}{y} = \frac{2(y-4)(y^2+4y+16)}{y(y^2+4y+16)} - \frac{y-1}{y}$

$\frac{2(y-4)}{y} - \frac{y-1}{y} = \frac{2y-8-y+1}{y} = \frac{y-7}{y}$

11 $\frac{Z^2+Z+1}{Z^4-Z} - \frac{Z+3}{Z^2+2Z-3} = \frac{Z^2+Z+1}{Z(Z^3-1)} - \frac{Z+3}{(Z+3)(Z-1)} = \frac{Z^2+Z+1}{Z(Z-1)(Z^2+Z+1)} - \frac{1}{(Z-1)}$

$= \frac{1}{Z(Z-1)} - \frac{1}{(Z-1)} = \frac{1-Z}{Z(Z-1)} = \frac{-(Z-1)}{Z(Z-1)} = \frac{-1}{Z}$

12 $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} - 1 = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} - 1 = \frac{x+1}{x-1} - 1 = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x-1}$

$= \frac{x+1-x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$

13 $\frac{7y}{y^2-1} - \frac{6}{y^2-1} + \frac{y}{y^2-1} = \frac{7y-6+y}{y^2-1} = \frac{8y-6}{(y+1)(y-1)} = \frac{2(7y-3)}{(y+1)(y-1)}$

14 $\frac{3}{Z-1} + \frac{2}{Z+3} + \frac{8}{Z^2+2Z-3} = \frac{3}{Z-1} + \frac{2}{Z+3} + \frac{8}{(Z+3)(Z-1)} = \frac{3(Z+3)+2(Z-1)+8}{(Z+3)(Z-1)}$

$= \frac{3Z+9+2Z-2+8}{(Z+3)(Z-1)} = \frac{5Z+15}{(Z+3)(Z-1)} = \frac{5(Z+3)}{(Z+3)(Z-1)} = \frac{5}{Z-1}$

15 $\frac{7}{x+4}-\frac{x}{x-1}-\frac{2x}{x^2-49}=\frac{7(x-1)(x^2-49)-x(x+4)(x^2-49)-2x(x+4)(x-1)}{(x+4)(x-1)(x^2-49)}$

$$=\frac{7(x^3-49x-x^2+49)-x(x^3-49x+4x^2-196)-2x(x^2-x+4x-4)}{(x+4)(x-1)(x^2-49)}$$

$$=\frac{7x^3-343x-7x^2+343-x^4+49x^2-4x^3+196x-2x^3+2x^2-4x^2+8x}{(x+4)(x-1)(x^2-49)}$$

$$=\frac{x^3-139x+40x^2-x^4+343}{(x+4)(x-1)(x^2-49)}$$

16 $\frac{y-3}{y-1}+\frac{5y-15}{(y-3)^2}-\frac{3y+1}{y^2-4y+3}=\frac{y-3}{y-1}+\frac{5\cancel{(y-3)}}{(y-3)\cancel{(y-3)}}-\frac{3y+1}{(y-3)(y-1)}$

$$=\frac{y-3}{y-1}+\frac{5}{(y-3)}-\frac{3y+1}{(y-3)(y-1)}$$

$$=\frac{(y-3)(y-3)+5(y-1)-(3y+1)}{(y-3)(y-1)}$$

$$=\frac{y^2-3y-3y+9+5y-5-3y-1}{(y-3)(y-1)}=\frac{y^2-4y+3}{(y-3)(y-1)}$$

$$=\frac{\cancel{(y-3)}\cancel{(y-1)}}{\cancel{(y-3)}\cancel{(y-1)}}=1$$

تدرب وحل التمرينات

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة :

17 $\frac{x+5}{12x} \times \frac{6x-30}{x^2-25} = \frac{x+5}{12x} \times \frac{6(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{1}{2x}$

18 $\frac{y+3}{2y^2+6y+18} \times \frac{y^3-27}{y^2-9} = \frac{y+3}{2(y^2+3y+9)} \times \frac{(y-3)(y^2+3y+9)}{(y+3)(y-3)} = \frac{1}{2}$

19 $\frac{3-x}{4-2x} \times \frac{x^2+x-6}{9-x^2} = \frac{3-x}{2(2-x)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{(3+x)(3-x)} = \frac{x-2}{-2(x-2)} = \frac{-1}{2}$

20 $\frac{Z^2-Z-12}{9-3Z} \times \frac{3}{Z^2-16} = \frac{(Z-4)(Z+3)}{3(3-Z)} \times \frac{3}{(Z+4)(Z-4)} = \frac{Z+3}{(3-Z)(Z+4)}$

21 $\frac{y+2}{2y-4} \times \frac{y^3+8}{y-2} = \frac{y+2}{2(y-2)} \times \frac{(y+2)(y^2-2y+4)}{y-2} = \frac{(y+2)^2(y^2-2y+4)}{2(y-2)^2}$

22 $\frac{2x^2-x-15}{4x^2-20x+25} \div \frac{x-3}{4x^2-25} = \frac{2x^2-x-15}{4x^2-20x+25} \times \frac{4x^2-25}{x-3}$

$$= \frac{(x-3)(2x+5)}{(2x-5)(2x-5)} \times \frac{(2x+5)(2x-5)}{x-3} = \frac{(2x+5)^2}{2x-5}$$

23 $\frac{y^2-7y}{y^3-27} \div \frac{y^2-49}{y^2+3y+9} = \frac{y^2-7y}{y^3-27} \times \frac{y^2+3y+9}{y^2-49}$

$$= \frac{y(y-7)}{(y-3)(y^2+3y+9)} \times \frac{y^2+3y+9}{(y+7)(y-7)} = \frac{y}{(y-3)(y+7)}$$

24 $\frac{64-Z^3}{32+8Z+2Z^2} \div \frac{(4-Z)^2}{16-Z^2} = \frac{64-Z^3}{32+8Z+2Z^2} \times \frac{16-Z^2}{(4-Z)^2}$

$$= \frac{(4-Z)(16+4Z+Z^2)}{2(16+4Z+Z^2)} \times \frac{(4+Z)(4-Z)}{(4-Z)^2} = \frac{4+Z}{2}$$

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة :

25 $\frac{5}{x^2-36}-\frac{2}{x^2-12x+36}=\frac{5}{(x+6)(x-6)}-\frac{2}{(x-6)(x-6)}$

$$=\frac{5-2(x+6)}{(x+6)(x-6)}=\frac{5-2x-12}{(x+6)(x-6)}=\frac{-7-2x}{(x+6)(x-6)}$$

26 $\frac{y^2-y}{y^3-1}-\frac{1}{y^2+y+1}=\frac{y(y-1)}{(y-1)(y^2+y+1)}-\frac{1}{y^2+y+1}=\frac{y}{y^2+y+1}-\frac{1}{y^2+y+1}$

$$=\frac{y-1}{y^2+y+1}$$

27 $\frac{1-Z^2}{Z^3+1}+\frac{Z+3}{Z^2-Z+1}=\frac{(1+Z)(1-Z)}{(Z+1)(Z^2-Z+1)}+\frac{Z+3}{Z^2-Z+1}=\frac{1-Z}{Z^2-Z+1}+\frac{Z+3}{Z^2-Z+1}$

$$=\frac{1-Z+Z+3}{Z^2-Z+1}=\frac{4}{Z^2-Z+1}$$

28 $\frac{4x^2-1}{4x^2-4x+1}+1=\frac{(2x+1)(2x-1)}{(2x-1)(2x-1)}+1=\frac{2x+1}{2x-1}+1=\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{2x-1}{2x-1}$

$$=\frac{2x+1+2x-1}{2x-1}=\frac{4x}{2x-1}$$

29 $\frac{7y}{y^2-1}+\frac{6}{y-1}-\frac{4}{y+1}=\frac{7y}{(y+1)(y-1)}+\frac{6}{y-1}-\frac{4}{y+1}$

$$=\frac{7y+6(y+1)-4(y-1)}{(y+1)(y-1)}=\frac{7y+6y+6-4y+4}{(y+1)(y-1)}=\frac{9y+10}{(y+1)(y-1)}$$

30 $\frac{4}{4+Z}+\frac{5}{Z-3}+\frac{8Z}{Z^2+Z-6}=\frac{4}{Z+4}+\frac{5}{Z-3}+\frac{8Z}{(Z+4)(Z-3)}$

$$=\frac{4(Z-3)+5(Z+4)+8Z}{(Z+4)(Z-3)}=\frac{4Z-12+5Z+20+8Z}{(Z+4)(Z-3)}$$

$$=\frac{17Z+8}{(Z+4)(Z-3)}$$

31 $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-2}+\frac{4+2x+x^2}{x^3-8}=\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-2}+\frac{4+2x+x^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

$$=\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x-2}=\frac{3-2+1}{x-2}=\frac{2}{x-2}$$

32 $\frac{y-5}{y+1}+\frac{y-1}{y+5}-\frac{25}{y^2+6y+5}=\frac{y-5}{y+1}+\frac{y-1}{y+5}-\frac{25}{(y+5)(y+1)}$

$$=\frac{y-5+y-1-25}{(y+5)(y+1)}=\frac{2y-31}{(y+5)(y+1)}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

33 مكتبة : اذا كان المقدار الجبري x^2-4 يمثل عدد الكتب العلمية في المكتبة والمقدار الجبري x^2+x-6 يمثل عدد الكتب الأدبية فيها . اكتب نسبة الكتب العلمية الى الكتب الأدبية بأبسط صورة .

الحل :

$$\frac{\text{عدد الكتب العلمية}}{\text{عدد الكتب الأدبية}}=\frac{x^2-4}{x^2+x-6}=\frac{(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)}=\frac{x+2}{x+3}$$

34 هندسة : مستطيل أبعاده 3 ,5 أمتار وسع الى مستطيل أكبر وذلك بأحاطته بممر عرضه x متر . اكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع نسبتي طول المستطيل قبل التوسيع الى طوله بعد التوسيع ونسبة عرض المستطيل قبل التوسيع الى عرضه بعد التوسيع بأبسط صورة .

الحل :

طول المستطيل قبل التوسيع = 3 , طول المستطيل بعد التوسيع = $x+3$

عرض المستطيل قبل التوسيع = 5 , عرض المستطيل بعد التوسيع = $x+5$

$$\frac{\text{عرض المستطيل قبل التوسيع}}{\text{عرض المستطيل بعد التوسيع}} + \frac{\text{طول المستطيل قبل التوسيع}}{\text{طول المستطيل بعد التوسيع}} = \frac{3}{x+3} + \frac{5}{x+5} = \frac{3(x+5)+5(x+3)}{(x+3)(x+5)}$$

$$= \frac{3x+15+5x+15}{(x+3)(x+5)} = \frac{8x+30}{(x+3)(x+5)}$$

---

35 العاب نارية : المقدار الجبري $20 + 15t - 5t^2$ يمثل ارتفاع بالأمتار لقذيفة ألعاب نارية أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 20 مترا اذ t تمثل زمن وصول القذيفة بالثواني الى الهدف . والمقدار الجبري $4 + 19t - 5t^2$ يمثل ارتفاع قذيفة أخرى أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 4 أمتار . اكتب نسبة ارتفاع القذيفة الأولى الى ارتفاع القذيفة الثانية بأبسط صورة .

الحل :

$$\frac{\text{ارتفاع القذيفة الأولى}}{\text{ارتفاع القذيفة الثانية}} = \frac{20+15t-5t^2}{4+19-5t^2} = \frac{5(4+3t-t^2)}{(1+5t)(4-t)} = \frac{5(1+t)(4-t)}{(1+5t)(4-t)} = \frac{5(1+t)}{1+5t}$$

---

36 تحد : بسط كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية :

1 $$\frac{y^2-5}{2y^3-16} \div \frac{y-\sqrt{5}}{2y^2+4y+8} = \frac{y^2-5}{2y^3-16} \times \frac{2y^2+4y+8}{y-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{(y+\sqrt{5})(y-\sqrt{5})}{2(y^3-8)} \times \frac{2(y^2+2y+4)}{y-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{y+\sqrt{5}}{(y-2)(y^2+2y+4)} \times \frac{y^2+2y+4}{1} = \frac{y+\sqrt{5}}{y-2}$$

2 $$\frac{\sqrt{2}}{x+3} - \frac{\sqrt{2}}{x-3} + \frac{5\sqrt{2}}{x^2-9} = \frac{\sqrt{2}}{x+3} - \frac{\sqrt{2}}{x-3} + \frac{5\sqrt{2}}{(x+3)(x-3)} = \frac{\sqrt{2}(x-3)-\sqrt{2}(x+3)+5\sqrt{2}}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\,x-3\sqrt{2}-\sqrt{2}\,x-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}}{(x+3)(x-3)} = \frac{-\sqrt{2}}{(x+3)(x-3)}$$

37 **أصحح الخطأ :** بسط سماح المقدار الجبري وكتبته بأبسط صورة كما يأتي :

$$\frac{Z^2 - Z - 30}{5 + Z} \times \frac{2Z + 12}{Z^2 - 36} = 1$$

اكتشف خطأ سماح وصححه .

الحل :

$$\frac{Z^2-Z-30}{5+Z} \times \frac{2Z+12}{Z^2-36} = \frac{(Z-6)(Z+5)}{5+Z} \times \frac{2(Z+6)}{(Z+6)(Z-6)} = 2$$

خطأ سماح هو الناتج 2 ليس 1

---

38 **حس عددي :** ما ناتج جمع المقدارين الجبريين بدون استعمال الورقة والقلم ؟ وضح ذلك .

$$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)}$$

الحل :

$$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)} = \frac{5}{(x+7)(x-7)} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)}$$

$$= \frac{5-4}{(x+7)(x-7)} = \frac{1}{(x+7)(x-7)}$$

اكتب قيمة المقدار الجبري بأبسط صورة : $\frac{Z^2+Z-6}{2Z^2+2Z-12} \div \frac{Z^2-16}{2Z+8}$

الحل :

$$\frac{Z^2 + Z - 6}{2Z^2 + 2Z - 12} \div \frac{Z^2 - 16}{2Z + 8} = \frac{Z^2 + Z - 6}{2Z^2 + 2Z - 12} \times \frac{2Z + 8}{Z^2 - 16}$$

$$= \frac{Z^2+Z-6}{2(Z^2+Z-6)} \times \frac{2(Z+4)}{(Z+4)(Z-4)} = \frac{1}{Z-4}$$

مراجعة الفصل

صفحة 62

تدريب 1

اكتب كل مقدار بأبسط صورة :

1

$$\frac{Z^2-4}{Z+2}\times\frac{Z^2+9Z+20}{Z^2+2Z-8}=\frac{(Z+2)(Z-2)}{Z+2}\times\frac{(Z+5)(Z+4)}{(Z+4)(Z-2)}=Z+5$$

2

$$\frac{27-x^3}{2x^2+6x+18}\div\frac{(3-x)^2}{x^2-x-6}=\frac{27-x^3}{2x^2+6x+18}\times\frac{x^2-x-6}{(3-x)^2}$$

$$=\frac{(3-x)(9+3x+x^2)}{2(x^2+3x+9)}\times\frac{(x-3)(x-2)}{(3-x)^2}=\frac{3-x}{2}\times\frac{-(3-x)(x-2)}{(3-x)^2}$$

$$=\frac{-(x-2)}{2}$$

تدريب 2

اكتب كل مقدار بأبسط صورة :

$$\frac{4Z}{2Z-5}-\frac{Z}{Z+3}=\frac{4Z(Z+3)-Z(2Z-5)}{(2Z-5)(Z+3)}=\frac{4Z^2+12Z-2Z^2+5Z}{(2Z-5)(Z+3)}=\frac{2Z^2+17Z}{(2Z-5)(Z+3)}$$

اختبار الفصل

صفحة 63

اكتب كل مقدار من المقادير التالية على أبسط صورة :

59

$$\frac{x^2+3x-10}{2x^2-13x+15}\times\frac{x^3-8}{x^2-4}=\frac{(x+5)(x-2)}{(2x-3)(x-5)}\times\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{(x+5)(x-2)(x^2+2x+4)}{(2x-3)(x-5)(x+2)}$$

60 $\frac{4y^2-8y+16}{y^2-2y+4} \div \frac{4y^2-1}{10y+5} = \frac{4y^2-8y+16}{y^2-2y+4} \times \frac{10y+5}{4y^2-1} = \frac{4(y^2-2y+4)}{y^2-2y+4} \times \frac{5(2y+1)}{(2y+1)(2y-1)}$

$$= \frac{20}{(2y-1)}$$

61 $\frac{27-8Z^3}{4Z^2-9} \div \frac{9+6Z+4Z^2}{9+6Z} = \frac{27-8Z^3}{4Z^2-9} \times \frac{9+6Z}{9+6Z+4Z^2}$

$$= \frac{(3-2Z)(9+6Z+4Z^2)}{(2Z+3)(2Z-3)} \times \frac{3(3+2Z)}{9+6Z+4Z^2} = 3$$

62 $\frac{7}{x^2-25} - \frac{6}{x^2+10x+25} = \frac{7}{(x+5)(x-5)} - \frac{6}{(x+5)(x+5)} = \frac{7-6(x-5)}{(x+5)(x-5)}$

$$= \frac{7-6x+30}{(x+5)(x-5)} = \frac{23-6x}{(x+5)(x-5)}$$

63 $\frac{y^2-1}{1-y^3} + \frac{1+y}{1+2y+y^2} = \frac{(y+1)(y-1)}{(1-y)(1+2y+y^2)} + \frac{1+y}{1+2y+y^2}$

$$= \frac{(y+1)(y-1)}{-(y-1)(1+2y+y^2)} + \frac{1+y}{1+2y+y^2} = \frac{-(y+1)}{1+2y+y^2} + \frac{1+y}{1+2y+y^2}$$

$$= \frac{-y-1+1+y}{1+2y+y^2} = \frac{5}{1+2y+y^2=0}$$

64 $\frac{Z+3}{Z+5} - \frac{Z-5}{Z-3} + \frac{1}{Z^2+2Z-15} = \frac{Z+3}{Z+5} - \frac{Z-5}{Z-3} + \frac{1}{(Z+5)(Z-3)}$

$$= \frac{(Z+3)(Z-3)-(Z-5)(Z+5)+1}{(Z+5)(Z-3)}$$

$$= \frac{Z^2-9-(Z^2-25)+1}{(Z+5)(Z-3)} = \frac{Z^2-9-Z^2+25+1}{(Z+5)(Z-5)} = \frac{17}{(Z+5)(Z-3)}$$

صفحة 107

الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

اكتب كل مقدار من المقادير الآتية بأبسط صورة :

1 $\frac{x+3}{4x} \times \frac{4x-12}{x^2-9}$ a) $\frac{3}{x}$ b) $\frac{x}{4}$ c) $\frac{1}{4}$ **d) $\frac{1}{x}$**

الحل :

$$\frac{x+3}{4x} \times \frac{4x-12}{x^2-9} = \frac{x+3}{4x} \times \frac{4(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{1}{x}$$

2 $\frac{y+2}{y^2+2y+4} \times \frac{y^3-8}{y^2-4}$ a) $\frac{1}{y-2}$ **b) 1** c) $\frac{1}{y+2}$ d) -1

الحل :

$$\frac{y+2}{y^2+2y+4} \times \frac{y^3-8}{y^2-4} = \frac{y+2}{y^2+2y+4} \times \frac{(y-2)(y^2+2y+4)}{(y+2)(y-2)} = 1$$

3 $\frac{Z^2-2Z-15}{9+3Z} \times \frac{5}{Z^2-25}$ a) $\frac{5}{Z+5}$ b) $\frac{3}{5(Z+5)}$ **c) $\frac{5}{3(Z+5)}$** d) $\frac{3}{Z+5}$

الحل :

$$\frac{Z^2-2Z-15}{9+3Z} \times \frac{5}{Z^2-25} = \frac{(Z-5)(Z+3)}{3(3+Z)} \times \frac{5}{(Z+5)(Z-5)} = \frac{5}{3(Z+5)}$$

4 $\frac{x^2-49}{2x^2+9x-35} \div \frac{x-7}{4x^2-25}$ a) $x-7$ b) $2x-5$ c) $x+7$ **d) $2x+5$**

الحل :

$$\frac{x^2-49}{2x^2+9x-35} \div \frac{x-7}{4x^2-25} = \frac{x^2-49}{2x^2+9x-35} \times \frac{4x^2-25}{x-7}$$

$$= \frac{(x+7)(x-7)}{(x+7)(2x-5)} \times \frac{(2x+5)(2x-5)}{x-7} = 2x+5$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

5 $\frac{1-Z^3}{1+Z+Z^2} \div \frac{(1-Z)^2}{1-Z^2}$

a) $1-Z$ b) $1+Z$ c) $1+Z+Z^2$ d) $1-Z+Z^2$

الحل :

$$\frac{1-Z^3}{1+Z+Z^2} \div \frac{(1-Z)^2}{1-Z^2} = \frac{1-Z^3}{1+Z+Z^2} \times \frac{1-Z^2}{(1-Z)^2}$$

$$= \frac{(1-Z)(1+Z+Z^2)}{1+Z+Z^2} \times \frac{(1+Z)(1-Z)}{(1-Z)^2} = 1+Z$$

6 $\frac{3+y}{2y-10} \div \frac{y^3+27}{5-y}$

a) $\frac{-1}{2(y^2-3y+9)}$ b) $\frac{1}{2(y^2-3y+9)}$

c) $\frac{-1}{2(y^2+3y+9)}$ d) $\frac{1}{2(y^2+3y+9)}$

الحل :

$$\frac{3+y}{2y-10} \div \frac{y^3+27}{5-y} = \frac{3+y}{2y-10} \times \frac{5-y}{y^3+27} = \frac{3+y}{2(y-5)} \times \frac{-(y-5)}{(y+3)(y^2-3y+9)} = \frac{-1}{2(y^2-3y+9)}$$

اكتب كل مقدار من المقادير الآتية بأبسط صورة :

7 $\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3}$

a) $\frac{2x-1}{x-3}$ b) $\frac{2x-1}{(x-3)(x+3)}$ c) $\frac{2x+1}{x+3}$ d) $\frac{2x+1}{(x-3)(x+3)}$

الحل :

$$\frac{5}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} = \frac{5}{(x+3)(x-3)} + \frac{2}{x+3} = \frac{5+2(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{5+2x-6}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{2x-1}{(x+3)(x-3)}$$

8 $\frac{2y^2+1}{y^3-1}-\frac{y}{y^2+y+1}$

a) $\frac{y}{y+1}$ b) $\frac{1}{y+1}$ c) $\frac{1}{y-1}$ d) $\frac{y}{y-1}$

الحل :

$$\frac{2y^2+1}{y^3-1}-\frac{y}{y^2+y+1}=\frac{2y^2+1}{(y-1)(y^2+y+1)}-\frac{y}{y^2+y+1}=\frac{2y^2+1-y(y-1)}{(y-1)(y^2+y+1)}$$

$$=\frac{2y^2+1-y^2+y}{(y-1)(y^2+y+1)}=\frac{y^2+y+1}{(y-1)(y^2+y+1)}=\frac{1}{y-1}$$

9 $\frac{5-4Z^2}{8Z^3+1}+\frac{2Z-1}{4Z^2-2Z+1}$

a) $\frac{2Z-1}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}$ b) $\frac{2Z+1}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}$

c) $\frac{2}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}$ d) $\frac{4}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}$

الحل :

$$\frac{5-4Z^2}{8Z^3+1}+\frac{2Z-1}{4Z^2-2Z+1}=\frac{5-4Z^2}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}+\frac{2Z-1}{4Z^2-2Z+1}=\frac{5-4Z^2+(2Z-1)(2Z+1)}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}$$

$$=\frac{5-4Z^2+4Z^2-1}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}=\frac{4}{(2Z+1)(4Z^2-2Z+1)}$$

10 $\frac{3}{x-5}-\frac{2}{5-x}-\frac{130+24x+5x^2}{x^3-125}$

a) $\frac{2x}{x^2+5x+25}$ b) $\frac{-2x}{x^2+5x+25}$

c) $\frac{1}{x^2+5x+25}$ d) $\frac{8}{x^2+5x+25}$

الحل :

$$\frac{3}{x-5}-\frac{2}{5-x}-\frac{130+24x+5x^2}{x^3-125}=\frac{3}{x-5}+\frac{2}{x-5}-\frac{130+24x+5x^2}{(x-5)(x^2+5x+25)}$$

$$=\frac{3(x^2+5x+25)+2(x^2+5x+25)-(130+24x+5x^2)}{(x-5)(x^2+5x+25)}$$

$$=\frac{3x^2+15x+75+2x^2+10x+50-130-24x-5x^2}{(x-5)(x^2+5x+25)}$$

$$= \frac{\cancel{x-5}}{\cancel{(x-5)}(x^2+5x+25)} = \frac{1}{(x^2+5x+25)}$$

11 $\frac{3y+1}{y+4} - \frac{y-4}{3y-1} - \frac{10+8y^2}{3y^2+11y-4}$

a) $\frac{5}{(y+4)(3y-1)}$ b) $\frac{3}{(y+4)(3y-1)}$

c) $\frac{-3}{(y+4)(3y-1)}$ d) $\frac{-5}{(y+4)(3y-1)}$

الحل :

$$\frac{3y+1}{y+4} - \frac{y-4}{3y-1} - \frac{10+8y^2}{3y^2+11y-4} = \frac{3y+1}{y+4} - \frac{y-4}{3y-1} - \frac{10+8y^2}{(y+4)(3y-1)}$$

$$= \frac{(3y+1)(3y-1)-(y-4)(y+4)-(10+8y^2)}{(y+4)(3y-1)}$$

$$= \frac{9y^2-1-(y^2-16)-10-8y^2}{(y+4)(3y-1)} = \frac{y^2-11-y^2+16}{(y+4)(3y-1)} = \frac{5}{(y+4)(3y-1)}$$

خطة حل المسألة (خطوات الأربع)

مثال

تتخذ المباني الحديثة أشكالا هندسية مختلفة , فندق على شكل أسطوانة دائرية قائمة مغلفة من جوانبها بالزجاج . اذا كان نصف قطر قاعدة المبنى $x - 8$ أمتار وارتفاعه $x + 12$ مترا . ما المساحة الجانبية للفندق .

الحل :

$r = x - 8$ نصف قطر , $h = x + 12$ الارتفاع

المساحة الجانبية = 2 × النسبة الثابتة × نصف القطر × الارتفاع

$LA = 2\pi rh$

$LA = 2\pi(x - 8)(x + 12) = 2\pi(x^2 + 12x - 8x - 96)$

$LA = 2\pi(x^2 + 4x - 96) = 2\pi x^2 + 8\pi x - 192\pi$

مسائل

حل المسائل التالية باستراتيجية (الخطوات الأربع)

1 مدينة الألعاب : بعض الألعاب في مدينة الألعاب تشغل مساحة أكبر من المساحة التي تشغلها وهي متوقفة . فلعبة الأرجوحة تشغل مساحة دائرية قطرها x متر عند الدوران وعند توقفها فأن قطر المساحة التي تشغلها يقل بمقدار 8 أمتار . اكتب مقدار الفرق بين مساحتي التوقف والدوران للأرجوحة ثم حلله .

الحل :

$2r = x$ قطر عند الدوران $\Longrightarrow$ $r = \frac{x}{2}$ نصف القطر عند الدوران

$2r = x - 8$ القطر عند التوقف $\Longrightarrow$ $r = \frac{x-8}{2}$ نصف القطر عند التوقف

$A = r^2\pi$ مساحة الدائرة

$$A_1 - A_2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \pi - \left(\frac{x-8}{2}\right)^2 \pi = \frac{x^2\pi}{4} - \frac{(x-8)^2\pi}{4} = \frac{x^2\pi - (x^2 - 16x + 64)\pi}{4}$$

$$= \frac{x^2\pi - x^2\pi + 16\pi x - 64\pi}{4} = \frac{16\pi x - 64\pi}{4} = 4\pi x - 16\pi$$

---

2 دب الباندا : موطن دب الباندا الطبيعي هو سلسلة جبال وسط الصين ويحتاج الباندا الى منطقة واسعة في حديقة الحيوانات حتى يتكيف للعيش . وسعت المنطقة المخصصة للباندا في أحدى حدائق الحيوان بمقدار 6 أمتار الى كل من طول وعرض المنطقة فأصبح طول المنطقة $x + 8$ أمتار والعرض $x + 4$ مترا . ما مساحة المنطقة المخصصة للباندا قبل التوسعة ؟

الحل :

$x + 8 - 6 = x + 2$ الطول قبل التوسعة , $x + 4 - 6 = x - 2$ العرض قبل التوسعة

المساحة المخصصة = الطول × العرض

$$A = (x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$$

3 **كرة الثلج :** كرة الثلج هي كرة شفافة تصنع من الزجاج تنطوي على منظر طبيعي وتحتوي على الماء ويستفاد من الماء بوصفه وسطا لسقوط الثلج . اذا كان نصف قطر كرة الثلج $y - 3$ سنتمتر . فما حجم الكرة ؟

الحل :

نصف قطر $r = y - 3$

حجم الكرة $V = \frac{4}{3}r^3\pi$

$$V = \frac{4}{3}\pi(y-3)^3 = \frac{4}{3}\pi(y-3)(y-3)^2$$

$$= \frac{4}{3}\pi(y-3)(y^2-6y+9) = \frac{4}{3}\pi(y^3-6y^2+9y-3y^2+18y-27)$$

$$= \frac{4}{3}\pi(y^3-9y^2+27y-27) = \frac{4}{3}\pi y^3 - \frac{4}{3}\pi \times 9y^2 + \frac{4}{3}\pi \times 27y - \frac{4}{3}\pi \times 27$$

$$= \frac{4}{3}\pi y^3 - 12\pi y^2 + 36\pi y - 36\pi$$

---

4 **هندسة :** صندوق مكعب الشكل طول ضلعه x سنتمتر وضع داخله مكعب أصغر منه طول ضلعه 3 سنتمتر . حلل المقدار الجبري الذي يمثل الفرق بين حجمي المكعبين .

الحل :

حجم المكعب = $(\text{طول الضلع})^3$ $\Leftarrow$ $V = L^3$

$$V_1 - V_2 = x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2+3x+9)$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998

الفصل الثالث // المعادلات

حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا :

ليكن $L_2 :\ a_2x + b_2y = c_2$, $L_1 :\ a_1x + b_1y = c_1$ معادلتين من الدرجة الأولى بمتغيرين x , y
لحل هذا النظام بيانيا نتبع ما يأتي :

1) تمثيل كل من المستقيمين في المستوي الإحداثي .

2) لإيجاد احداثي نقطة تقاطع المستقيمين يرسم عمودان من النقطة على المحور الصادي والسيني فتكون نقطة التقاطع تمثل مجموعة الحل .



جد مجموعة حل النظام بيانيا في R

$x - y = 1 \quad ----(1)$

$x + y = 2 \quad ----(2)$

الحل :

نرمز للمعادلة (1) $x - y = 1$ بالرمز L_1

x	y	(x,y)
0	−1	(0,−1)
1	0	(1,0)

$0 - y = 1 \Rightarrow -y = 1 \Rightarrow y = -1$

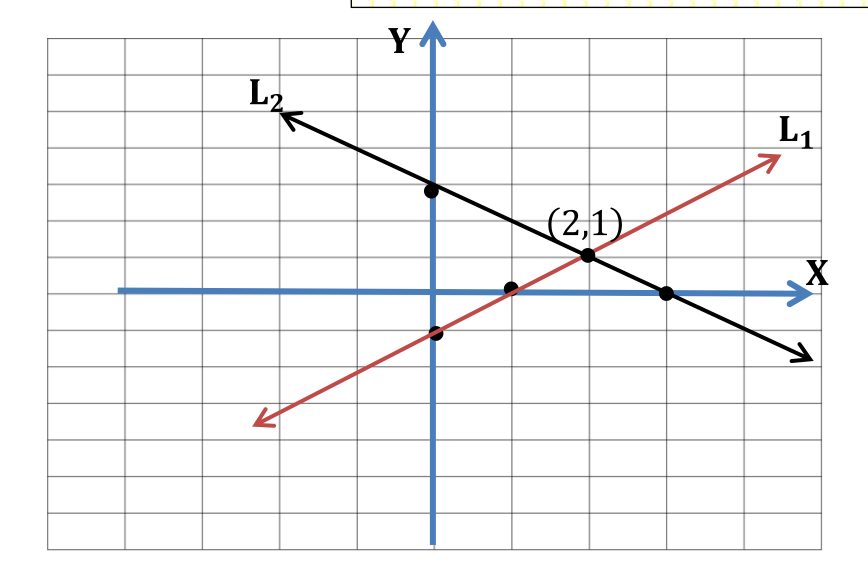
$x - 0 = 1 \Rightarrow x = 1$

نرمز للمعادلة (2) $x + y = 3$ بالرمز L_2

x	y	(x,y)
0	3	(0,3)
3	0	(3,0)

$0 + y = 3 \Rightarrow y = 3$

$x - 0 = 3 \Rightarrow x = 3$



مجموعة الحل تمثل نقطة تقاطع المستقيمين

$S = \{(2,1)\}$

حل معادلتين خطيتين بالتعويض

تتلخص هذه الطريقة لحل نظام من معادلتين بتحويل أحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وذلك بإيجاد علاقة بين X, Y من أحدى المعادلتين وتعويضها في المعادلة الأخرى .

مثال جد مجموعة الحل للنظام في R باستعمال التعويض :

1

$$y = 4x \;———— (1)$$

$$y = x + 6 \;——— (2)$$

الحل : نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

$$4x = x + 6 \quad \Longrightarrow \quad 4x - x = 6 \quad \Longrightarrow \quad 3x = 6 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{6}{3} = 2$$

نعوض قيمة $x = 2$ في معادلة (2)

$$y = 2 + 6 = 8$$

مجموعة حل النظام : $\{(2,8)\}$

2

$$x + 8y = 10 \;———— (1)$$

$$x - 4y = 2 \;———— (2)$$

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$$x = 2 + 4y \;———— (3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2 + 4y + 8y = 10 \quad \Longrightarrow \quad 12y = 10 - 2$$

$$12y = 8 \quad \Longrightarrow \quad y = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

نعوض عن قيمة $y = \frac{2}{3}$ في معادلة (3)

$$x = 2 + 4\left(\frac{2}{3}\right) = 2 + \frac{8}{3} = \frac{6+8}{3} = \frac{14}{3}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$

حل معادلتين خطيتين بالحذف

تتلخص هذه الطريقة لحل النظام من معادلتين بحذف أحد المتغيرين وذلك بجعل معامل أحدهما متساويا بالقيمة ومختلفا بالإشارة في كلا المعادلتين .

مثال جد مجموعة حل للنظام في R باستعمال الحذف .

1

$$x + 2y = 5 \quad ---(1)$$

$$3x - y = 1 \quad ---(2) \quad \} \times 2$$

الحل : نضرب معادلة (2) في العدد 2

$$x + 2y = 5 \quad ---(1)$$

$$6x - 2y = 2 \quad ---(2)$$ بالجمع

$$7x = 7 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{7}{7} = 1$$

نعوض قيمة $x = 1$ في ابسط معادلة لتكن معادلة (1)

$$1 + 2y = 5 \quad \Rightarrow \quad 2y = 5 - 1 \quad \Rightarrow \quad 2y = 4 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{4}{2} = 2$$

مجموعة حل النظام : $\{(1,2)\}$

2

$$3x + 4y = 10 \quad ---(1) \quad \} \times 3$$

$$2x + 3y = 7 \quad ---(2) \quad \} \times 4$$

الحل : نضرب معادلة (1) في العدد 3 ونضرب معادلة (2) في العدد 4

$$9x + 12y = 30 \quad ---(1)$$

$$\mp 8x \mp 12y = \mp 28 \quad ---(2)$$ بالطرح $\Rightarrow$

$$x = 2$$

نعوض قيمة $x = 2$ في معادلة (2)

$$2(2) + 3y = 7 \quad \Rightarrow \quad 4 + 3y = 7 \quad \Rightarrow \quad 3y = 7 - 4 \quad \Rightarrow \quad 3y = 3 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3}{3} = 1$$

مجموعة حل النظام : $\{(2,1)\}$

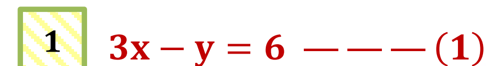
3 $\mathbf{x + 3y = 7 \ ——— (1)}$

$\mathbf{x - 3y = 1 \ ——— (2)}$

الحل :

$x + 3y = 7 \ ——— (1)$

$x - 3y = 1 \ ——— (2)$ بالجمع



$2x = 8 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8}{2} = 4$

نعوض قيمة $x = 4$ في معادلة (1)

$4 + 3y = 7 \quad \Rightarrow \quad 3y = 7 - 4 \quad \Rightarrow \quad 3y = 3 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3}{3} = 1$

مجموعة حل النظام : $\{(4,1)\}$

تأكد من فهمك **جد مجموعة حل المعادلتين بيانيا في R**

1 $\mathbf{3x - y = 6 \ ——— (1)}$

$\mathbf{x - y = 3 \ ——— (2)}$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $3x - y = 3$ بالرمز L_1

$3(0) - y = 6 \Rightarrow -y = 6 \Rightarrow y = -6$

$3x - 0 = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$

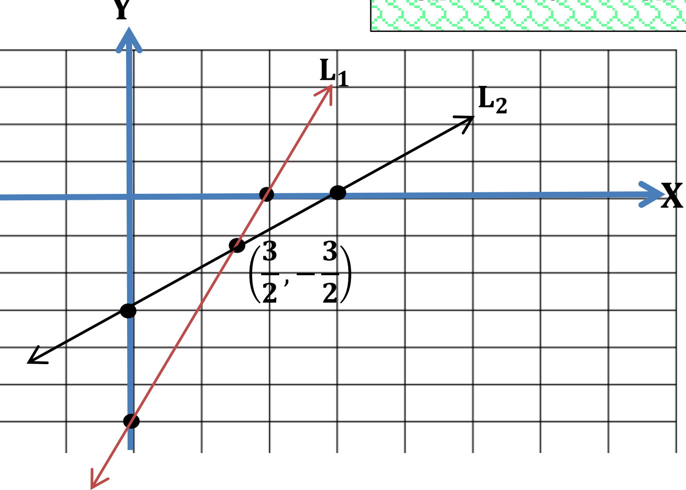
x	y	(x,y)
0	−6	(0,−6)
2	0	(2,0)

نرمز للمعادلة (2) $x - y = 3$ بالرمز L_2

x	y	(x,y)
0	−3	(0,−3)
3	0	(3,0)

$0 - y = 3 \Rightarrow -y = 3 \Rightarrow y = -3$

$x - 0 = 3 \Rightarrow x = 3$



مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)\right\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

2 $y - x = 3$ ———(1)

$y + x = 0$ ———(2)

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y - x = 3$ بالرمز L_1

$y - 0 = 3 \Rightarrow y = 3$

$0 - x = 3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$

x	y	(x, y)
0	3	(0,3)
−3	0	(−3,0)

نرمز للمعادلة (2) $y + x = 3$ بالرمز L_2

$y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$

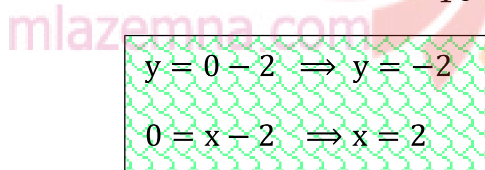
$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$

x	y	(x, y)
1	−1	(1,−1)
−1	1	(−1,1)

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$

3 $y = x - 2$ ———(1)

$y = 3 - x$ ———(2)



الحل : نرمز للمعادلة (1) $y = x - 2$ بالرمز L_1

$y = 0 - 2 \Rightarrow y = -2$

$0 = x - 2 \Rightarrow x = 2$

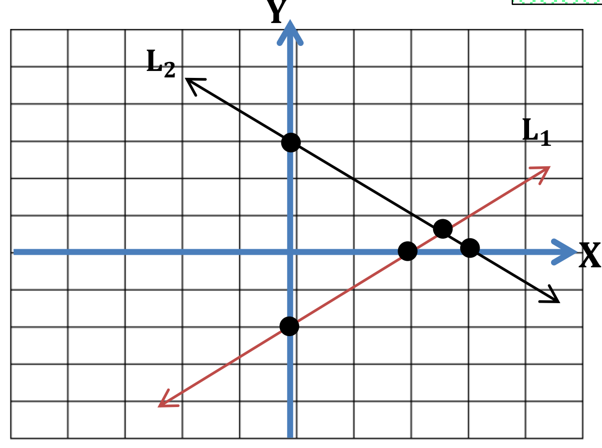
x	y	(x, y)
0	−2	(0,−2)
2	0	(2,0)

نرمز للمعادلة (2) $y = 3 - x$ بالرمز L_2

$y = 3 - 0 \Rightarrow y = 3$

$0 = 3 - x \Rightarrow x = 3$

x	y	(x, y)
0	3	(0,3)
3	0	(3,0)



مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$

جد مجموعة حل للمعادلتين في R باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي :

4

$$2x + 3y = 1 \quad ———— (1)$$

$$3x - 2y = 0 \quad ———— (2)$$

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$$3x = 2y \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{3}y \quad ———— (3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2\left(\frac{2}{3}y\right) + 3y = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3}y + 3y = 1 \quad \} \times 3$$

$$4y + 9y = 3 \quad \Rightarrow \quad 13y = 3 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3}{13}$$

نعوض قيمة $y = \frac{3}{13}$ في معادلة (3)

$$x = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{13}\right) = \frac{1}{13}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right)\right\}$

5

$$x - 2y = 11 \quad ———— (1)$$

$$2x - 3y = 18 \quad ———— (2)$$

الحل : من معادلة (1) نحصل على :

$$x = 11 + 2y \quad ———— (3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$2(11 + 2y) - 3y = 18 \quad \Rightarrow \quad 22 + 4y - 3y = 18$$

$$y = 18 - 22 = -4$$

نعوض قيمة $y = -4$ في معادلة (3)

$$x = 11 + 2(-4) = 11 - 8 = 3$$

مجموعة حل النظام : $\{(3, -4)\}$

6 $y - 5x = 10 \text{ ———— } (1)$

$y - 3x = 8 \text{ ———— } (2)$

الحل : من معادلة (1) نحصل على :

$y = 10 + 5x \text{ ———— } (3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$10 + 5x - 3x = 8 \Rightarrow 2x = 8 - 10 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{2} = -1$

نعوض قيمة $x = -1$ في معادلة (3)

$y = 10 + 5(-1) = 10 - 5 = 5$

مجموعة حل النظام : $\{(-1,5)\}$

جد مجموعة حل المعادلتين في R باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي :

7 $3x - 4y = 12 \text{ ———— } (1)$

$5x + 2y == -6 \text{ ———— } (2) \quad \} \times 2$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 2

$3x - 4y = 12 \text{ ———— } (1)$

$10x + 4y == -12 \text{ ———— } (2)$ بالجمع



$13x = 0 \Rightarrow x = 0$

نعوض قيمة $x = 0$ في معادلة (2)

$5(0) + 2y = -6 \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{2} = -3$

مجموعة حل النظام : $\{(0,-3)\}$

8 $\mathbf{x - 3y = 6 \;——————(1)}\ \} \times 2$

$\mathbf{2x - 4y = 24 \;——————(2)}$

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 2

$\mp 2x \pm 6y = \mp 12 \;——————(1)$

$2x - 4y = 24 \;——————(2)$ بالطرح

$2y = 12 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{12}{2} = 6$

نعوض قيمة $y = 6$ في معادلة (1)

$x - 3(6) = 6 \quad \Rightarrow \quad x - 18 = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 6 + 18 = 24$

مجموعة حل النظام : $\{(24,6)\}$

---

9 $\mathbf{3y - 2x - 7 = 0 \;——————(1)}$

$\mathbf{y + 3x + 5 = 0 \;——————(2)}\ \} \times 3$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 3

$3y - 2x - 7 = 0 \;——————(1)$

$\mp 3y \mp 9x \mp 15 = 0 \;——————(2)$ بالطرح

$-11x - 22 = 0 \quad \Rightarrow \quad 11x = -22 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-22}{11} = -2$

نعوض قيمة $x = -2$ في معادلة (2)

$y + 3(-2) + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad y - 6 + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad y - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 1$

مجموعة حل النظام : $\{(-2,1)\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R وتحقق من صحة الحل :

10 $\frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1 ———— (1)$ $\} \times 6$

$\frac{3y}{3} - \frac{x}{3} = 4 ———— (2)$ $\} \times 3$

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 6 ومعادلة (2) في العدد 3

$4x - 3y = 6 ——— (1)$

$3y - x = 12 \Rightarrow -x + 3y = 12 ——— (2)$

$4x - 3y = 6 ——— (1)$

$-x + 3y = 12 ——— (1)$ بالجمع

$3x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$

نعوض قيمة $x = 6$ في معادلة (2)

$-6 + 3y = 12 \Rightarrow 3y = 12 + 6 \Rightarrow 3y = 18 \Rightarrow y = \frac{18}{3} = 6$

مجموعة حل النظام : $\{(6,6)\}$

تحقق من صحة الحل :

نعوض قيم $x = 6 , y = 6$ في أحدى المعادلتين لتكن معادلة (2)

$-x + 3y = -6 + 3(6) = -6 + 18 == 12$

---

11 $0.2x - 6y = 4 ——— (1)$

$0.1x - 7y == -2 ——— (2)$ $\} \times 2$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 2

$0.2x - 6y = 4 ——— (1)$

$\mp 0.2x \pm 14y = \pm 4 ——— (2)$ بالطرح

$8y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{8} = 1$

نعوض قيمة $y = 1$ في معادلة (1)

$$0.2x - 6(1) = 4 \Rightarrow 0.2x - 6 = 4 \Rightarrow 0.2x = 4 + 6$$

$$0.2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{0.2} = \frac{100}{2} = 50$$

مجموعة حل النظام : $\{(50,1)\}$

تحقق من صحة الحل :

نعوض قيم $y = 1 , x = 50$ في معادلة (1)

$$0.2x - 6y = 0.2(50) - 6(1) = 10 - 6 = 4$$

12

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4} \quad ———— (1) \ \} \times 12$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4} \quad ———— (2) \ \} \times 12$$

الحل : نبسط معادلة (1)

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4} \ \} \times 12$$

$$6x + 8y = 33 \quad ———— (1)$$

نبسط معادلة (2)

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{25}{4} \ \} \times 12$$

$$3x - 8y = 75 \quad ———— (2)$$

$$6x + 8y = 33 \quad ———— (1)$$ بالجمع

$$9x = 108 \Rightarrow x = \frac{108}{9} = 12$$

نعوض قيمة $x = 12$ في معادلة (1)

$$6(12) + 8y = 33 \Rightarrow 72 + 8y = 33 \Rightarrow 8y = 33 - 72$$

$$8y = -39 \Rightarrow y = \frac{-39}{8}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(12,-\frac{39}{8}\right)\right\}$

تحقق من صحة الحل :

نعوض قيم $x = 12 , y = -\frac{39}{8}$ في معادلة (1)

$$6x + 8y = 6(12) + 8\left(-\frac{39}{8}\right) = 72 - 39 = 33$$

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة الحل للمعادلتين بيانيا في R :

13 $x - y = -4 \text{ ————— } (1)$

$y - x = -6 \text{ ————— } (2)$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $x - y = -4$ بالرمز L_1

$0 - y = -4 \Rightarrow y = 4$

$x - 0 = -4 \Rightarrow x = -4$

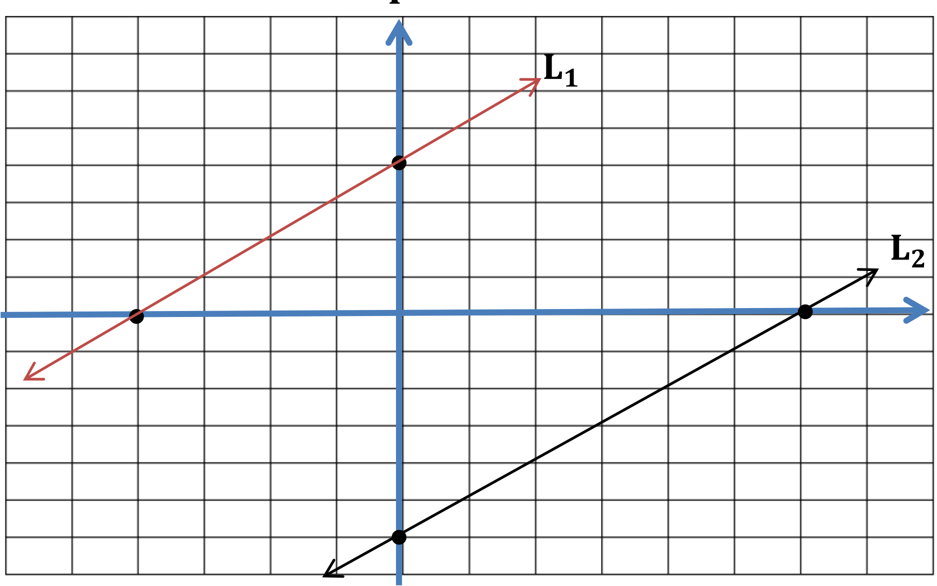
x	y	(x, y)
0	4	(0,4)
−4	0	(−4,0)

نرمز للمعادلة (2) $y - x = -6$ بالرمز L_2

$y - 0 = -6 \Rightarrow y = -6$

$0 - x = -6 \Rightarrow x = 6$

x	y	(x, y)
0	−6	(0, −6)
6	0	(6,0)



لا يوجد مجموعة حل للنظام لأنه لا توجد نقطة تقاطع للمستقيمين .

14 $y = x - 4 \quad ——— (1)$

$x = 2 - y \quad ——— (2)$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y = x - 4$ بالرمز L_1

$y = 0 - 4 \Rightarrow y = -4$

$0 = x - 4 \Rightarrow x = 4$

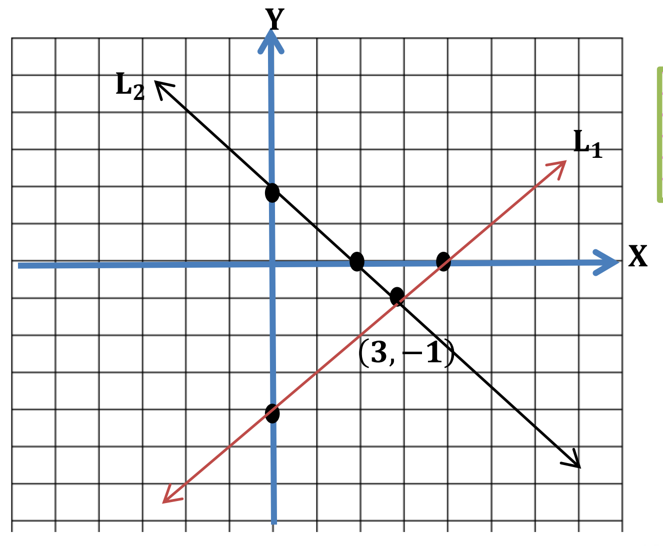
x	y	(x, y)
0	−4	(0, −4)
4	0	(4,0)

نرمز للمعادلة (1) $x = 2 - y$ بالرمز L_2

$0 = 2 - y \Rightarrow y = 2$

$x = 2 - 0 = 2$

x	y	(x, y)
0	2	(0,2)
2	0	(2,0)



مجموعة حل النظام: $\{(3, -1)\}$

---

15 $y - x - 2 = 0 \quad ——— (1)$

$y + x - 1 = 0 \quad ——— (2)$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y - x - 2 = 0$ بالرمز L_1

$y - 0 - 2 \Rightarrow y = 2$

$0 - x - 2 \Rightarrow x = -2$

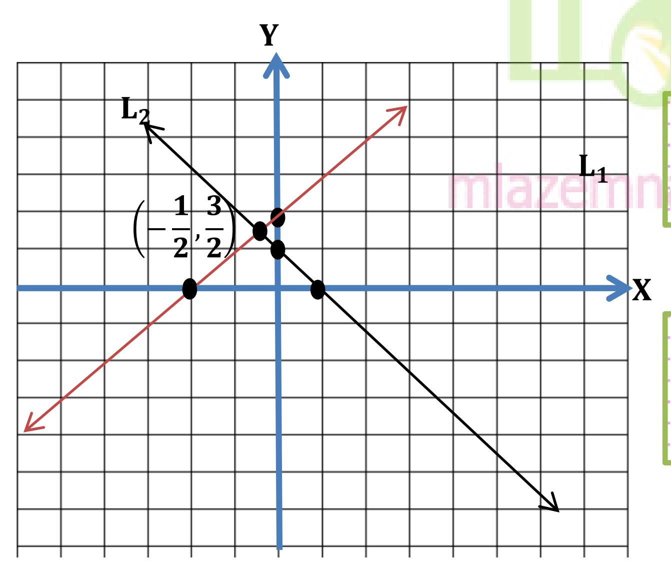
x	y	(x, y)
0	2	(0,2)
−2	0	(−2,0)

نرمز للمعادلة (1) $y + x - 1 = 0$ بالرمز L_2

$y + 0 - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$

$0 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

x	y	(x, y)
0	1	(0,1)
1	0	(1,0)



مجموعة حل النظام : $\left\{\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي :

16 $3x + 2y = 2$ ———— (1)

$x - y = 8$ ———— (2)

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$x = 8 + y$ ———— (3)

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$3(8 + y) + 2y = 2 \quad \Rightarrow \quad 24 + 3y + 2y = 2$

$5y = 2 - 24 \quad \Rightarrow \quad 5y = -22 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{-22}{5}$

نعوض قيمة $y = -\frac{22}{5}$ في معادلة (3)

$x = 8 - \frac{22}{5} = \frac{40 - 22}{5} = \frac{18}{5}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{18}{5}, -\frac{22}{5}\right)\right\}$

---

17 $2x - y = -4$ ———— (1)

$3x - y == 3$ ———— (2)

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$y = 3x - 3$ ———— (3)

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$2x - (3x - 3) = -4 \quad \Rightarrow \quad 2x - 3x + 3 = -4$

$-x = -4 - 3 \quad \Rightarrow \quad -x = -7 \quad \Rightarrow \quad x = 7$

نعوض قيمة $x = 7$ في معادلة (3)

$y = 3(7) - 3 = 21 - 3 = 18$

مجموعة حل النظام : $\{(7,18)\}$

18 $x + 2y - 6 = 0 \quad ——— (1)$

$3x - 4y - 28 = 0 \quad ——— (2)$

الحل : من معادلة (1) نحصل على :

$x = 6 - 2y \quad ——— (3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$3(6 - 2y) - 4y - 28 = 0 \quad \Rightarrow \quad 18 - 6y - 4y - 28 = 0$

$-10y - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad 10y = -10 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{-10}{10} = -1$

نعوض قيمة $y = -1$ في معادلة (3)

$x = 6 - 2(-1) = 6 + 2 = 8$

مجموعة حل النظام : $\{(8, -1)\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي :

19 $3x = 22 - 4y \quad ——— (1)$

$4y = 3x - 14 \quad ——— (2)$

الحل : نرتب المعادلتين :

$3x + 4y = 22 \quad ——— (1)$

$-3x + 4y = -14 \quad ——— (2)$ بالجمع

$8y = 8 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{8}{8} = 1$

نعوض قيمة $y = 1$ في معادلة (1)

$3x = 22 - 4(1) \quad \Rightarrow \quad 3x = 22 - 4 \quad \Rightarrow \quad 3x = 18 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{18}{3} = 6$

مجموعة حل النظام : $\{(6,1)\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

20 $\mathbf{5x - 3y = 6 \text{———} (1)} \ \} \times 5$

$\mathbf{2x + 5y = -10 \text{———} (2)} \ \} \times 3$

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 5 ومعادلة (2) في العدد 3

$25x - 15y = 30 \text{———} (1)$

$6x + 15y = -30 \text{———} (1)$ بالجمع

$31x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$

نعوض قيمة $x = 0$ في معادلة (2)

$2(0) + 5y = -10 \quad \Rightarrow \quad 5y = -10 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{-10}{5} = -2$

مجموعة حل النظام : $\{(0, -2)\}$

---

21 $\mathbf{y - x - 4 = 0 \text{———} (1)}$

$\mathbf{3x - 2y + 7 = 0 \text{———} (2)}$

الحل : نرتب المعادلتين :

$-x + y = 4 \ \} \times 2$

$-2x + 2y = 8 \text{———} (1)$

$3x - 2y = -7 \text{———} (2)$

$x = 1$

نعوض قيمة $x = 1$ في معادلة (1)

$y - 1 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad y - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 5$

مجموعة حل النظام : $\{(0, -2)\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R وتحقق من صحة الحل :

22 $\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 2$ ———— (1) $\} \times 3$

$2x + 3y = 6$ ———— (2)

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 3

$x - y = 6 \ \} \times 3$

$3x - 3y = 18$ ———— (1)

$2x + 3y = 6$ ———— (2) بالجمع

$5x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{5}$

نعوض قيمة $x = \frac{24}{5}$ في معادلة (2)

$2\left(\frac{24}{5}\right) + 3y = 6 \Rightarrow \frac{48}{5} + 3y = 6 \ \} \times 5$

$48 + 15y = 30 \Rightarrow 15y = 30 - 48 \Rightarrow 15y = -18 \Rightarrow y = -\frac{18}{15} = -\frac{6}{5}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{24}{5}, -\frac{6}{5}\right)\right\}$

التحقق من صحة الحل :

نعوض قيم $y = -\frac{6}{5}$, $x = \frac{24}{5}$ في معادلة (2)

$2x + 3y = 2\left(\frac{24}{5}\right) + 3\left(-\frac{6}{5}\right) = \frac{48}{5} - \frac{18}{5} = \frac{30}{5} = 6$

23 $\mathbf{0.2x - 3y = 2 \;————(1)}$

$\mathbf{0.1x - 6y = -3 \;————(2)}\;\} \times 2$

الحل : بضرب معادلة (2) في 2

$0.2x - 3y = 2 \;————(1)$

$\mp 0.2x \pm 12y = \pm 6 \;————(2)$ بالطرح

$9y = 9 \quad \Longrightarrow \quad y = \frac{9}{9} = 1$

نعوض قيمة $y = 1$ في معادلة (1)

$0.2x - 3(1) = 2 \quad \Longrightarrow \quad 0.2x - 3 = 2 \quad \Longrightarrow \quad 0.2x = 2 + 3$

$0.2x = 5 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{5}{0.2} = \frac{50}{2} = 25$

مجموعة حل النظام : $\{(25,1)\}$

التحقق من صحة الحل :

نعوض قيم $y = 1$, $x = 25$ في معادلة (1)

$0.2x - 3y = 0.2(25) - 3(1) = 5 - 3 = 2$

---

24 $\mathbf{\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = \frac{4}{3} \;————(1)}\;\} \times 6$

$\mathbf{\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = 0 \;————(2)} \quad \times 4$

الحل : نبسط المعادلتين وذلك بضرب معادلة (1) في العدد 6 والمعادلة (2) في العدد 4

$3x - 2y = 8 \;————(1)$

$x + 2y = 0 \;————(2)$ بالجمع

$4x = 8 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{8}{4} = 2$

نعوض قيمة $x = 2$ في معادلة (2)

$$2 + 2y = 0 \quad \Rightarrow \quad 2y = -2 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{-2}{2} = -1$$

مجموعة حل النظام : $\{(2,-1)\}$

التحقق من صحة الحل :

نعوض قيم $y = -1$, $x = 2$ في معادلة (1)

$$3x - 2y = 3(2) - 2(-1) = 6 + 2 = 8$$

تدرب وحل مسائل حياتية

25 **طقس :** تقل عدد الأيام (x) التي تنخفض فيها درجة الحرارة في مدينة بغداد لشهر كانون الثاني عن 10 درجات سيليزية بمقدار 9 أيام على عدد أيام (y) التي تزداد فيها درجة الحرارة على 10 درجات سيليزية . اكتب معادلتين تمثل هذا الموقف ثم جد حلهما بطريقة الحذف .

الحل : عدد أيام شهر كانون الثاني = 31 يوم

نفرض عدد الأيام التي تنخفض بها درجة الحرارة = x

نفرض عدد الأيام التي تزداد بها درجة الحرارة = y

$$x + y = 31 \quad -------(1)$$

$$x - y = 9 \quad -------(2)$$ بالجمع

$$2x = 40 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{40}{2} = 20$$

نعوض قيمة $x = 20$ في معادلة (1)

$$20 + y = 31 \quad \Rightarrow \quad y = 31 - 20 = 11 \quad \Rightarrow \quad S = \{(20,11)\}$$

26 **تجارة :** باع متجر 25 ثلاجة وغسالة بسعر مليون دينار للثلاجة ونصف مليون دينار للغسالة اذا كان ثمن هذه الأجهزة 20 مليون دينار فكم جهازا باع من كل نوع . اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلها بطريقة التعويض .

الحل : نفرض عدد الثلاجات = x , عدد الغسالات = y

$$x + y = 25 \quad -------(1)$$

سعر الثلاجة $= 1000000x$, سعر الغسالة $= 500000y$

$$1000000x + 500000y = 20000000 \quad \} \div 500000$$

$$2x + y = 40 \quad -------(2)$$

من معادلة (1) نحصل على :

$$y = 25 - x \quad -------(3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$2x + 25 - x = 40 \quad \Longrightarrow \quad x = 40 - 25 \quad \Longrightarrow \quad x = 15$$

نعوض قيمة $x = 15$ في معادلة (3)

$$y = 25 - 15 = 10 \quad \Longrightarrow \quad S = \{(15,10)\}$$

---

27 **حفلة تخرج :** **عمل سجاد وأنور حفلة بمناسبة تخرجهما من الكلية فكان عدد الأصدقاء الذين دعاهم سجاد أكثر بثلاثة من عدد الأصدقاء الذين دعاهم أنور . وكان عدد المدعوين 23 شخصا . فكم شخصا دعا كل منهما ؟**

الحل : نفرض عدد الأشخاص الذين دعاهم سجاد $= x$

عدد الأشخاص الذين دعاهم أنور $= y$

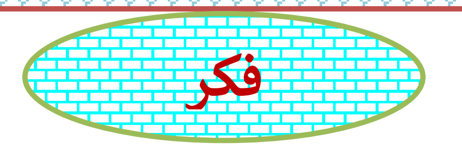
$$x + y = 23 \quad -------(1)$$

$$x - y = 3 \quad -------(2)$$ بالجمع

$$2x = 26 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{26}{2} = 13$$ عدد الاشخاص الذين دعاهم سجاد

نعوض قيم $x = 13$ في معادلة (1)

$$13 + y = 23 \quad \Longrightarrow \quad y = 23 - 13 = 10$$ عدد الاشخاص الذين دعاهم أنور



28 **تحد : جد مجموعة الحل للمعادلتين في R**

1

$$\mathbf{0.003x - 4y = 3} \quad ——— (1)$$

$$\mathbf{0.001x - 5y = 4} \quad ——— (2) \} \times 3$$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 3

$$0.003x - 4y = 3 \quad ——— (1)$$

$$\mp 0.003x \pm 15y = \mp 12 \quad ——— (2) \quad \text{بالطرح}$$

$$11y = -9 \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{9}{11}$$

نعوض قيمة $y = -\frac{9}{11}$ في معادلة (1)

$$0.001x - 5\left(-\frac{9}{11}\right) = 4 \quad \Rightarrow \quad 0.01 + \frac{45}{11} = 4 \quad \} \times 11$$

$$0.011x + 45 = 44 \quad \Rightarrow \quad 0.011x = 44 - 45$$

$$0.011x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1}{0.011} = \frac{-1000}{11}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(-\frac{1000}{11}, -\frac{9}{11}\right)\right\}$

2

$$\mathbf{\frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1} \quad ——— (1) \quad \} \times 6$$

$$\mathbf{\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3} \quad ——— (2) \quad \} \times 2$$

الحل : نبسط المعادلتين ذلك بضرب معادلة (1) في العدد6 والمعادلة (2) في العدد 2

$$2x - 2y = 6 \quad ——— (1)$$

$$x + y = 6 \quad ——— (2) \quad \} \times 2$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

$2x + 2y = 12$ ————— (2)

$2x - 2y = 6$ ————— (1) بالجمع

$4x = 18 \implies x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

نعوض قيمة $x = \frac{9}{2}$ في معادلة (2)

$\frac{9}{2} + y = 6 \implies y = 6 - \frac{9}{2} = \frac{12-9}{2} = \frac{3}{2}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$

---

29 **أصحح الخطأ :قال أحمد أن مجموعة حل المعادلتين الخطيتين :** $\boldsymbol{2x + 3y = 6}$ ————— **(1)**

$\boldsymbol{3x + 2y = 1}$ ————— **(2)**

هي المجموعة : $\left\{\left(\frac{5}{16}, \frac{5}{9}\right)\right\}$ **اكتشف خطأ أحمد وصححه .**

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد2 والمعادلة (2) في العدد 3

$4x + 6y = 12$ ————— (1)

$\mp 9x \mp 6y = \mp 3$ ————— (1) بالطرح

$-5x = 9 \implies x = -\frac{9}{5}$

نعوض قيمة $x = -\frac{9}{5}$ في معادلة (2)

$3\left(-\frac{9}{5}\right) + 2y = 1 \implies -\frac{27}{5} + 2y = 1 \ \} \times 5$

$-27 + 10y = 5 \implies 10y = 5 + 27 \implies 10y = 32 \implies y = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(-\frac{9}{5}, \frac{16}{5}\right)\right\}$

خطأ أحمد هو أيجاد مجموعة الحل .



مجموعة حل المعادلتين الخطيتين : $5x - 6y = 0$ ————(1)

$x + 2y = 4$ ————(2) $\} \times 3$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد3

$5x - 6y = 0$ ————(1)

$3x + 6y = 12$ ————(1) بالجمع

$8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

نعوض قيمة $x = \frac{3}{2}$ في معادلة (2)

$\frac{3}{2} + 2y = 4 \ \} \times 2 \Rightarrow 3 + 4y = 8 \Rightarrow 4y = 8 - 3$

$4y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{4}$

مجموعة حل النظام : $\{(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})\}$

صفحة 92 مراجعة الفصل



جد مجموعة حل المعادلتين في R باستعمال طريقة الحذف : $x + y = 2$ ———(1)

$x + 5y = 4$ ———(2)

الحل :

$x + y = 2$ ———(1)

$\mp x \mp 5y = \mp 4$ ———(2) بالطرح

$-4y = -2 \Rightarrow y = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

نعوض قيمة $y = \frac{1}{2}$ في معادلة (1)

$$x + \frac{1}{2} = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 2 - \frac{1}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$

صفحة 95

اختبار الفصل

جد مجموعة حل المعادلتين بيانيا في R

1 $y = 1 + x \quad ————(1)$

$y = 2 - x \quad ————(2)$

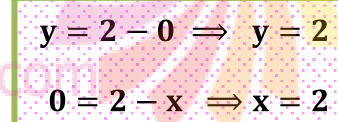
الحل : نرمز للمعادلة (1) $y = 1 + x$ بالرمز L_1

$y = 1 - 0 \Rightarrow y = 1$

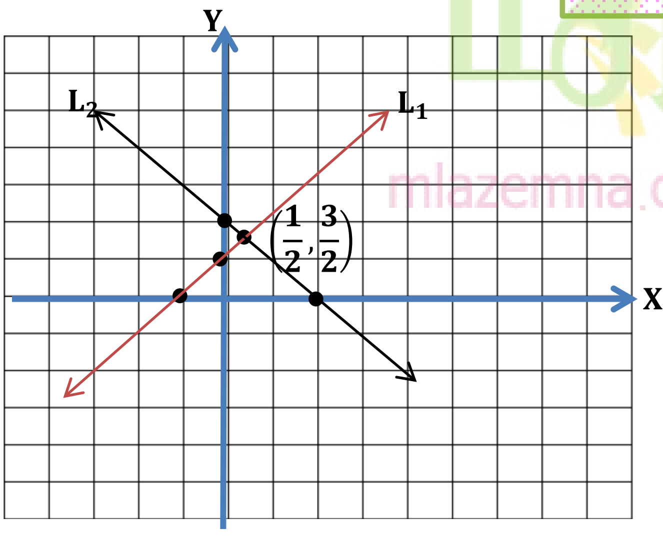
$0 = 1 + x \Rightarrow x = -1$

x	y	(x,y)
0	1	(0,1)
−1	0	(−1,0)

نرمز للمعادلة (2) $y = 2 - x$ بالرمز L_2



x	y	(x,y)
0	2	(0,2)
2	0	(2,0)



مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$

2 $y + x = 0$ ——— (1)

$y - x = 0$ ——— (2)

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y + x = 0$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
1	−1	(1, −1)
−1	1	(−1, 1)

$y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$

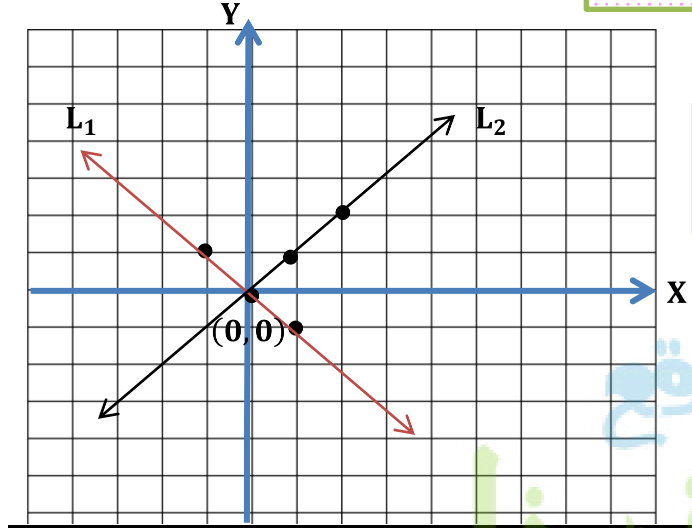
$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$

نرمز للمعادلة (2) $y - x = 0$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
1	1	(1,1)
2	2	(2,2)

$y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$

$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$



مجموعة حل النظام : $\{(0,0)\}$

---

3 $y - x - 5 = 0$ ——— (1)

$y + x - 1 = 0$ ——— (2)

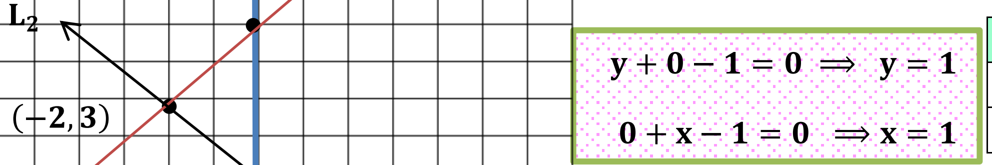
الحل : نرمز للمعادلة (1) $y - x - 5 = 0$ بالرمز L_1

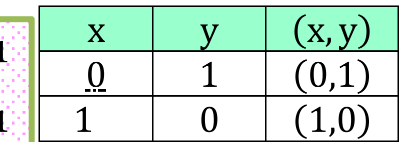
x	y	(x, y)
0	5	(0,5)
−5	0	(−5,0)

$y - 0 - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$

$0 - x - 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

نرمز للمعادلة (2) $y + x - 1 = 0$ بالرمز L_2





x	y	(x, y)
0	1	(0,1)
1	0	(1,0)

$y + 0 - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$

$0 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

Y X L1 L2 (−2, 3)

مجموعة حل النظام : $\{(-2,3)\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

4 $x - y = 6$ ——————(1)

$2x + y = 4$ ——————(2)

الحل : نرمز للمعادلة (1) $x - y = 6$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	−6	(0, −6)
6	0	(6,0)

$0 - y = 6 \Rightarrow y = -6$

$x - 0 = 6 \Rightarrow x = 6$

نرمز للمعادلة (2) $2x + y = 4$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
0	4	(0,4)
2	0	(2,0)

$0 + y = 4 \Rightarrow y = 4$

$2x + 0 = 4 \Rightarrow x = 2$

L_2 Y L_1 X $\left(\frac{10}{3}, -\frac{8}{3}\right)$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{10}{3}, -\frac{8}{3}\right)\right\}$

جد مجموعة حل المعادلتين في R باستعمال التعويض أو الحذف لكل مما يأتي :

5 $2x + y = 1$ ——————(1)

$x - y = 8$ ——————(2)

الحل :

$2x + y = 1$ ——————(1)

$x - y = 8$ ——————(2) بالجمع

$3x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{3} = 3$

نعوض قيمة $x = 3$ في معادلة (1)

$2(3) + y = 1 \Rightarrow 6 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 6 = -5$

مجموعة حل النظام : $\{(3, -5)\}$

6 $4x - 2y = -4 ——————(1)$

$x + y = 6 ——————(2) \quad \} \times 2$

الحل :

$4x - 2y = -4 ——————(1)$

$2x + 2y = 12 ——————(2)$ بالجمع

$6x = 8 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

نعوض قيمة $x = \frac{4}{3}$ في معادلة (2)

$\frac{4}{3} + y = 6 \quad \Rightarrow \quad y = 6 - \frac{4}{3} = \frac{18-4}{3} = \frac{14}{3}$

مجموعة حل النظام : $\{(\frac{4}{3}, \frac{14}{3})\}$

---

7 $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 ————(1) \} \times 6$

$x + y = 2 ————(2) \} \times 3$

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 6 ومعادلة (2) في العدد 3

$2x + 3y = 6 ————(1)$

$\mp 3x \mp 3y = \mp 6 ————(2)$ بالطرح

$-x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$

نعوض قيمة $x = 0$ في معادلة (2)

$0 + y = 2 \quad \Rightarrow \quad y = 2$

مجموعة حل النظام : $\{(0,2)\}$

8 $\mathbf{y - x - 8 = 0 \quad ———— (1)}$

$\mathbf{3x - 2y + 6 = 0 \quad ———— (2)}$

الحل : نرتب المعادلتين :

$-x + y = 8 \ \} \times 2$

$-2x + 2y = 16 \quad ———— (1)$

$3x - 2y = -6 \quad ———— (2)$ بالجمع

$x = 10$

نعوض قيمة$10 = x$ في معادلة (1)

$y - 10 - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad y - 18 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 18$

مجموعة حل النظام : $\{(0,2)\}$

صفحة 108 **الاختيار من متعدد**

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد مجموعة حل المعادلتين بيانيا في R

1 $\mathbf{y = 4x - 6}$, $\mathbf{y = x}$

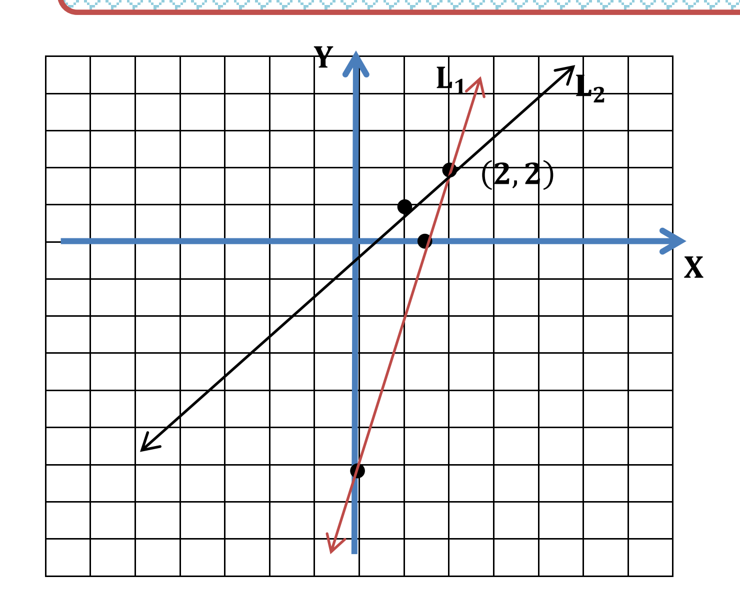
a) $\{(-2,-2)\}$ **b)** $\{(-2,2)\}$ **c)** $\{(2,-2)\}$ **d)** $\{(2,2)\}$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y = 4x - 6$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	−6	(0, −6)
$\frac{3}{2}$	0	$\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

$\mathbf{y = 0 - 6 \Rightarrow y = -6}$

$\mathbf{0 = 4x - 6 \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}}$



نرمز للمعادلة (2) $y = x$ بالرمز L_2

$y = 1$

$y = 2$

x	y	(x, y)
1	1	(1,1)
2	2	(2,2)

مجموعة حل النظام : $\{(2,2)\}$

2

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 3 - x \end{cases}$$

a) $\{(-3,0)\}$ b) $\{(3,0)\}$ c) $\{(0,-3)\}$ d) $\{(0,3)\}$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y = x - 3$ بالرمز L_1

$y = 0 - 3 \Rightarrow y = -3$

$0 = x - 3 \Rightarrow x = 3$

x	y	(x, y)
0	−3	(0, −3)
3	0	(3,0)

نرمز للمعادلة (1) $y = 3 - x$ بالرمز L_2

$y = 3 - 0 \Rightarrow y = 3$

$y = 3 - 1 = 2$

x	y	(x, y)
0	3	(0,3)
1	2	(1,2)

مجموعة حل النظام :$\{(3,0)\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R باستعمال التعويض لكل مما يأتي :

3

$$3x + 4y = 26 \; ——— (1)$$
$$5x - 2y = 0 \; ——— (2)$$

a) $\{(2,5)\}$ b) $\{(-2,-5)\}$ c) $\{(2,-5)\}$ d) $\{(-2,5)\}$

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$$5x = 2y \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{5}y \; ——— (3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$3\left(\frac{2}{5}y\right) + 4y = 26 \quad \Rightarrow \quad \frac{6}{5}y + 4y = 26 \;\; \} \times 5$$

$$6y + 20y = 130 \quad \Rightarrow \quad 26y = 130 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{130}{26} = 5$$

نعوض قيمة $y = 5$ في معادلة (3)

$$x = \frac{2}{5} \times 5 = 2$$

مجموعة حل النظام : $\{(2,5)\}$

4

$$x - 3y = 3 \; ———— (1)$$
$$4x - 9y = 18 \; ———— (2)$$

a) $\{(9,2)\}$ b) $\{(9,-2)\}$ c) $\{(-9,-2)\}$ d) $\{(-9,2)\}$

الحل : من معادلة (1) نحصل على :

$$x = 3 + 3y \; ———— (3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$4(3 + 3y) - 9y = 18 \quad \Rightarrow \quad 12 + 12y - 9y = 18$$

$$3y = 18 - 12 \quad \Rightarrow \quad 3y = 6 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{6}{3} = 2$$

نعوض قيمة $y = 2$ في معادلة (3)

$$x = 3 + 3(2) = 3 + 6 = 9$$

مجموعة حل النظام : $\{(9,2)\}$

5

$y = 6x + 12$ ———— (1) a) $\{(2,4)\}$ b) $\{(4,-2)\}$

$3y = 2x - 8$ ———— (2) c) $\{(-4,-2)\}$ d) $\{(-2,-4)\}$

الحل : نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

$$3(6x + 12) = 2x - 8 \quad \Longrightarrow \quad 18x + 36 = 2x - 8$$

$$18x - 2x = -8 - 36 \quad \Longrightarrow \quad 16x = -44 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{-44}{16} = -\frac{11}{4}$$

نعوض قيمة ادلة $x = -\frac{11}{4}$ في مع(1)

$$y = 6\left(-\frac{11}{4}\right) + 12 = \frac{-66}{4} + 12 = \frac{-66+48}{4} = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(-\frac{11}{4}, -\frac{9}{2}\right)\right\}$

6

$\frac{3x}{4} - \frac{y}{2} = 4$ ———— (1) a) $\{(8,-4)\}$ b) $\{(-8,-4)\}$

$y - \frac{x}{4} = 2$ ———— (2) c) $\{(8,4)\}$ b) $\{(-8,4)\}$

الحل : نبسط المعادلتين بضرب معادلة (1) في العدد 4 والمعادلة (2) في العدد 4

$$\frac{3x}{4} - \frac{y}{2} = 4 \;\} \times 4 \quad \Longrightarrow \quad 3x - 2y = 16 \text{ ——— } (1)$$

$$y - \frac{x}{4} = 2 \;\} \times 4 \quad \Longrightarrow \quad 4y - x = 8 \text{ ——— } (2)$$

من معادلة (2) نحصل على :

$$x = 4y - 8 \text{ ——— } (3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$3(4y - 8) - 2y = 16 \quad \Longrightarrow \quad 12y - 24 - 2y = 16$$

$$10y = 16 + 24 \quad \Longrightarrow \quad 10y = 40 \quad \Longrightarrow \quad y = 4$$

نعوض قيمة $y = 4$ في معادلة (3)

$$x = 4(4) - 8 = 16 - 8 = 8$$

مجموعة حل النظام : $\{(8,4)\}$

جد مجموعة حل المعادلتين في R باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي :

7 $7x - 4y = 12$ ———(1) a) $\left\{\left(-\frac{8}{5}, \frac{1}{5}\right)\right\}$ b) $\left\{\left(-\frac{8}{5}, -\frac{1}{5}\right)\right\}$

$3x - y = 5$ ———(2) c) $\left\{\left(\frac{8}{5}, \frac{1}{5}\right)\right\}$ d) $\left\{\left(\frac{8}{5}, -\frac{1}{5}\right)\right\}$

الحل: بضرب معادلة (2) في العدد 4

$7x - 4y = 12$ ———(1)

$\mp 12x \pm 4y = \mp 20$ ———(2) بالطرح

$-5x = -8 \Rightarrow x = \frac{-8}{-5} = \frac{8}{5}$

نعوض قيمة $x = \frac{8}{5}$ في معادلة (2)

$3\left(\frac{8}{5}\right) - y = 5 \Rightarrow \frac{24}{5} - y = 5 \Rightarrow y = \frac{24}{5} - 5 = \frac{24-25}{5} = -\frac{1}{5}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{8}{5}, -\frac{1}{5}\right)\right\}$

---

8 $6y - 2x - 8 = 0$ ———(1) a) $\{(8, -4)\}$ b) $\{(8, 4)\}$

$y + x - 12 = 0$ ———(2) c) $\{(-8, 4)\}$ d) $\{(-8, -4)\}$

الحل: بضرب معادلة (2) في العدد 2

$6y - 2x - 8 = 0$ ———(1)

$2y + 2x - 24 = 0$———(2) بالجمع

$8y - 32 = 0 \Rightarrow 8y = 32 \Rightarrow y = \frac{32}{5} = 4$

نعوض قيمة $y = 4$ في معادلة (2)

$4 + x - 12 = 0 \Rightarrow x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

مجموعة حل النظام : $\{(8,4)\}$

9 $\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}y = 2\frac{1}{3}$ −−−−(1) a) $\{(-2,-6)\}$ b) $\{(-2,6)\}$

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 3\frac{1}{2}$ −−−−(2) c) $\{(2.-6)\}$ d) $\{(2,6)\}$

الحل : نبسط معادلة (1) ومعادلة (2)

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}y = \frac{7}{3} \;\}\times 6 \quad \Rightarrow \quad 4x - y = 14 \;\text{−−−−}(1) \quad \}\times 2$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = \frac{7}{2} \;\}\times 4 \quad \Rightarrow \quad x - 2y = 14 \;\text{−−−−}(1)$$

$$8x - 2y = 28 \text{−−−−}(1)$$

$$\mp x \pm 2y = \mp 14 \;\text{−−−−}(2)$$ بالطرح

$$7x = 14 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{14}{7} = 2$$

نعوض قيمة $x = 2$ في (1)

$$4(2) - y = 14 \quad \Rightarrow \quad 8 - y = 14 \quad \Rightarrow \quad y = 8 - 14 = -6$$

مجموعة حل النظام : $\{(2,-6)\}$

---

10 $0.5x + 4y = 19$ −−−−(1) a) $\{(30,-1)\}$ b) $\{(-30,-1)\}$

$0.1x + 5y = -2$ −−−−(2) c) $\{(-30,1)\}$ d) $\{(30,1)\}$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 5

$$0.5x + 4y = 19 \;\text{−−−−}(1)$$

$$\mp 0.5x \mp 25y = \pm 10 \;\text{−−−−}(2)$$ بالطرح

$$-21y = 29 \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{29}{21}$$

نعوض قيمة $y = -\frac{29}{21}$ في (2)

$$0.1x + 5\left(-\frac{29}{21}\right) = -2 \quad \Rightarrow \quad 0.1x - \frac{145}{21} = -2 \;\}\times 21$$

$$02.1x - 145 = -42 \quad \Longrightarrow \quad 2.1x = -42 + 145 \quad \Longrightarrow \quad 2.1x = 103 \Longrightarrow \quad x = \frac{103}{2.1}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{103}{2.1}, -\frac{29}{21}\right)\right\}$

حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

حل المعادلات بالتحليل فرق بين مربعين

مثال حل المعادلة التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل : $16 - y^2 = 0$

الحل :

$$(4 + y)(4 - y) = 0$$

أما $4 + y = 0 \quad \Longrightarrow \quad y = -4$

أو $4 - y = 0 \quad \Longrightarrow \quad y = 4$

مجموعة الحل $\Longleftarrow$ $S = \{4, -4\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة

$y = 4 \quad \Longrightarrow \quad 16 - y^2 = 16 - (4)^2 = 16 - 16 = 0$

$y = -4 \quad \Longrightarrow \quad 16 - y^2 = 16 - (-4)^2 = 16 - 16 = 0$

مثال حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين :

1 $4x^2 - 25 = 0$

الحل :

$$(2x + 5)(2x - 5) = 0$$

أما $2x + 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2x = -5 \quad \Longrightarrow \quad x = -\frac{5}{2}$

أو $2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \left\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right\}$

---

2 $\mathbf{3Z^2 - 12 = 0}$

الحل :

$3(Z^2 - 4) = 0 \;\}\; \div 3 \Rightarrow Z^2 - 4 = 0 \Rightarrow (Z+2)(Z-2) = 0$

أما $Z + 2 = 0 \Rightarrow Z = -2$

أو $Z - 2 = 0 \Rightarrow Z = 2$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{-2, 2\}$

---

3 $\mathbf{2y^2 - 6 = 0}$

الحل :

$2(y^2 - 3) = 0 \;\}\; \div 2 \Rightarrow y^2 - 3 = 0 \Rightarrow (y + \sqrt{3})(y - \sqrt{3}) = 0$

أما $y + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}$

أو $y - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

---

4 $\mathbf{x^2 - 5 = 0}$

الحل :

$(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$

أما $x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$

أو $x - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

5 $(Z+1)^2 - 36 = 0$

الحل :

$(Z+1+6)(Z+1-6)=0 \implies (Z+7)(Z-5)=0$

أما $Z+7=0 \implies Z=-7$

أو $Z-5=0 \implies Z=5$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S=\{-7,5\}$



6 $25 - x^2 = 0$

الحل :

$(5+x)(5-x)=0$

أما $5+x=0 \implies x=-5$

أو $5-x=0 \implies x=5$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S=\{-5,5\}$

مثال تعد الزقورة من المعالم الحضارية في العراق اذ انها تقع في جنوب العراق . رسم باسل لوحة جدارية للزقورة مربعة الشكل مساحتها $9m^2$ على جدار أسمنتي . جد طول ضلع اللوحة .

الحل : تفرض طول الضلع x

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$x^2 = 9 \implies x^2 - 9 = 0 \implies (x+3)(x-3)=0$

أما $x+3=0 \implies x=-3$ يهمل

أو $x-3=0 \implies x=3$

طول اللوحة $3m$

حل المعادلات بخاصية الجذر التربيعي

اذا كان a عدد حقيقي موجب فأن :　$x^2 = a^2 \implies x = \pm\sqrt{a}$

مثال حل المعادلة التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتحقق من صحة الحل :

$x^2 = 9 \implies x = \pm\sqrt{9} \implies x = \pm 3 \implies S = \{3, -3\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

$x = 3 \implies x^2 = (3)^2 = 9$　الطرف الأيمن

$x = -3 \implies x^2 = (-3)^2 = 9$　الطرف الأيمن

مثال حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

1. $y^2 = 36 \implies y = \pm\sqrt{3} \implies y = \pm 6 \implies S = \{6, -6\}$
2. $Z^2 = \frac{9}{25} \implies Z = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} \implies Z = \pm\frac{3}{5} \implies S = \left\{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\right\}$
3. $x^2 + 81 = 0 \implies x^2 = -81$ (لا يوجد عدد حقيقي مربعه سالب)
4. $3y^2 = 7 \implies y^2 = \frac{7}{3} \implies y = \pm\sqrt{\frac{7}{3}} \implies y = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \implies S = \left\{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right\}$
5. $4x^2 - 5 = 0 \implies 4x^2 = 5 \implies x^2 = \frac{5}{4} \implies x = \pm\sqrt{\frac{5}{4}} \implies x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

   $S = \left\{\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$
6. $y^2 = \frac{16}{25} \implies y = \pm\sqrt{\frac{16}{25}} \implies y = \pm\frac{4}{5} \implies S = \left\{\frac{4}{5}, -\frac{4}{5}\right\}$

ملاحظـــة : اذا ربطت طرفي معادلة صحيحة فأن المعادلة الناتجة تبق صحيحة . أي أن :

$$y = x \iff y^2 = x^2$$

مثال حل المعادلات التالية في R :

1) $3\sqrt{x} = 18 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{18}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (6)^2 \Rightarrow x = 36$

2) $\sqrt{y+8} = 3 \Rightarrow (\sqrt{y+8})^2 = (3)^2 \Rightarrow y + 8 = 9 \Rightarrow y = 9 - 8 = 1$

3) $\sqrt{5Z} = 7 \Rightarrow (\sqrt{5Z})^2 = (7)^2 \Rightarrow 5Z = 49 \Rightarrow Z = \frac{49}{5}$

4) $\sqrt{\frac{x}{13}} = 1 \Rightarrow \left(\sqrt{\frac{x}{13}}\right)^2 = (1)^2 \Rightarrow \frac{x}{13} = 1 \Rightarrow x = 13$

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل :

1) $x^2 - 16 = 0$

الحل :

$(x + 4)(x - 4) = 0$

أما $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

أو $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

مجموعة الحل $\Leftarrow S = \{-4,4\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

الطرف الأيمن $x = 4 \Rightarrow x^2 - 16 = (4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$

الطرف الأيمن $x = -4 \Rightarrow x^2 - 16 = (-4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$

2 $81 - y^2 = 0$

الحل :

$(9+y)(9-y)=0$

أما $9+y=0 \Rightarrow y=-9$

أو $9-y=0 \Rightarrow y=9 \Rightarrow S=\{-9,9\}$ مجموعة الحل

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة :

$y=9 \Rightarrow 81-y^2=81-(9)^2=81-81=0$ الطرف الايمن

$y=-9 \Rightarrow 81-y^2=81-(-9)^2=81-81=0$ الطرف الايمن

---

3 $2Z^2 - 8 = 0$

الحل :

$2(Z^2-4)=0 \ \} \div 2 \Rightarrow Z^2-4=0 \Rightarrow (Z+2)(Z-2)=0$

أما $Z+2=0 \Rightarrow Z=-2$

أو $Z-2=0 \Rightarrow Z=2$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S=\{-2,2\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم Z في المعادلة :

$Z=2 \Rightarrow 2Z^2-8=2(2)^2-8=8-8=0$ الطرف الايمن

$Z=-2 \Rightarrow 2Z^2-8=2(-2)^2-8=8-8=0$ الطرف الايمن

حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين :

4 $4x^2 - 9 = 0$

الحل :

$$(2x + 3)(2x - 3) = 0$$

أما $2x + 3 = 0 \implies 2x = -3 \implies x = -\frac{3}{2}$

أو $2x - 3 = 0 \implies 2x = 3 \implies x = \frac{3}{2}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

---

5 $5y^2 - 20 = 0$

الحل :

$5(y^2 - 4) = 0 \; \} \div 5 \implies y^2 - 4 = 0 \implies (y + 2)(y - 2) = 0$

أما $y + 2 = 0 \implies y = -2$

أو $y - 2 = 0 \implies y = 2$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{-2, 2\}$

---

6 $3Z^2 - 6 = 0$

الحل :

$3(Z^2 - 2) = 0 \; \} \div 3 \implies Z^2 - 2 = 0 \implies (Z + \sqrt{2})(Z - \sqrt{2}) = 0$

أما $Z + \sqrt{2} = 0 \implies Z = -\sqrt{2}$

أو $Z - \sqrt{2} = 0 \implies Z = \sqrt{2}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

7 $4(x^2+1)-29=0$

الحل :

$4x^2+4-29=0 \Rightarrow 4x^2-25=0 \Rightarrow (2x+5)(2x-5)=0$

أما $2x+5=0 \Rightarrow 2x=-5 \Rightarrow x=-\frac{5}{2}$

أو $2x-5=0 \Rightarrow 2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$

مجموعة الحل $\Leftarrow S=\left\{-\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right\}$

---

8 $(y+2)^2-49=0$

الحل :

$(y+2+7)(y+2-7)=0 \Rightarrow (y+9)(y-5)=0$

أما $y+9=0 \Rightarrow y=-9$

أو $y-5=0 \Rightarrow y=5$

مجموعة الحل $\Leftarrow S=\{-9,5\}$

---

9 $(3-Z)^2-1=0$

الحل :

$(3-Z+1)(3-Z-1)=0 \Rightarrow (4-Z)(2-Z)=0$

أما $4+Z=0 \Rightarrow Z=-4$

أو $2-Z=0 \Rightarrow Z=2$

مجموعة الحل $\Leftarrow S=\{-4,2\}$

---

10 $x^2-3=0$

الحل :

$(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=0$

أما $x+\sqrt{3}=0 \implies x=-\sqrt{3}$

أو $x-\sqrt{3}=0 \implies x=\sqrt{3}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S=\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$

---

11 $\mathbf{y^2-\frac{1}{9}=0}$

الحل :

$$\left(y+\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)=0$$

أما $y+\frac{1}{3}=0 \implies y=-\frac{1}{3}$

أو $y-\frac{1}{3}=0 \implies y=\frac{1}{3}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S=\left\{-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right\}$

---

12 $\mathbf{4Z^2-\frac{4}{25}=0}$

الحل :

$$\left(2Z+\frac{2}{5}\right)\left(2Z-\frac{2}{5}\right)=0$$

أما $2Z+\frac{2}{5}=0 \implies 2Z=-\frac{2}{5} \implies Z=-\frac{2}{10}=-\frac{1}{5}$

أو $2Z-\frac{2}{5}=0 \implies 2Z=\frac{2}{5} \implies Z=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S=\left\{-\frac{1}{5},\frac{1}{5}\right\}$

حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

13 $\mathbf{x^2=64} \implies x=\pm\sqrt{64} \implies x=\pm 8 \implies S=\{8,-8\}$

14 $\mathbf{49-y^2=0} \implies y^2=49 \implies y=\pm\sqrt{49} \implies y=\pm 7 \implies S=\{7,-7\}$

15 $Z^2 = 7 \Rightarrow Z = \pm\sqrt{7} \Rightarrow S = \{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$

16 $x^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{4} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right\}$

17 $2y^2 = \frac{49}{8} \Rightarrow y^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{49}{16}} \Rightarrow y = \pm\frac{7}{4} \Rightarrow S = \left\{\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}\right\}$

18 $6Z^2 - 5 = 0 \Rightarrow 6Z^2 = 5 \Rightarrow Z^2 = \frac{5}{6} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow Z = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right\}$

19 $4(x^2 - 12) = 13 \Rightarrow 4x^2 - 48 = 13 \Rightarrow 4x^2 = 13 + 48$

$4x^2 = 63 \Rightarrow x^2 = \frac{63}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{63}{4}} \Rightarrow x = \pm\frac{3\sqrt{7}}{2}$

$S = \left\{\frac{3\sqrt{7}}{2}, -\frac{3\sqrt{7}}{2}\right\}$

20 $\frac{1}{3}y^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2y^2 = 3 \Rightarrow y^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right\}$

21 $Z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow Z^2 = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \Rightarrow Z^2 = \frac{5-4}{6} \Rightarrow Z^2 = \frac{2}{6} \Rightarrow Z^2 = \frac{1}{3}$

$Z = \pm\sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow Z = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

حل المعادلات التالية في R :

22 $3\sqrt{x} = 15 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{15}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (5)^2 \Rightarrow x = 25$

23 $\sqrt{y-5} = 2 \Rightarrow (\sqrt{y-5})^2 = (2)^2 \Rightarrow y - 5 = 4 \Rightarrow y = 4 + 5 = 9$

24 $\sqrt{2Z} = 6 \Rightarrow (\sqrt{2Z})^2 = (6)^2 \Rightarrow 2Z = 36 \Rightarrow Z = \frac{36}{2} = 18$



حل المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

25 $x^2 = 49 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{49} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 7 \quad \Rightarrow \quad S = \{7, -7\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

$x = 7 \quad \Rightarrow \quad x^2 = (7)^2 = 49$ الطرف الايمن

$x = -7 \quad \Rightarrow \quad x^2 = (-7)^2 = 49$ الطرف الايمن

---

26 $5y^2 - 10 = 0 \quad \Rightarrow 5(y^2 - 2) = 0 \ \} \div 5 \quad \Rightarrow \quad y^2 - 2 = 0$

$y^2 = 2 \quad \Rightarrow \quad y = \pm\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة :

$y = \sqrt{2} \quad \Rightarrow 5y^2 - 10 = 5\left(\sqrt{2}\right)^2 - 10 = 10 - 10 = 0$ الطرف الايمن

$y = -\sqrt{2} \quad \Rightarrow 5y^2 - 10 = 5\left(-\sqrt{2}\right)^2 - 10 = 10 - 10 = 0$ الطرف الايمن

---

27 $3Z^2 - 27 = 0$

الحل :

$3(Z^2 - 9) = 0 \quad \Rightarrow \quad Z^2 - 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad (Z + 3)(Z - 3) = 0$

أما $Z + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = -3$

أو $Z - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = 3$

مجموعة الحل $\Leftarrow \quad S = \{3, -3\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم Z في المعادلة :

$Z = 3 \quad \Rightarrow \quad 3Z^2 - 27 = 3(3)^2 - 27 = 27 - 27 = 0$ الطرف الايمن

$Z = -3 \quad \Rightarrow \quad 3Z^2 - 27 = 3(-3)^2 - 27 = 27 - 27 = 0$ الطرف الايمن

حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين :

28 $9x^2 - 36 = 0$

الحل :

$(3x+6)(3x-6) = 0$

أما $3x + 6 = 0 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -\frac{6}{3} = -2$

أو $3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{2, -2\}$

---

29 $7y^2 - 28 = 0$

الحل :

$7(y^2 - 4) = 0 \quad \} \div 7 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y+2)(y-2) = 0$

أما $y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2$

أو $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{2, -2\}$

---

30 $3Z^2 - 9 = 0$

الحل :

$3(Z^2 - 3) = 0 \quad \} \div 3 \Rightarrow Z^2 - 3 = 0 \Rightarrow (Z + \sqrt{3})(Z - \sqrt{3}) = 0$

أما $Z + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow Z = -\sqrt{3}$

أو $Z - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow Z = \sqrt{3}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

31 $9(x^2 - 1) - 7 = 0$

الحل :

$9x^2 - 9 - 7 = 0 \implies 9x^2 - 16 = 0 \implies (3x + 4)(3x - 4) = 0$

أما $3x + 4 = 0 \implies 3x = -4 \implies x = -\frac{4}{3}$

أو $3x - 4 = 0 \implies 3x = 4 \implies x = \frac{4}{3}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \left\{\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}\right\}$

---

32 $(y + 5)^2 - 64 = 0$

الحل :

$(y + 5 + 8)(y + 5 - 8) = 0 \implies (y + 13)(y - 3) = 0$

أما $y + 13 = 0 \implies y = -13$

أو $y - 3 = 0 \implies y = 3$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{3, -13\}$

---

33 $(6 - 2Z)^2 - 1 = 0$

الحل :

$(6 - 2Z + 1)(6 - 2Z - 1) = 0 \implies (7 - 2Z)(5 - 2Z) = 0$

أما $7 - 2Z = 0 \implies 2Z = 7 \implies Z = \frac{7}{2}$

أو $5 - 2Z = 0 \implies 2Z = 5 \implies Z = \frac{5}{2}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \left\{\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right\}$

34 $x^2 - 2 = 0$

الحل :

$$(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 0$$

أما $x+\sqrt{2} = 0 \implies x = -\sqrt{2}$

أو $x-\sqrt{2} = 0 \implies x = \sqrt{2}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

---

35 $y^2 - \frac{1}{36} = 0$

الحل :

$$\left(y+\frac{1}{6}\right)\left(y-\frac{1}{6}\right) = 0$$

أما $y+\frac{1}{6} = 0 \implies y = -\frac{1}{6}$

أو $y-\frac{1}{6} = 0 \implies y = \frac{1}{6}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \left\{\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right\}$

---

36 $Z^2 - \frac{3}{49} = 0$

الحل :

$$\left(Z+\frac{\sqrt{3}}{7}\right)\left(Z-\frac{\sqrt{3}}{7}\right) = 0$$

أما $Z+\frac{\sqrt{3}}{7} = 0 \implies Z = -\frac{\sqrt{3}}{7}$

أو $Z-\frac{\sqrt{3}}{7} = 0 \implies Z = \frac{\sqrt{3}}{7}$

مجموعة الحل $\Leftarrow$ $S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{7}, -\frac{\sqrt{3}}{7}\right\}$

حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

37 $x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm\sqrt{121} \Rightarrow x = \pm 11 \Rightarrow S = \{11, -11\}$

38 $81 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 81 \Rightarrow y = \pm\sqrt{81} \Rightarrow y = \pm 9 \Rightarrow S = \{9, -9\}$

39 $2Z^2 = 9 \Rightarrow Z^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{9}{2}} \Rightarrow Z = \pm\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow S = \left\{\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\right\}$

40 $x^2 = \frac{1}{64} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{64}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{8} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right\}$

41 $3y^2 = \frac{25}{3} \Rightarrow y^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{25}{9}} \Rightarrow y = \pm\frac{5}{3} \Rightarrow S = \left\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right\}$

42 $4Z^2 - 7 = 0 \Rightarrow 4Z^2 = 7 \Rightarrow Z^2 = \frac{7}{4} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{7}{4}} \Rightarrow Z = \pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{7}}{2}, -\frac{\sqrt{7}}{2}\right\}$

43 $7(x^2 - 2) = 50 \Rightarrow 7x^2 - 14 = 50 \Rightarrow 7x^2 = 50 + 14 \Rightarrow 7x^2 = 64$

$x^2 = \frac{64}{7} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{64}{7}} \Rightarrow x = \pm\frac{8}{\sqrt{7}} \Rightarrow S = \left\{\frac{8}{\sqrt{7}}, -\frac{8}{\sqrt{7}}\right\}$

44 $\frac{1}{5}y^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 3y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{5}{3}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right\}$

45 $Z^2 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7} \Rightarrow Z^2 = \frac{2}{7} + \frac{5}{7} \Rightarrow Z^2 = \frac{7}{7} \Rightarrow Z^2 = 1 \Rightarrow Z = \pm\sqrt{1}$

$Z = \pm 1 \Rightarrow S = \{1, -1\}$

حل المعادلات التالية في R

46 $6\sqrt{x} = 30 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{30}{6} \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (5)^2 \Rightarrow x = 25$

47 $\sqrt{y - 9} = 4 \Rightarrow \left(\sqrt{y - 9}\right)^2 = (4)^2 \Rightarrow y - 9 = 16 \Rightarrow y = 16 + 9 = 25$



48 $\sqrt{4Z} = 8 \implies (\sqrt{4Z})^2 = (8)^2 \implies 4Z = 64 \implies Z = \frac{64}{4} = 16$

تدرب وحل مسائل حياتية

49 موكيت سجاد : قطعة موكيت سجاد مستطيلة طولها 12m وعرضها 3m قطعت الى أجزاء لتغطية أرضية غرفة مربعة الشكل . ما طول ضلع الغرفة .

الحل : مساحة المستطيل = الطول × العرض

$A = 12 \times 3 = 36\ m^2$

مساحة المربع = $(\text{طول الضلع})^2$

نفرض طول الضلع = x

مساحة المستطيل = مساحة المربع

$x^2 = 36 \implies x = \pm\sqrt{36} \implies x = \pm 6$

طول ضلع الغرفة 6m

50 هندسة : قطعة كارتون مربعة الشكل طول ضلعها x cm قطعت أربعة مربعات متساوية من زواياها طول ضلع كل مربع 2cm وثنيت لتكون صندوقا دون غطاء على شكل متوازي سطوح مستطيلة حجمه $32cm^3$. جد طول ضلع قطعة الكارتون الأصلية .

الحل : الارتفاع = 2 وبعدي القاعدة = $(x - 4)$

حجم متوازي السطوح المستطيلة = الطول × العرض × الارتفاع

$2(x-4)(x-4) = 32 \quad \} \div 2$

$(x-4)^2 = 16 \implies x - 4 = \pm\sqrt{16}$

$x - 4 = \pm 4$

أما $x - 4 = 4 \implies x = 4 + 4 = 8\ cm$ طول ضلع قطعة الكارتون

أو $x - 4 = -4 \implies x = -4 + 4 = 0$ يهمل




نافورة : صمم حوض سباحة مربع الشكل طول ضلعه 3m في منتصف حديقة مربعة الشكل فكانت المساحة المتبقية من الحديقة والمحيطة بالحوض $40m^2$ فما طول ضلع الحديقة ؟

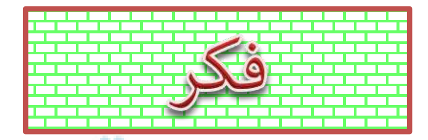
الحل : مساحة المربع = $(\text{طول الضلع})^2$

$x^2 - 3^2 = 40 \implies x^2 - 9 = 40 \implies x^2 = 40 + 9$

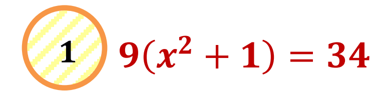
$x^2 = 49 \implies x = \pm\sqrt{49} \implies x = \pm 7$

$x = -7$ يهمل

$x = 7\,m$ طول ضلع الحديقة



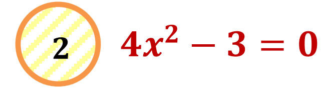

تحد : حل المعادلات التالية في R


$9(x^2 + 1) = 34$

الحل :

$9x^2 + 9 = 34 \implies 9x^2 = 34 - 9 \implies 9x^2 = 25$

$x^2 = \frac{25}{9} \implies x = \pm\sqrt{\frac{25}{9}} \implies x = \pm\frac{5}{3} \implies S = \left\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right\}$


$4x^2 - 3 = 0$

الحل :

$4x^2 = 3 \implies x^2 = \frac{3}{4} \implies x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} \implies x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \implies S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

3 $\left(y+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0$

الحل :

$$\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4} \Rightarrow y+\frac{1}{2}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow y+\frac{1}{2}=\pm\frac{1}{2}$$

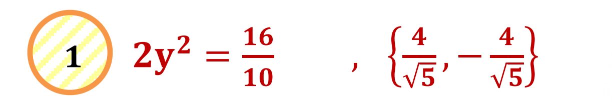
أما $y+\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow y=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$

أو $y+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\frac{-1-1}{2}=\frac{-2}{2}=-1$

مجموعة الحل $S=\{0,-1\}$

---

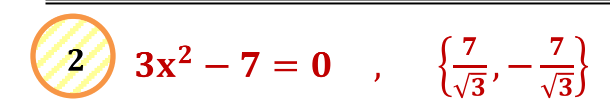
53 هل المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا ؟



الحل :

$$y^2=\frac{16}{20} \Rightarrow y^2=\frac{4}{5} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{4}{5}} \Rightarrow y=\pm\frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow S=\left\{\frac{2}{\sqrt{5}},-\frac{2}{\sqrt{5}}\right\}$$

$\left\{\frac{4}{\sqrt{5}},-\frac{4}{\sqrt{5}}\right\}$ لا تمثل مجموعة حل .



الحل :

$$3x^2=7 \Rightarrow x^2=\frac{7}{3} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S=\left\{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}},-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right\}$$

$\left\{\frac{7}{\sqrt{3}},-\frac{7}{\sqrt{3}}\right\}$ لا يمثل مجموعة حل

54 **أصحح الخطأ :** قال صلاح أن المجموعة $\left\{\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right\}$ تمثل مجموعة الحل للمعادلة $5x^2 = 4$ اكتشف خطأ صلاح وصححه .

الحل :

$$5x^2 = 4 \implies x^2 = \frac{4}{5} \implies x = \pm\sqrt{\frac{4}{5}} \implies x = \pm\frac{2}{\sqrt{5}} \implies S = \left\{\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right\}$$

---

55 **حس عددي :** عدد صحيح موجب من رقم واحد لو أنقص من مربعه واحد لكان الناتج عدد من مضاعفات العشرة . ما العدد ؟

الحل : نفرض العدد الصحيح هو x

$$x^2 - 1 = 80 \implies x^2 = 80 + 1$$

$$x^2 = 81 \implies x = \pm\sqrt{81} \implies x = \pm 9$$

$x = -9$ يهمل

$x = 9$ العدد الصحيح

اكتب مجموعة الحل للمعادلة : $(8 - 3y)^2 - 1 = 0$

الحل :

$$(8 - 3y + 1)(8 - 3y - 1) = 0 \implies (9 - 3y)(7 - 3y) = 0$$

أما $9 - 3y = 0 \implies 3y = 9 \implies y = \frac{9}{3} = 3$

أو $7 - 3y = 0 \implies 3y = 7 \implies y = \frac{7}{3}$

$S = \left\{3, \frac{7}{3}\right\}$ مجموعة الحل

مراجعة الفصل صفحة 92



حل المعادلة التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين : $x^2 - 64 = 0$

الحل :

$(x+8)(x-8) = 0$

أما $x + 8 = 0 \implies x = -8$

أو $x - 8 = 0 \implies x = 8$

$S = \{8, -8\}$ مجموعة الحل



حل المعادلة التالية في R باستعمال خاصية الجذر التربيعي : $y^2 = 49$

الحل :

$y^2 = 49 \implies y = \pm\sqrt{49} \implies y = \pm 7 \implies S = \{7, -7\}$

اختبار الفصل صفحة 95

حل المعادلة التالية في R باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين :



$9x^2 - 25 = 0$

الحل :

$(3x+5)(3x-5) = 0$

أما $3x + 5 = 0 \implies 3x = -5 \implies x = -\frac{5}{3}$

أو $3x - 5 = 0 \implies 3x = 5 \implies x = \frac{5}{3}$

$S = \left\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right\}$ مجموعة الحل

10 $3y^2 - 12 = 0$

الحل :

$3(y^2 - 4) = 0 \ \} \div 3 \quad \Rightarrow \quad y^2 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad (y+2)(y-2) = 0$

أما $y + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = -2$

أو $y - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 2$

$S = \{2, -2\}$ مجموعة الحل

---

11 $(7 - Z)^2 - 1 = 0$

الحل :

$(7 - Z + 1)(7 - Z - 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad (8 - Z)(6 - Z) = 0$

أما $8 - Z = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = 8$

أو $6 - Z = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = 6$

$S = \{8, 6\}$ مجموعة الحل

---

12 $16t^2 - \frac{1}{4} = 0$

الحل :

$\left(4t + \frac{1}{2}\right)\left(4t - \frac{1}{2}\right) = 0$

أما $4t + \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad 4t = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{1}{8}$

أو $4t - \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad 4t = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{8}$

$S = \left\{\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right\}$ مجموعة الحل

حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

13 $x^2 = 49 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{49} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 7 \quad \Rightarrow \quad S = \{7, -7\}$

14 $81 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 81 \Rightarrow y = \pm\sqrt{81} \Rightarrow y = \pm 9 \Rightarrow S = \{9, -9\}$

15 $Z^2 = \frac{36}{9} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{36}{9}} \Rightarrow Z = \pm\frac{6}{3} = \pm 2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$

16 $\frac{1}{5}y^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right\}$

الاختيار من متعدد صفحة 109

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل المعادلة التالية في R باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين :

1 $3x^2 - 12x = 0$ a) $S = \{4, -4\}$ b) $S = \{3, -3\}$ c) $S = \{0, 4\}$ d) $S\{0, 3\}$

الحل :

$3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x - 4) = 0$

أما $3x = 0 \Rightarrow x = 0$

أو $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow S = \{0,4\}$

2 $5y^2 - 100$ a) $s = \{3, -3\}$ b) $s = \{5, -5\}$ c) $s = \{0, 0\}$ d) $s = \{\sqrt{20}, -20\}$

الحل :

$5(y^2 - 25) = 0 \ \} \div 5 \Rightarrow y^2 - 25 = 0 \Rightarrow (y + 5)(y - 5) = 0$

أما $y + 5 = 0 \Rightarrow y = -5$

أو $y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow S = \{5, -5\}$

3 $7Z^2 - 21 = 0$ a) $s = \{7, -7\}$ b) $s = \{3, -3\}$ c) $s = \left\{\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$ d) $s = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

الحل :

$7(Z^2 - 3) = 0 \ \} \div 7 \quad \Rightarrow \quad Z^2 - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad (Z + \sqrt{3})(Z - \sqrt{3}) = 0$

أما $Z + \sqrt{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = -\sqrt{3}$

أو $Z - \sqrt{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

---

4 $4(x^2 - 1) - 5 = 0$ a) $s = \left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$ b) $s = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$ c) $s = \left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$ d) $s = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

الحل :

$4x^2 - 4 - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4x^2 - 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad (2x + 3)(2x - 3) = 0$

أما $2x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x = -3 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{3}{2}$

أو $2x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

---

5 $(y + 7)^2 - 81 = 0$ a) $s = \{2, -2\}$ b) $s = \{16, -16\}$ c) $s = \{2, -16\}$ d) $s = \{-2, 16\}$

الحل :

$(y + 7 + 9)(y + 7 - 9) = 0 \quad \Rightarrow \quad (y + 16)(y - 2) = 0$

أما $y + 16 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = -16$

أو $y - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 2 \quad \Rightarrow \quad S = \{2. -16\}$

---

6 $3x^2 - 6 = 0$ a) $s = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$ b) $s = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ c) $s = \{6, -6\}$ d) $s = \{2, -2\}$

الحل :

$3(x^2 - 2) = 0 \ \} \div 3 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 0$

أما $x + \sqrt{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\sqrt{2}$

أو $x - \sqrt{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

7 $y^2 - \frac{1}{49} = 0$ a) $s = \left\{\frac{3}{7}, -\frac{3}{7}\right\}$ b) $s = \left\{\frac{7}{3}, -\frac{7}{3}\right\}$ c) $s = \left\{\frac{1}{7}, \frac{1}{7}\right\}$ **d) $s = \left\{\frac{1}{7}, -\frac{1}{7}\right\}$**

الحل :

$$\left(y + \frac{1}{7}\right)\left(y - \frac{1}{7}\right) = 0$$

أما $y + \frac{1}{7} = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{7}$

أو $y - \frac{1}{7} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{7} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{7}, -\frac{1}{7}\right\}$

حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :



8 $x^2 = 144$ a) $s = \{7, -7\}$ b) $s = \{14, -14\}$ **c) $s = \{12, -12\}$** d) $s = \{12, 12\}$

الحل :

$x = \pm\sqrt{144} \Rightarrow x = \pm 12 \Rightarrow S = \{12, -12\}$

---

9 $32 - 2y^2 = 0$ a) $s = \{6, 6\}$ **b) $s = \{4, -4\}$** c) $s = \{6, -6\}$ d) $s = \{4, 4\}$

الحل :

$2y^2 = 32 \Rightarrow y^2 = \frac{32}{2} \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm\sqrt{16} \Rightarrow y = \pm 4 \Rightarrow S = \{4, -4\}$

---

10 $5Z^2 = 9$ a) $s = \left\{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\right\}$ b) $s = \left\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right\}$ **c) $s = \left\{\frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{3}{\sqrt{5}}\right\}$** d) $s = \left\{\frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}\right\}$

الحل :

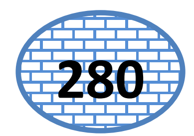
$$Z^2 = \frac{9}{5} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{9}{5}} \quad Z = \pm\frac{3}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \left\{\frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{3}{\sqrt{5}}\right\}$$

---

11 $2x^2 = \frac{25}{2}$ a) $s = \left\{\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}\right\}$ b) $s = \left\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{2}\right\}$ c) $s = \left\{\frac{4}{5}, -\frac{4}{5}\right\}$ **d) $s = \left\{\frac{5}{4}, -\frac{5}{4}\right\}$**

الحل :

$$x^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow x = \pm\frac{5}{4} \Rightarrow S = \left\{\frac{5}{4}, -\frac{5}{4}\right\}$$



12 $4(y^2-1)=45$ a) $s=\left\{\frac{7}{2},-\frac{7}{2}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{7}{2},\frac{7}{2}\right\}$ c) $s=\left\{\frac{2}{7},-\frac{2}{7}\right\}$ d) $s=\left\{\frac{7}{4},-\frac{7}{4}\right\}$

الحل :

$$4y^2-4=45 \Rightarrow 4y^2=45+4 \Rightarrow 4y^2=49$$

$$y^2=\frac{49}{4} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{49}{4}} \Rightarrow y=\pm\frac{7}{2} \Rightarrow S=\left\{\frac{7}{2},-\frac{7}{2}\right\}$$

---

13 $\frac{1}{2}Z^2=\frac{1}{9}$ a) $s=\left\{\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{\sqrt{2}}{3},-\frac{\sqrt{2}}{3}\right\}$ c) $s=\left\{\frac{3}{\sqrt{2}},-\frac{3}{\sqrt{2}}\right\}$ d) $s=\left\{\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right\}$

الحل :

$$9Z^2=2 \Rightarrow Z^2=\frac{9}{2} \Rightarrow Z=\pm\sqrt{\frac{9}{2}} \Rightarrow Z=\pm\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow S=\left\{\frac{3}{\sqrt{2}},-\frac{3}{\sqrt{2}}\right\}$$

---

14 $y^2-\frac{5}{9}=\frac{2}{9}$ a) $s=\left\{\frac{\sqrt{7}}{3},-\frac{\sqrt{7}}{3}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{3}{\sqrt{7}},-\frac{3}{\sqrt{7}}\right\}$ c) $s=\left\{\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right\}$ d) $s=\left\{\frac{1}{7},-\frac{1}{7}\right\}$

الحل :

$$y^2=\frac{2}{9}+\frac{5}{9} \Rightarrow y^2=\frac{7}{9} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{7}{9}} \Rightarrow y=\pm\frac{\sqrt{7}}{3} \Rightarrow S=\left\{\frac{\sqrt{7}}{3},-\frac{\sqrt{7}}{3}\right\}$$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998

حل المعادلة التربيعية بالتجربة

حل المعادلة : $x^2 + bx + c = 0$

تحليل المقدار الى قوسين بإشارتين مختلفتين أو متشابهتين بحسب إشارة الحد المطلق (الثالث) والحد الوسط (الثاني)

مثال حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

1 $x^2 - 7x + 12 = 0$

الحل :

$(x-4)(x-3) = 0$

أما $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{4,3\}$

---

2 $y^2 + 8y + 15 = 0$

الحل :

$(y+5)(y+3) = 0$

أما $y + 5 = 0 \Rightarrow y = -5$

أما $y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow S = \{-5,-3\}$

---

3 $Z^2 - Z - 30 = 0$

الحل :

$(Z-6)(Z+5) = 0$

أما $Z - 6 = 0 \Rightarrow Z = 6$

أو $Z + 5 = 0 \Rightarrow Z = -5 \Rightarrow S = \{6,-5\}$

4 $x^2 - 2x - 63 = 0$

الحل :

$(x-9)(x+7) = 0$

أما $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$

أو $x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \Rightarrow S = \{9, -7\}$

---

5 $x^2 - 2x - 15 = 0$

الحل :

$(x-5)(x+3) = 0$

أما $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

أو $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow S = \{5, -3\}$

مثال **اذا كان طول ملعب كرة السلة يزيد بمقدار $2m$ على ضعف عرضه ومساحته $480m^2$. فما بعدي الملعب ؟**

الحل :

نفرض عرض الملعب x ، طول الملعب $2x + 2$

مساحة الملعب = الطول × العرض

$x(2x+2) = 480 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 480 = 0 \ \} \div 2$

$x^2 + x - 240 = 0 \Rightarrow (x+16)(x-15) = 0$

أما $x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$ يهمل

أو $x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15m$ عرض الملعب

$2x + 2 = 2(15) + 2 = 30 + 2 = 32m$ طول الملعب

مثال **ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 12 ؟**

الحل : نفرض العدد x , مربع العدد x^2

$x^2 - x = 12 \implies x^2 - x - 12 = 0 \implies (x-4)(x+3) = 0$

أما $x - 4 = 0 \implies x = 4$

أو $x + 3 = 0 \implies x = -3$

العدد أما 4 أو -3

حل المعادلة : $ax^2 + bx + c = 0$

مثال **حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :**

1 $4y^2 - 14y + 6 = 0$

الحل :

$(4y-2)(y-3) = 0$ الحد الوسط $-12y - 2y = -14y$

أما $4y - 2 = 0 \implies 4y = 2 \implies y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

أو $y - 3 = 0 \implies y = 3 \implies S = \{3, \frac{1}{3}\}$

---

2 $3x^2 + 18x - 21 = 0$

الحل :

$(x+7)(3x-3) = 0$ الحد الوسط $-3x + 21x = +18x$

أما $x + 7 = 0 \implies x = -7$

أو $3x - 3 = 0 \implies 3x = 3 \implies x = \frac{3}{3} = 1 \implies S = \{1, -7\}$

3 $20 + 13Z + 2Z^2 = 0$

الحل :

$(4 + Z)(5 + 2Z) = 0$ الحد الوسط $+8Z + 5Z = +13Z$

أما $4 + Z = 0 \Rightarrow Z = -4$

أو $5 + 2Z = 0 \Rightarrow 2Z = -5 \Rightarrow Z = -\frac{5}{2} \Rightarrow S = \left\{-4, -\frac{5}{2}\right\}$

---

4 $9x^2 - 69x - 24 = 0$

الحل :

$3(3x^2 - 23x - 8) = 0 \ \} \div 3 \Rightarrow 3x^2 - 23x - 8 = 0$

$(x - 8)(3x + 1) = 0$ الحد الوسط $+x - 24x = -23x$

أما $x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

أو $3x + 1 = 0 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow S = \left\{8, -\frac{1}{3}\right\}$

---

5 $3y^2 - 11y + 10 = 0$

الحل :

$(3y - 5)(y - 2) = 0$ الحد الوسط $-6y - 5y = -11y$

أما $3y - 5 = 0 \Rightarrow 3y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{3}$

أو $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow S = \left\{2, \frac{5}{3}\right\}$

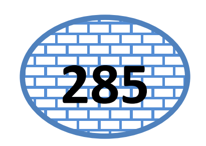
مثال مسبح يقل طوله عن ثلاثة أمثال عرضه بمقدار $1m$ فاذا كانت مساحة المسبح $140m^2$ جد أبعاده ؟

الحل : نفرض عرض المسبح x

طول المسبح $3x - 1$

مساحة المسبح = الطول × العرض

$x(3x - 1) = 140 \Rightarrow 3x^2 - x - 140 = 0$



اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

$(x-7)(3x+20)=0$ الحد الوسط $+20x-21x=-x$

أما $x-7=0 \Rightarrow x=7$

أو $3x+20=0 \Rightarrow 3x=-20 \Rightarrow x=-\frac{20}{3}$ يهمل

عرض المسبح $x=7m$, طول المسبح $3x-1=3(7)-1=21-1=20m$

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

1 $x^2-9x+18=0$

الحل :

$(x-6)(x-3)=0$ الحد الوسط $-3x-6x=-9x$

أما $x-6=0 \Rightarrow x=6$

أو $x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow S=\{6,3\}$

2 $y^2+11y+28=0$

الحل :

$(y+7)(y+4)=0$ الحد الوسط $+4y+7y=+11y$

أما $y+7=0 \Rightarrow y=-7$

أو $y+4=0 \Rightarrow y=-4 \Rightarrow S=\{-7,-4\}$

3 $x^2-4x-32=0$

الحل :

$(x-8)(x+4)=0$ الحد الوسط $+4x-8x=-4x$

أما $x-8=0 \Rightarrow x=8$ أو $x+4=0 \Rightarrow x=-4 \Rightarrow S=\{8,-4\}$

4 $y^2 + 48y - 49 = 0$

الحل :

$(y + 49)(y - 1) = 0$ الحد الوسط $-y + 49y = +48y$

أما $y + 49 = 0 \Rightarrow y = -49$

أو $y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow S = \{1, -49\}$

---

5 $x^2 - 9x - 36 = 0$

الحل :

$(x - 12)(x + 3) = 0$ الحد الوسط $+3x - 12x = -9x$

أما $x - 12 = 0 \Rightarrow x = 12$

أو $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow S = \{12, -3\}$

---

6 $y^2 + 9y - 36 = 0$

الحل :

$(y + 12)(y - 3) = 0$ الحد الوسط $-y + 49y = +48y$

أما $y + 12 = 0 \Rightarrow y = -12$

أو $y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow S = \{3, -12\}$

---

7 $x^2 - 3x + 2 = 0$

الحل :

$(x - 2)(x - 1) = 0$ الحد الوسط $-x - 2x = -3x$

أما $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{1,2\}$

8 $y^2 - 8y - 33 = 0$

الحل :

$(y-11)(y+3)=0$ الحد الوسط $+3y-11y=-8y$

أما $y-11=0 \Rightarrow y=11$

أو $y+3=0 \Rightarrow y=-3 \Rightarrow S=\{11,3\}$

---

9 **ما العد الذي مربعه يزيد عن ضعفه بمقدار 35 ؟**

الحل : نفرض العدد هو x ، مربع العدد x^2 ، ضعف العدد 2x

$x^2-2x=35 \Rightarrow x^2-2x-35=0$

$(x-7)(x+5)=0$ الحد الوسط $+5x-7x=-2x$

أما $x-7=0 \Rightarrow x=7$

أو $x+5=0 \Rightarrow x=-5 \Rightarrow S=\{7,-5\}$

---

10 **ما العدد الذي لو أضيف 4 أضعافه الى مربعه لكان الناتج 45 ؟**

الحل : نفرض العدد هو x ، مربع العدد x^2 ، أربعة اضعاف العدد $4x$

$x^2+4x=45 \Rightarrow x^2+4x-45=0$

$(x+9)(x-5)=0$ الحد الوسط $-5x+9x=+4x$

أما $x+9=0 \Rightarrow x=-9$

أو $x-5=0 \Rightarrow x=5 \Rightarrow S=\{5,-9\}$

---

11 **سجادة طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها $48m^2$. ما أبعاد السجادة ؟**

الحل : نفرض عرض السجادة x , طول السجادة $x+2$

مساحة السجادة = الطول × العرض

$x(x+2)=48 \Rightarrow x^2+2x-48=0$

$(x+8)(x-6)=0$ الحد الوسط $-6x+8x=+2x$

أما $x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$ يهمل

أو $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ عرض السجادة

$x + 2 = 6 + 2 = 8m$ طول السجادة

حل المعادلات التالية في R :

12 $15x^2 - 11x - 14 = 0$

الحل :

$(5x - 7)(3x + 2) = 0$ الحد الوسط $+10x - 21x = -11x$

أما $5x - 7 = 0 \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$

أو $3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \Rightarrow S = \left\{\frac{7}{5}, -\frac{2}{3}\right\}$

---

13 $2y^2 - 12y + 18 = 0$

الحل :

$(2y - 6)(y - 3) = 0$ الحد الوسط $-6y - 6y = -12y$

أما $2y - 6 = 0 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3$

أو $y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow S = \{3, -3\}$

---

14 $6 + 7x - 5x^2 = 0$

الحل :

$(3 + 5x)(2 - x) = 0$ الحد الوسط $-3x + 10x = +7x$

أما $3 + 5x = 0 \Rightarrow 5x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{5}$

أو $2 - x = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = \left\{2, -\frac{3}{5}\right\}$

15 $42 + 64y + 24y^2 = 0$

الحل :

$2(21 + 32y + 12y^2) = 0 \} \div 2 \quad \Longrightarrow \quad 21 + 32y + 12y^2 = 0$

$(3 + 2y)(7 + 6y) = 0$ الحد الوسط $+18y + 14y = +32y$

أما $3 + 2y = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2y = -3 \quad \Longrightarrow \quad y = -\frac{3}{2}$

أو $7 + 6y = 0 \quad \Longrightarrow \quad 6y = -7 \quad \Longrightarrow \quad y = -\frac{7}{6} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{-\frac{7}{6}, -\frac{3}{2}\right\}$

16 $11x^2 - 41x - 12 = 0$

الحل :

$(x - 4)(11x + 3) = 0$ الحد الوسط $+3x - 44x = -41x$

أما $x - 4 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 4$

أو $11x + 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 11x = -3 \quad \Longrightarrow \quad x = -\frac{3}{11} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{4, -\frac{3}{11}\right\}$

17 $3y^2 + 5y - 12 = 0$

الحل :

$(y + 3)(3y - 4) = 0$ الحد الوسط $-4y + 9y = +5y$

أما $y + 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad y = -3$

أو $3y - 4 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 3y = 4 \quad \Longrightarrow \quad y = \frac{4}{3} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{-3, \frac{4}{3}\right\}$

18 $36 - 75x + 6x^2 = 0$

الحل :

$3(12 - 25x + 2x^2) = 0 \} \div 3 \quad \Longrightarrow \quad 12 - 25x + 2x^2 = 0$

$(12 - x)(1 - 2x) = 0$ الحد الوسط $-24x - x = -25x$

أما $12 - x = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 12$

أو $1-2x=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow S=\{12,\frac{1}{2}\}$

19 $\mathbf{70-33y-4y^2=0}$

الحل :

$(7-4y)(10+y)=0$ الحد الوسط $+7y-40y=-33y$

أما $7-4y=0 \Rightarrow 4y=7 \Rightarrow y=\frac{7}{4}$

أو $10+y=0 \Rightarrow y=-10 \Rightarrow S=\{-10,\frac{7}{4}\}$

20 **أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار $4m$ على عرضها . ما بعدا الأرض اذا كانت مساحتها $60m^2$ ؟**

الحل : نفرض العرض x

الطول $x+4$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$x(x+4)=60 \Rightarrow x^2+4x-60=0$

$(x+10)(x-6)=0$ الحد الوسط $-6x+10x=+4x$

أما $x+10=0 \Rightarrow x=-10$ يهمل

أو $x-6=0 \Rightarrow x=6m$ العرض

$x+4=6+4=10m$ الطول

تدرب وحل التمرينات

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

21 $x^2 - 15x + 56 = 0$

الحل :

$(x-8)(x-7) = 0$ الحد الوسط $-7x - 8x = -15x$

أما $x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

أو $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow S = \{8,7\}$

---

22 $y^2 + 16y + 63 = 0$

الحل :

$(y+9)(y+7) = 0$ الحد الوسط $+7y + 9y = +16y$

أما $y + 9 = 0 \Rightarrow y = -9$

أو $y + 7 = 0 \Rightarrow y = -7 \Rightarrow S = \{-9, -7\}$

---

23 $Z^2 - 15Z - 16 = 0$

الحل :

$(Z-16)(Z+1) = 0$ الحد الوسط $+Z - 16Z = -15Z$

أما $Z - 16 = 0 \Rightarrow Z = 16$

أو $Z + 1 = 0 \Rightarrow Z = -1 \Rightarrow S = \{16, -1\}$

---

24 $x^2 + 15x - 16 = 0$

الحل :

$(x+16)(x-1) = 0$ الحد الوسط $-x + 16x = +15x$

أما $x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$

أو $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow S=\{1,-16\}$

25 $\mathbf{y^2-y-42=0}$

الحل :

$(y-7)(y+6)=0$ الحد الوسط $+6y-7y=-y$

أما $y-7=0 \Rightarrow y=7$

أو $y+6=0 \Rightarrow y=-6 \Rightarrow S=\{7,-6\}$

26 $\mathbf{Z^2+13Z+42=0}$

الحل :

$(Z+7)(Z+6)=0$ الحد الوسط $+6Z+7Z=+13Z$

أما $Z+7=0 \Rightarrow Z=-7$

أو $Z+6=0 \Rightarrow Z=-6 \Rightarrow S=\{-7,-6\}$

27 $\mathbf{x^2-4x+3=0}$

الحل :

$(x-3)(x-1)=0$ الحد الوسط $-x-3x=-4x$

أما $x-3=0 \Rightarrow x=3$

أو $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow S=\{3,1\}$

28 $\mathbf{y^2-6y-55=0}$

الحل :

$(y-11)(y+5)=0$ الحد الوسط $+5y-11y=-6y$

أما $y-11=0 \Rightarrow y=11$

أو $y+5=0 \Rightarrow y=-5 \Rightarrow S=\{11,-5\}$

29 $Z^2 + 4Z - 77 = 0$

الحل :

$(Z + 11)(Z - 7) = 0$ الحد الوسط $- 7Z + 11Z = +4Z$

أما $Z + 11 = 0 \Rightarrow Z = -11$

أو $Z - 7 = 0 \Rightarrow Z = 7 \Rightarrow S = \{7, -11\}$

---

30 **ما العدد الذي مربعه ينقص عن ثلاثة أمثاله بمقدار 2 ؟**

الحل : نفرض العدد x , مربع العدد x^2 , ثلاثة أمثاله 3x

$3x - x^2 = 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x - 2)(x - 1) = 0$ الحد الوسط $- x - 2x = -3x$

أما $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{2,1\}$

---

31 **قطعة معدن مستطيلة الشكل ينقص عرضها بمقدار 2m عن طولها . ما بعدا القطعة المعدنية اذا كانت مساحتها $24m^2$ ؟**

الحل : نفرض طول القطعة x , عرض القطعة $x - 2$

مساحة القطعة = الطول × العرض

$x(x - 2) = 24 \Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$

$(x - 6)(x + 4) = 0$ الحد الوسط $+ 4x - 6x = -2x$

أما $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ طول القطعة

أو $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$ يهمل

$x - 2 = 6 - 2 = 4m$ عرض القطعة

32 $12x^2 - 20x + 7 = 0$

الحل :

$(2x-1)(6x-7) = 0$ الحد الوسط $-14x - 6x = -20x$

أما $2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

أو $6x - 7 = 0 \Rightarrow 6x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{6} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{7}{6}\right\}$

33 $3y^2 + 16y + 5 = 0$

الحل :

$(3y+1)(y+5) = 0$ الحد الوسط $+15y + y = +16y$

أما $3y + 1 = 0 \Rightarrow 3y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$

أو $y + 5 = 0 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow S = \left\{-5, -\frac{1}{3}\right\}$

34 $28 + 2Z - 8Z^2 = 0$

الحل :

$(7+4Z)(4-2Z) = 0$ الحد الوسط $-14Z + 16Z = +2Z$

أما $7 + 4Z = 0 \Rightarrow 4Z = -7 \Rightarrow Z = -\frac{7}{4}$

أو $4 - 2Z = 0 \Rightarrow 2Z = 4 \Rightarrow Z = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow S = \left\{2, -\frac{7}{4}\right\}$

35 $81 - 9x - 12x^2 = 0$

الحل :

$(9-4x)(9+3x) = 0$ الحد الوسط $+27x - 36x = -9x$

أما $9 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$

أو $9 + 3x = 0 \Rightarrow 3x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{3} = -3 \Rightarrow S = \left\{-3, \frac{9}{4}\right\}$

36 $13y^2 - 8y - 21 = 0$

الحل :

$(13y - 21)(y + 1) = 0$ الحد الوسط $+13y - 21y = -8y$

أما $13y - 21 = 0 \Rightarrow 13y = 21 \Rightarrow y = \frac{21}{13}$

أو $y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow S = \left\{-1, \frac{21}{13}\right\}$

37 $50Z^2 + 10Z - 4 = 0$

الحل :

$(10Z + 4)(5Z - 1) = 0$ الحد الوسط $-10Z + 20Z = +10Z$

أما $10Z + 4 = 0 \Rightarrow 10Z = -4 \Rightarrow Z = -\frac{4}{10} = -\frac{1}{5}$

أو $5Z - 1 = 0 \Rightarrow 5Z = 1 \Rightarrow Z = \frac{1}{5} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}\right\}$

38 صالة طعام ينقص طولها عن مثلي عرضها بمقدار $3m$ ومساحتها $54m^2$. ما أبعاد الصالة ؟

الحل : نفرض عرض الصالة x , مثلي عرضها 2x

طول الصالة $2x - 3$

مساحة الصالة = الطول × العرض

$x(2x - 3) = 54 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 54 = 0$

$(x - 6)(2x + 9) = 0$ الحد الوسط $+9x - 12x = -3x$

أما $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ عرض الصالة

أو $2x + 9 = 0 \Rightarrow 2x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{2}$

$2x - 3 = 2(6) - 3 = 12 - 3 = 9m$ طول الصالة

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

39 $x^2 - 4x + 3 = 0$

الحل :

$(x-3)(x-1) = 0$ الحد الوسط $-x - 3x = -4x$

أما $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{3,1\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x بالمعادلة :

$x = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = (3)^2 - 4(3) + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$ الطرف الايمن

$x = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = (1)^2 - 4(1) + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$ الطرف الايمن

40 $y^2 - 9y - 36 = 0$

الحل :

$(y-12)(y+3) = 0$ الحد الوسط $+3y - 12y = -9y$

أما $y - 12 = 0 \Rightarrow y = 12$

أو $y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow S = \{12, -3\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y بالمعادلة :

$y = 12 \Rightarrow y^2 - 9y - 36 = (12)^2 - 9(12) - 36 = 144 - 108 - 36 = 0$ الطرف الايمن

$y = -3 \Rightarrow y^2 - 9y - 36 = (-3)^2 - 9(-3) - 36 = 9 + 27 - 36 = 0$ الطرف الايمن

41 $Z^2 + 9Z - 36 = 0$

الحل :

$(Z+12)(Z-3) = 0$ الحد الوسط $-3Z + 12Z = +9Z$

أما $Z + 12 = 0 \Rightarrow Z = -12$

أو $Z - 3 = 0 \Rightarrow Z = 3 \Rightarrow S = \{-12,3\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم Z بالمعادلة :

$Z = 12 \implies Z^2 + 9Z - 36 = (-12)^2 + 9(-12) - 36 = 144 - 108 - 36 = 0$ الطرف الايمن

$Z = 3 \implies Z^2 + 9Z - 36 = (3)^2 + 9(3) - 36 = 9 + 27 - 36 = 0$ الطرف الايمن

42 $\mathbf{4 - 26x + 12x^2 = 0}$

الحل :

$(4 - 2x)(1 - 6x) = 0$ الحد الوسط $-24x - 2x = -26x$

أما $4 - 2x = 0 \implies 2x = 4 \implies x = \frac{4}{2} = 2$

أو $1 - 6x = 0 \implies 6x = 1 \implies x = \frac{1}{6} \implies S = \{12, -3\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x بالمعادلة :

$x = 2 \implies 4 - 26x + 12x^2 = 4 - 26(2) + 12(2)^2 = 4 - 52 + 48 = 0$ الطرف الايمن

$x = \frac{1}{6} \implies 4 - 26x + 12x^2 = 4 - 26\left(\frac{1}{6}\right) + 12\left(\frac{1}{6}\right)^2 = 4 - \frac{26}{6} + \frac{12}{36}$

$= 4 - \frac{13}{3} + \frac{1}{3} = \frac{12 - 13 + 1}{3} = \frac{0}{3}$ الطرف الايمن

43 $\mathbf{80 - 38y + 3y^2 = 0}$

الحل :

$(8 - 3y)(10 - y) = 0$ الحد الوسط $-8y - 30y = -38y$

أما $8 - 3y = 0 \implies 3y = 8 \implies y = \frac{8}{3}$

أو $10 - y = 0 \implies y = 10 \implies S = \left\{10, \frac{8}{3}\right\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y بالمعادلة :

$y = 10 \implies 80 - 38y + 3y^2 = 80 - 38(10) + 3(10)^2 = 80 - 380 + 300 = 0$ الطرف الايمن

$y = \frac{8}{3} \implies 80 - 38y + 3y^2 = 80 - 38\left(\frac{8}{3}\right) + 3\left(\frac{8}{3}\right)^2 = 80 - \frac{304}{3} + \frac{64}{3}$

$= \frac{240 - 304 + 64}{3} = \frac{0}{3} = 0$ الطرف الايمن

---

44 $\mathbf{12Z^2 + 24Z + 12 = 0}$

الحل :

$(12Z + 12)(Z + 1) = 0$ الحد الوسط $+12Z + 12Z = +24Z$

أما $12Z + 12 = 0 \implies 12Z = -12 \implies Z = -\frac{12}{12} = -1$

أو $Z + 1 = 0 \implies Z = -1 \implies S = \{-1\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم Z بالمعادلة :

$Z = -1 \implies 12Z^2 + 24Z + 12 = 12(-1)^2 + 24(-1) + 12 = 12 - 24 + 12 = 0$

الطرف الأيمن

تدرب وحل مسائل حياتية

45 **رياضة : اذا كان طول صورة ملعب كرة القدم بمقدار 4m على ضعف عرضها فما بعدا الصورة اذا كانت مساحتها $160m^2$ ؟**

الحل : نفرض عرض الصورة x ، ضعف العرض 2x

طول الصورة $2x + 4$

المساحة = الطول × العرض

$x(2x + 4) = 160 \implies 2x^2 + 4x - 160 = 0 \; \} \div 2$

$x^2 + 2x - 80 = 0$

$(x+10)(x-8)=0$ الحد الوسط $-8x+10x=+2x$

أما $x+10=0 \Rightarrow x=-10$ يهمل

أو $x-8=0 \Rightarrow x=8m$ عرض الصورة

$2x+4=2(8)+4=16+4=20m$ طول الصورة

---

46 **حقل نعام :** **اذا كان طول حقل لتربية طيور النعام يقل بمقدار 4m عن ضعف عرضه فاذا كانت مساحة الحقل $96m^2$ فهل يكفي سياج طوله 44m لتحويط الحقل ؟**

الحل : نفرض عرض الحقل x , ضعف العرض 2x

طول الحقل $2x-4$

المساحة = الطول × العرض

$x(2x-4)=96 \Rightarrow 2x^2-4x-96=0 \} \div 2$

$x^2-2x-48=0$

$(x+6)(x-8)=0$ الحد الوسط $-8x+6x=-2x$

أما $x+6=0 \Rightarrow x=-6$ يهمل

أو $x-8=0 \Rightarrow x=8m$ عرض الصورة

$2x-4=2(8)-4=16-4=12m$ طول الحقل

---

47 **أطار صورة :** **اشترى سامر اطار لصورة طوله ضعف عرضه يحتاج سامر الى تصغير الاطار بمقدار 2cm من طوله وعرضه ليصبح مناسبا للصورة فما أبعاد الاطار الذي اشتراه سامر اذا كانت مساحة الصورة $40cm^2$ ؟**

الحل : نفرض عرض الاطار x , طول الاطار 2x

بعد التصغير يصبح : العرض $(x-2)$, الطول $(2x-2)$

المساحة = الطول × العرض

$(2x-2)(x-2)=40 \Rightarrow 2x^2-4x-2x+4-40=0$

$2x^2-6x-36=0 \} \div 2 \Rightarrow x^2-3x-18=0$

$(x-6)(x+3)=0$ الحد الوسط $+3x-6x=-3x$

أما $x-6=0 \Longrightarrow x=6m$ العرض

أو $x+3=0 \Longrightarrow x=-3$ يهمل

$2x=2(6)=12m$ طول

فكر

48 **تحد : حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :**

1 $\mathbf{(x-3)(x+2)=14}$

الحل :

$x^2+2x-3x-6-14=0 \Longrightarrow x^2-x-20=0$

$(x-5)(x+4)=0$ الحد الوسط $+4x-5x=-x$

أما $x-5=0 \Longrightarrow x=5$

أو $x+4=0 \Longrightarrow x=-4 \Longrightarrow S=\{5,-4\}$



2 $\mathbf{3y^2-11y+10=80}$

الحل :

$3y^2-11y+10-80=0 \Longrightarrow 3y^2-11y-70=0$

$(y-7)(3y+10)=0$ الحد الوسط $+10y-21y=-11y$

أما $y-7=0 \Longrightarrow y=7$

أو $3y+10=0 \Longrightarrow 3y=-10 \Longrightarrow y=-\frac{10}{3} \Longrightarrow S=\left\{7,-\frac{10}{3}\right\}$

49 **وضح : هل أن المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا ؟**

1 $4x^2 + 2x = 30 \quad , \quad \left\{-\frac{2}{5}, 3\right\}$

الحل :

$4x^2 + 2x - 30 = 0$

$(2x + 6)(2x - 5) = 0$ الحد الوسط $-10x + 12x = +2x$

أما $2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$

أو $2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow S = \left\{\frac{5}{2}, 3\right\}$

لا تمثل مجموعة حل



$42 - 33y + 6y^2 = 0 \quad , \quad \left\{2, \frac{7}{2}\right\}$

الحل :

$(7 - 2y)(6 - 3y) = 0$ الحد الوسط $-21y - 12y = -33y$

أما $7 - 2y = 0 \Rightarrow 2y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{2}$

أو $6 - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow S = \left\{2, \frac{7}{2}\right\}$

تمثل مجموعة حل

---

50 **أصحح الخطأ : قالت رنا أن مجموعة الحل للمعادلة : $2x^2 - 34x + 60 = 0$ هي $\{3, 15\}$. حدد خطأ رنا وصححه .**

الحل :

$(2x - 4)(x - 15) = 0$ الحد الوسط $-30x - 4x = -34x$

أما $2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$

أو $x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow S = \{2,15\}$

51 **حس عددي :** عدد مكون من رقمين فاذا كان رقم آحاده يزيد على ضعف عشراته بمقدار 1 وحاصل ضرب رقميه يساوي 10 فما العدد ؟

الحل : نفرض العشرات x , ضعف العشرات $2x$

الاحاد $2x + 1$

$x(2x+1) = 10 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 + x - 10 = 0$

$(2x+5)(x-2) = 0$ الحد الوسط $-4x + 5x = +x$

أما $2x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x = -5 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{5}{2}$

أو $x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \quad \Rightarrow \quad S = \{2, -\frac{5}{2}\}$

اكتب معادلة تمثل المسألة التالية ثم جد حلها :

ما العدد الذي ينقص مربعه على ضعفه بمقدار 35 ؟

الحل : نفرض العدد x , ضعف العدد $2x$, مربع العدد x^2

$x^2 - 2x = 35 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x - 35 = 0$

$(x-7)(x+5) = 0$ الحد الوسط $+5x - 7x = -2x$

أما $x - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 7$

أو $x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -5 \quad \Rightarrow \quad S = \{7, -5\}$

مراجعة الفصل صفحة 93

تدريب 1 حل المعادلة التالية في R بالتحليل بالتجربة : $x^2 - 10x + 21 = 0$

الحل :

$(x-7)(x-3) = 0$ الحد الوسط $-4x + 5x = +x$

أما $x - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 7$

أو $x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3 \quad \Rightarrow \quad S = \{7,3\}$

تدريب 2 حل المعادلة التالية في R بالتحليل بالتجربة : $4y^2 + 16y - 9 = 0$

الحل :

$(2y+9)(2y-1) = 0$ الحد الوسط $-2y + 18y = +16y$

أما $2y + 9 = 0 \Rightarrow 2y = -9 \Rightarrow y = -\frac{9}{2}$

أو $2y - 1 = 0 \Rightarrow 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}\right\}$

اختبار الفصل صفحة 95

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

17 $x^2 + 9x + 18 = 0$

الحل :

$(x+6)(x+3) = 0$ الحد الوسط $+3x + 6x = +9x$

أما $x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$

أو $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow S = \{-6, -3\}$

18 $y^2 - 12y + 35 = 0$

الحل :

$(y-7)(y-5) = 0$ الحد الوسط $-5y - 7y = -12y$

أما $y - 7 = 0 \Rightarrow y = 7$

أو $y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow S = \{7,5\}$

19 $Z^2 - 2Z - 48 = 0$

الحل :

$(Z-8)(Z+6) = 0$ الحد الوسط $+6Z - 8Z = -2Z$

أما $Z - 8 = 0 \Rightarrow Z = 8$

أو $Z + 6 = 0 \Rightarrow Z = -6 \Rightarrow S = \{8, -6\}$

---

20 $3x^2 - x - 10 = 0$

الحل :

$(x - 2)(3x + 5) = 0$ الحد الوسط $+5x - 6x = -x$

أما $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $3x + 5 = 0 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \Rightarrow S = \left\{2, -\frac{5}{3}\right\}$

---

21 $4y^2 - 14y + 12 = 0$

الحل :

$(4y - 6)(y - 2) = 0$ الحد الوسط $-8y - 6y = -14y$

أما $4y - 6 = 0 \Rightarrow 4y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

أو $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow S = \left\{2, \frac{3}{2}\right\}$

---

22 $7Z^2 - 18Z - 9 = 0$

الحل :

$(Z - 3)(7Z + 3) = 0$ الحد الوسط $+3Z - 21Z = -18Z$

أما $Z - 3 = 0 \Rightarrow Z = 3$

أو $7Z + 3 = 0 \Rightarrow 7Z = -3 \Rightarrow Z = -\frac{3}{7} \Rightarrow S = \left\{3, -\frac{3}{7}\right\}$

---

23 ما العدد الذي مربعه ينقص عن أربعة أمثاله بمقدار 3 ؟

الحل : نفرض العدد x ، أربعة أمثاله $4x$ ، مربع العدد x^2

$4x - x^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$ الحد الوسط $-x - 3x = -4x$

أما $x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

أو $x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \quad \Rightarrow \quad S = \{3,1\}$

---

24 **حوض سباحة يزيد طوله على مثلي عرضه بمقدار $4m$ ومساحته $48m^2$. ما أبعاد المسبح ؟**

الحل : نفرض عرض المسبح x ، مثلي عرضه $2x$

طول المسبح $2x + 4$

مساحة المسبح = الطول × العرض

$x(2x+4) = 48 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 + 4x - 48 = 0$

$(x+6)(2x-8) = 0$ الحد الوسط $-8x + 12x = +4x$

أما $x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -6$ يهمل

أو $2x - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x = 8 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8}{2} = 4m$ العرض

$2x + 4 = 2(4) + 4 = 8 + 4 = 12m$ الطول

24

الاختيار من متعدد صفحة 110

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

1 $x^2 - 8x + 15 = 0$ a) $s = \{3,-5\}$ b) $s = \{-3,5\}$ c) $s = \{-3,-5\}$ **d) $s = \{3,5\}$**

الحل :

$(x-3)(x-5) = 0$ الحد الوسط $-5x - 3x = -8x$

أما $x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

أو $x - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 5 \quad \Rightarrow \quad S = \{3,5\}$

2 $y^2 + 10y + 21 = 0$ a) $s = \{3, -7\}$ b) $s = \{-3, 7\}$ c) $s = \{-3, -7\}$ d) $s = \{3, 7\}$

الحل :

$(y+3)(y+7) = 0$ الحد الوسط $+7y + 3y = +10y$

أما $y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$

أو $y + 7 = 0 \Rightarrow y = -7 \Rightarrow S = \{-3, -7\}$

---

3 $x^2 - 5x - 36 = 0$ a) $s = \{7, -8\}$ b) $s = \{-4, 9\}$ c) $s = \{4, -9\}$ d) $s = \{-4, -9\}$

الحل :

$(x-9)(x+4) = 0$ الحد الوسط $+4x - 9x = -5x$

أما $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$

أو $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow S = \{-4, 9\}$

---

4 $y^2 + y - 56 = 0$ a) $s = \{7, -8\}$ b) $s = \{-7, 8\}$ c) $s = \{7, 8\}$ d) $s = \{-7, -8\}$

الحل :

$(y+8)(y-7) = 0$ الحد الوسط $-7y + 8y = +y$

أما $y + 8 = 0 \Rightarrow y = -8$

أو $y - 7 = 0 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow S = \{7, -8\}$

---

5 $x^2 - 8x - 48 = 0$ a) $s = \{4, 12\}$ b) $s = \{4, -12\}$ c) $s = \{-4, 12\}$ d) $s = \{-4, -12\}$

الحل :

$(x-12)(x+4) = 0$ الحد الوسط $+4x - 12x = -8x$

أما $x - 12 = 0 \Rightarrow x = 12$

أو $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow S = \{-4, 12\}$

6 $4y^2 + 18y + 18 = 0$ a) $s = \left\{-3, \frac{3}{4}\right\}$ b) $s = \left\{3, \frac{3}{4}\right\}$ c) $s = \left\{3, \frac{3}{2}\right\}$ d) $s = \left\{-3, -\frac{3}{2}\right\}$

الحل :

$(2y + 3)(2y + 6) = 0$ الحد الوسط $+12y + 6y = +18y$

أما $2y + 3 = 0 \Rightarrow 2y = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$

أو $2y + 6 = 0 \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow y = -\frac{6}{2} = -3 \Rightarrow S = \left\{-3, -\frac{3}{2}\right\}$

---

7 $x^2 - 7x + 12 = 0$ a) $s = \{4, 3\}$ b) $s = \{-4, 3\}$ c) $s = \{4, -3\}$ d) $s = \{-4, -3\}$

الحل :

$(x - 4)(x - 3) = 0$ الحد الوسط $-3x - 4x = -7x$

أما $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{4, 3\}$

---

8 $6Z^2 + 36Z - 42 = 0$ a) $s = \{1, 7\}$ b) $s = \{-1, 7\}$ c) $s = \{-1, -7\}$ d) $s = \{1, -7\}$

الحل :

$6Z^2 + 36Z - 42 = 0 \ \} \div 6 \Rightarrow Z^2 + 6Z - 7 = 0$

$(Z + 7)(Z - 1) = 0$ الحد الوسط $-Z + 7Z = +6Z$

أما $Z + 7 = 0 \Rightarrow Z = -7$

أو $Z - 1 = 0 \Rightarrow Z = 1 \Rightarrow S = \{1, -7\}$

---

9 $22 - 20y - 2y^2 = 0$ a) $s = \{11, 1\}$ b) $s = \{1, -11\}$ c) $s = \{11, -1\}$ d) $s = \{-1, -11\}$

الحل :

$22 - 20y - 2y^2 = 0 \ \} \div 2 \Rightarrow 11 - 10y - y^2 = 0$

$(1 - y)(11 + y) = 0$ الحد الوسط $+y - 11y = -10y$

أما $1 - y = 0 \Rightarrow y = 1$

أو $11 + y = 0 \Rightarrow y = -11 \Rightarrow S = \{1, -11\}$

10 $\mathbf{32 + 12x - 9x^2 = 0}$ $\mathbf{a)\ s = \{\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\}}$ $\mathbf{b)\ s = \{\frac{-4}{3}, \frac{-8}{3}\}}$ $\mathbf{c)\ s = \{\frac{4}{3}, \frac{-8}{3}\}}$ $\mathbf{d)\ s = \{\frac{-4}{3}, \frac{8}{3}\}}$

الحل :

$(4 + 3x)(8 - 3x) = 0$ الحد الوسط $-12x + 24x = +12x$

أما $4 + 3x = 0 \Rightarrow 3x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$

أو $8 - 3x = 0 \Rightarrow 3x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3} \Rightarrow S = \{-\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\}$

11 **ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 42 ؟**

a) $s = \{7, 6\}$ **b) $s = \{7, -6\}$** **c) $s = \{-7, 6\}$** **d) $s = \{-7, -6\}$**

الحل : نفرض العدد x , مربع العدد x^2

$x^2 - x = 42 \Rightarrow x^2 - x - 42 = 0$

$(x - 7)(x + 6) = 0$ الحد الوسط $+6x - 7x = -x$

أما $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

أو $x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \Rightarrow S = \{7, -6\}$

12 **ما العدد الذي لو أضيف 3 أمثاله الى مربعه لكان الناتج 18 ؟**

a) $s = \{3, 6\}$ **b) $s = \{3, -6\}$** **c) $s = \{-6, 3\}$** **d) $s = \{-3, -6\}$**

الحل : نفرض العدد x , ثلاثة امثاله $3x$, مربع العدد x^2

$x^2 + 3x = 18 \Rightarrow x^2 + 3x - 18 = 0$

$(x + 6)(x - 3) = 0$ الحد الوسط $-3x + 6x = +3x$

أما $x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$

أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{3, -6\}$

13 عددان حاصل ضربهما 54 أحدهما يزيد على الآخر بمقدار 3 فما العددان ؟

a) $s = \{6, 9\}$ **b)** $s = \{6, -9\}$ **c)** $s = \{-6, 9\}$ **d)** $s = \{-6, -9\}$

الحل : نفرض العدد الاول x , العدد الثاني $x + 3$

$$x(x+3) = 54 \implies x^2 + 3x - 54 = 0$$

$$(x+9)(x-6) = 0$$

الحد الوسط $-6x + 9x = +3x$

أما $x + 9 = 0 \implies x = -9$

أو $x - 6 = 0 \implies x = 6 \implies S = \{6, -9\}$

---

14 عددان حاصل ضربهما 48 أحدهما يقل عن الآخر بمقدار 8 فما العددان ؟

a) $s = \{8, 6\}$ **b)** $s = \{12, -4\}$ **c)** $s = \{10, 4\}$ **d)** $s = \{-12, -4\}$

الحل : نفرض العدد الاول x , العدد الثاني $x - 8$

$$x(x-8) = 48 \implies x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$(x-12)(x+4) = 0$$

الحد الوسط $+4x - 12x = -8x$

أما $x - 12 = 0 \implies x = 12$

أو $x + 4 = 0 \implies x = -4 \implies S = \{12, -4\}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998

حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

تعرفت سابقا كيفية تحليل مقدار جبري على هيئة مربع كامل والآن سوف نستخدم هذا التحليل في حل معادلات بالتحليل بالمربع الكامل لإيجاد مجموعة الحل للمعادلة . أي أن :

$$ax^2 + bx + c = \left(\sqrt{ax^2} \pm \sqrt{c}\right)^2$$

حيث الإشارة $\pm$ حسب إشارة الحد الوسط (الثاني).

مثال حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :



1 $4x^2 + 20x + 25 = 0$

الحل :

$(2x+5)^2 = 0 \Rightarrow 2x+5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$

---

2 $y^2 - y + \frac{1}{4} = 0$

الحل :

$\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow y - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

---

3 $3 - 6\sqrt{3}Z + 9Z^2 = 0$

الحل :

$\left(\sqrt{3} - 3Z\right)^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{3} - 3Z = 0 \Rightarrow 3Z = \sqrt{3} \Rightarrow Z = \frac{\sqrt{3}}{3}$

---

4 $9x^2 - 36x + 36 = 0$

الحل :

$(3x-6)^2 = 0 \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$



مثال **الجكوار هو أحد السنوريات الكبرى المنتمية لجنس النمور تمثل المعادلة $x^2 - 20x + 100 = 0$ مساحة المنطقة المربعة المحددة له بالمتر المربع في حديقة الحيوانات . ما المقدار الذي يمثله طول ضلع المنطقة المربعة ؟**

الحل :

$$x^2 - 20x + 100 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x - 10)^2 = 0$$

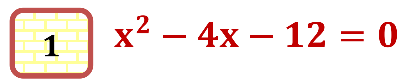
$x - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 10m$ طول ضلع المنطقة المربعة

حل المعادلات بإكمال المربع

يمكن حل المعادلة من الدرجة الثانية بالمربع الكامل كالآتي :

1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة $ax^2 + bx = -c$ حيث $a \neq 0$
2) اذا كان $a \neq 1$ فنقسم المعادلة على a
3) نضيف الى طرفي المعادلة المقدار (مربع نصف معامل x) أي أن : $\left(\frac{1}{2}\, b\right)^2$
4) نحلل الطرف الأيسر الذي أصبح مربعا كاملا ونبسط الطرف الأيمن .
5) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونجد قيم x

مثال **حل المعادلات التالية بطريقة أكمال المربع :**



1 $x^2 - 4x - 12 = 0$

الحل :

$$x^2 - 4x = 12$$

$\left(\frac{1}{2} \times 4\right)^2 = (2)^4 = 4$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4 \quad \Rightarrow \quad (x - 2)^2 = 16$ بأخذ الجذر التربيعي الطرفين

$$x - 2 = \pm 4$$

أما $x - 2 = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 4 + 2 = 6$

أو $x - 2 = -4 \quad \Rightarrow \quad x = -4 + 2 = -2 \quad \Rightarrow \quad S = \{6, -2\}$

---

2 $\mathbf{2y^2 - 3 = 3y}$

الحل :

$$2y^2 - 3y = 3 \quad \} \div 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{3}{2} + \frac{9}{16}$$

$$\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{24 + 9}{16} \quad \Rightarrow \quad \left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$y - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

أما $y - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{\sqrt{33}}{4} + \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{\sqrt{33}+3}{4}$

أو $y - \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{33}}{4} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3-\sqrt{33}}{4} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{\frac{\sqrt{33}+3}{4}, \frac{3-\sqrt{33}}{4}\right\}$

---

3 $\mathbf{x^2 - 6x = 27}$

الحل :

$$\left(\frac{1}{2} \times 6\right)^2 = (3)^2 = 9$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - 6x + 9 = 27 + 9 \quad \Rightarrow \quad (x - 3)^2 = 36$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x - 3 = \pm 6$$

أما $x - 3 = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 6 + 3 = 9$

أو $x - 3 = -6 \quad \Rightarrow \quad x = -6 + 3 = -3 \quad \Rightarrow \quad S = \{9, -3\}$

مثال **مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 2cm قدر طول المستطيل وعرضه بالتقريب لأقرب عدد صحيح اذا كانت مساحته $36cm^2$ ؟**

الحل : نفرض عرض المستطيل x , طول المستطيل $x + 2$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$x(x+2) = 36 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 2x = 36$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 + 2x + 1 = 36 + 1 \quad \Rightarrow \quad (x+1)^2 = 37$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x + 1 = \pm\sqrt{37} \quad \Rightarrow \quad x + 1 \approx \pm 6$$

أما $x + 1 \approx 6 \quad \Rightarrow \quad x \approx 6 - 1 \approx 5cm$ عرض المستطيل

أو $x + 1 \approx -6 \quad \Rightarrow \quad x \approx -6 - 1 = -7$ يهمل

$x + 2 = 5 + 2 = 7\ cm$ طول المستطيل

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

1 $x^2 + 12x + 36 = 0$

الحل :

$$(x+6)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -6$$

---

2 $y^2 - 10y + 25 = 0$

الحل :

$$(y-5)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 5$$

3 $4x^2 - 4x + 1 = 0$

الحل :

$$(2x-1)^2 = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

4 $y^2 + 2\sqrt{7}\,y + 7 = 0$

الحل :

$$\left(y+\sqrt{7}\right)^2 = 0 \Rightarrow y + \sqrt{7} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{7}$$

5 $9x^2 - 24x + 16 = 0$

الحل :

$$(3x-4)^2 = 0 \Rightarrow 3x - 4 = 0 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

6 $1 - 2y + y^2 = 0$

الحل :

$$(1-y)^2 = 0 \Rightarrow 1 - y = 0 \Rightarrow y = 1$$

7 $x^2 + 16x = -64$

الحل :

$$x^2 + 16x + 64 = 0 \Rightarrow (x+8)^2 = 0 \Rightarrow x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$$

8 $2y^2 + 25 = 10\sqrt{2}\,y$

الحل :

$$2y^2 - 10\sqrt{2}\,y + 25 = 0 \Rightarrow \left(\sqrt{2}\,y - 5\right)^2 = 0$$

$$\sqrt{2}\,y - 5 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}\,y = 5 \Rightarrow y = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

9 $\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0$

الحل :

$$\left(\frac{1}{4} - x\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} - x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$$

---

10 $4y^2 - \frac{12}{5}y + \frac{9}{25} = 0$

الحل :

$$\left(2y - \frac{3}{5}\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2y - \frac{3}{5} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2y = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3}{10}$$

حل المعادلات التالية في R بأكمال المربع :

11 $x^2 - 10x - 24 = 0$

الحل :

$$x^2 - 10x = 24$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 10\right)^2 = (5)^2 = 25$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - 10x + 25 = 24 + 25 \quad \Rightarrow \quad (x-5)^2 = 49$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x - 5 = \pm 7$$

أما $x - 5 = 7 \quad \Rightarrow \quad x = 7 + 5 = 12$

أو $x - 5 = -7 \quad \Rightarrow \quad x = -7 + 5 = -2 \quad \Rightarrow \quad S = \{12, -5\}$

---

12 $y^2 - 3 = 2y$

الحل :

$$y^2 - 2y = 3$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 2y + 1 = 3 + 1 \quad \Rightarrow \quad (y-1)^2 = 4$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 1 = \pm 2$

أما $y - 1 = 2 \quad \Rightarrow \quad y = 2 + 1 = 3$

أو $y - 1 = -2 \quad \Rightarrow \quad y = -2 + 1 = -1 \quad \Rightarrow \quad S = \{3, -1\}$

---

13 $\mathbf{x^2 + 10x = 10}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 10\right)^2 = (5)^2 = 25$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 + 10x + 25 = 10 + 25 \quad \Rightarrow \quad (x+5)^2 = 35$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x + 5 = \pm\sqrt{35}$

أما $x + 5 = \sqrt{35} \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{35} - 5$

أو $x + 5 = -\sqrt{35} \quad \Rightarrow \quad x = -\sqrt{35} - 5 \quad \Rightarrow \quad S = \{\sqrt{35} - 5, -\sqrt{35} - 5\}$

---

14 $\mathbf{y^2 = y + 1}$

الحل :

$y^2 - y = 1$

$\left(\frac{1}{2} \times 1\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - y + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - \frac{1}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

أما $y - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

أو $y - \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{5}}{2} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{\frac{\sqrt{5}+1}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$



15 $4x^2 - 3x - 16 = 0$

الحل :

$4x^2 - 3x = 16 \;\} \div 4 \quad \Rightarrow \quad x^2 - \frac{3}{4}x = 4$

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = 4 + \frac{9}{64} \quad \Rightarrow \quad \left(x - \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{265}{64}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - \frac{3}{8} = \pm\frac{\sqrt{265}}{8}$

أما $x - \frac{3}{8} = \frac{\sqrt{265}}{8} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\sqrt{265}}{8} + \frac{3}{8} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\sqrt{265}+3}{8}$

أو $x - \frac{3}{8} = -\frac{\sqrt{265}}{8} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{8} - \frac{\sqrt{265}}{8} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3-\sqrt{265}}{8}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{265}+3}{8}, \frac{3-\sqrt{265}}{8}\right\}$

---

16 $3y^2 + 2y = 1$

الحل :

$3y^2 + 2y = 1 \;\} \div 3 \quad \Rightarrow \quad y^2 + \frac{2}{3}y = \frac{1}{3}$

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - \frac{2}{3}y + \frac{1}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \quad \Rightarrow \quad \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{3+1}{9}$

$\left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - \frac{1}{3} = \pm\frac{2}{3}$

أما $y-\frac{1}{3}=\frac{2}{3} \Rightarrow y=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$

أو $y-\frac{1}{3}=-\frac{2}{3} \Rightarrow y=\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=-\frac{1}{3} \Rightarrow S=\left\{1,-\frac{1}{3}\right\}$

17 $\mathbf{x^2-\frac{6}{5}x=\frac{1}{5}}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{6}{5}\right)^2=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2-\frac{6}{5}x+\frac{9}{25}=\frac{1}{5}+\frac{9}{25} \Rightarrow \left(x-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{5+9}{25}$

$\left(x-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{14}{25}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x-\frac{3}{5}=\pm\frac{\sqrt{14}}{5}$

أما $x-\frac{3}{5}=\frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{14}}{5}+\frac{3}{5} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{14}+3}{5}$

أو $x-\frac{3}{5}=-\frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x=\frac{3}{5}-\frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x=\frac{3-\sqrt{14}}{5} \Rightarrow S=\left\{\frac{\sqrt{14}+3}{5},\frac{3-\sqrt{14}}{5}\right\}$

18 $\mathbf{5y^2+15y-30=0}$

الحل :

$5y^2+15y=30 \;\}\div 5 \Rightarrow y^2+3y=6$

$\left(\frac{1}{2}\times 3\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2+3y+\frac{9}{4}=6+\frac{9}{4} \Rightarrow \left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{33}{4}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{33}}{2}$

أما $y+\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{33}}{2}-\frac{3}{2} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{33}-3}{2}$

أو $y+\frac{3}{2}=-\frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y=-\frac{\sqrt{33}}{2}-\frac{3}{2} \Rightarrow y=\frac{-\sqrt{33}-3}{2} \Rightarrow S=\left\{\frac{\sqrt{33}-3}{2}, \frac{-\sqrt{33}-3}{2}\right\}$

تدرب وحل التمرينات

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

19 $x^2+24x+144=0$

الحل :

$(x+12)^2=0 \Rightarrow x+12=0 \Rightarrow x=-12$

20 $y^2-20y+100=0$

الحل :

$(y-10)^2=0 \Rightarrow y-10=0 \Rightarrow y=10$

21 $36Z^2-24Z+4=0$

الحل :

$(6Z-2)^2=0 \Rightarrow 6Z-2=0 \Rightarrow 6Z=2 \Rightarrow Z=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

22 $y^2+4\sqrt{2}\,y+8=0$

الحل :

$(y+2\sqrt{2})^2=0 \Rightarrow y+2\sqrt{2}=0 \Rightarrow y=-2\sqrt{2}$

23 $25x^2-50x+25=0$

الحل :

$(5x-5)^2=0 \Rightarrow 5x-5=0 \Rightarrow 5x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{5}=1$

24 $7-2\sqrt{7}Z+Z^2=0$

الحل :

$$\left(\sqrt{7}-Z\right)^2=0 \quad\Longrightarrow\quad \sqrt{7}-Z=0 \quad\Longrightarrow\quad Z=\sqrt{7}$$

---

25 $3y^2+36-12\sqrt{3}\,y=0$

الحل :

$$3y^2-12\sqrt{3}\,y+36=0$$

$$\left(\sqrt{3}\,y-6\right)^2=0 \quad\Longrightarrow\quad \sqrt{3}\,y-6=0 \quad\Longrightarrow\quad \sqrt{3}\,y=6 \quad\Longrightarrow\quad y=\frac{6}{\sqrt{3}}$$

---

26 $\frac{1}{49}-\frac{2}{7}y+y^2=0$

الحل :

$$\left(\frac{1}{7}-y\right)^2=0 \quad\Longrightarrow\quad \frac{1}{7}-y=0 \quad\Longrightarrow\quad y=\frac{1}{7}$$

---

27 $9Z^2-10Z+\frac{25}{9}=0$

الحل :

$$\left(3Z-\frac{5}{3}\right)^2=0 \quad\Longrightarrow\quad 3Z-\frac{5}{3}=0 \quad\Longrightarrow\quad 3Z=\frac{5}{3} \quad\Longrightarrow\quad Z=\frac{5}{9}$$

حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع :

28 $x^2-16x=-15$

الحل :

$$\left(\frac{1}{2}\times 16\right)^2=(8)^2=64$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2-16x+64=-15+64 \quad\Longrightarrow\quad (x-8)^2=49$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x-8=\pm 7$$

أما $x-8=7 \implies x=7+8=15$

أو $x-8=-7 \implies x=-7+8=1 \implies S=\{15,1\}$

29 $\mathbf{y^2+2\sqrt{3}\,y=3}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\right)^2=(\sqrt{3})^2=3$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2+2\sqrt{3}\,y+3=3+3 \implies (y+\sqrt{3})^2=6$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y+\sqrt{3}=\pm\sqrt{6}$

أما $y+\sqrt{3}=\sqrt{6} \implies y=\sqrt{6}-\sqrt{3}$

أو $y+\sqrt{3}=-\sqrt{6} \implies y=-\sqrt{6}-\sqrt{3} \implies S=\{\sqrt{6}+\sqrt{3},-\sqrt{6}-\sqrt{3}\}$

30 $\mathbf{4Z^2-12Z-27=0}$

الحل :

$4Z^2-12Z=27 \;\}\div 4 \implies Z^2-3Z=\frac{27}{4}$

$\left(\frac{1}{2}\times 3\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2-3Z+\frac{9}{4}=\frac{27}{4}+\frac{9}{4} \implies \left(Z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{36}{4}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z-\frac{3}{2}=\pm\frac{6}{2}$

أما $Z-\frac{3}{2}=\frac{6}{2} \implies Z=\frac{6}{2}+\frac{3}{2} \implies Z=\frac{9}{2}$

أو $Z-\frac{3}{2}=-\frac{6}{2} \implies Z=\frac{3}{2}-\frac{6}{2} \implies Z=-\frac{3}{2} \implies S=\left\{\frac{9}{2},-\frac{3}{2}\right\}$

31 $x^2 - 2x = 0$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 2x + 1 = 1 \Rightarrow (x-1)^2 = 1$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 1 = \pm 1$

أما $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 + 1 = 2$

أو $x - 1 = -1 \Rightarrow x = -1 + 1 = 0 \Rightarrow S = \{2,0\}$

32 $y^2 - 8y = 24$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 8y + 16 = 24 + 16 \Rightarrow (y-4)^2 = 40$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 4 = \pm 2\sqrt{10}$

أما $y - 4 = 2\sqrt{10} \Rightarrow y = 2\sqrt{10} + 4$

أو $y - 4 = -2\sqrt{10} \Rightarrow y = 4 - 2\sqrt{10} \Rightarrow S = \{2\sqrt{10} + 4 , 4 - 2\sqrt{10}\}$

33 $Z^2 + 2\sqrt{2}\,Z = 1$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2 + 2\sqrt{2}\,Z + 2 = 1 + 2 \Rightarrow (Z + \sqrt{2})^2 = 3$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z + \sqrt{2} = \pm\sqrt{3}$

أما $Z+\sqrt{2}=\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad Z=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

أو $Z+\sqrt{2}=-\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad Z=-\sqrt{3}-\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad S=\{\sqrt{3}-\sqrt{2}\,,-\sqrt{3}-\sqrt{2}\}$

---

34 $\mathbf{x^2-\frac{2}{3}x=4}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=4+\frac{1}{9} \quad \Rightarrow \quad \left(x-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{37}{9}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x-\frac{1}{3}=\pm\frac{\sqrt{37}}{3}$

أما $x-\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{37}}{3} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{\sqrt{37}}{3}+\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{\sqrt{37}+1}{3}$

أو $x-\frac{1}{3}=\frac{-\sqrt{37}}{3} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{37}}{3} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{1-\sqrt{37}}{3} \quad \Rightarrow \quad S=\left\{\frac{\sqrt{37}+1}{3},\frac{1-\sqrt{37}}{3}\right\}$

---

35 $\mathbf{8y^2+16y-64=0}$

الحل :

$8y^2+16y=64 \ \}\div 8 \quad \Rightarrow \quad y^2+2y=8$

$\left(\frac{1}{2}\times 2\right)^2=(1)^2=1$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2+2y+1=8+1 \quad \Rightarrow \quad (y+1)^2=9$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y+1=\pm 3$

أما $y+1=3 \quad \Rightarrow \quad y=3-1=2$

أو $y+1=-3 \quad \Rightarrow \quad y=-3-1=-4 \quad \Rightarrow \quad S=\{2,-4\}$

36 $Z^2 - \frac{1}{3}Z = \frac{1}{6}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2 - \frac{1}{3}Z + \frac{1}{36} = \frac{1}{6} + \frac{1}{36} \Rightarrow \left(Z - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{6+1}{36}$

$\left(Z - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{7}{36}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z - \frac{1}{6} = \pm\frac{\sqrt{7}}{6}$

أما $Z - \frac{1}{6} = \frac{\sqrt{7}}{6} \Rightarrow Z = \frac{\sqrt{7}}{6} + \frac{1}{6} \Rightarrow Z = \frac{\sqrt{7}+1}{6}$

أو $Z - \frac{1}{6} = -\frac{\sqrt{7}}{6} \Rightarrow Z = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{7}}{6} \Rightarrow Z = \frac{1-\sqrt{7}}{6} \Rightarrow S = \left\{\frac{\sqrt{7}+1}{6}, \frac{1-\sqrt{7}}{6}\right\}$

حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :

37 $x^2 - 6x = 15$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 6\right)^2 = (3)^2 = 9$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 6x + 9 = 15 + 9 \Rightarrow (x-3)^2 = 24$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 3 \approx \pm 5$

أما $x - 3 \approx 5 \Rightarrow x =\approx 5 + 3 \approx 8$

أو $x - 3 \approx -5 \Rightarrow x \approx -5 + 3 \approx -2 \qquad \approx S = \{8, -2\}$

38 $y(2y + 28) = 28$

الحل :

$2y^2 + 28y = 28 \ \} \div 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 + 14y = 14$

$\left(\frac{1}{2} \times 14\right)^2 = (7)^2 = 49$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 + 14y + 49 = 14 + 49 \quad \Rightarrow \quad (y + 7)^2 = 63$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y + 7 = \pm 8$

أما $y + 7 = 8 \quad \Rightarrow \quad y = 8 - 7 = 1$

أو $y + 7 = -8 \quad \Rightarrow \quad y = -8 - 7 = -15 \quad \Rightarrow \quad S = \{1, -15\}$

---

39 $Z^2 + 10Z + 10 = 0$

الحل :

$Z^2 + 10Z = -10$

$\left(\frac{1}{2} \times 10\right)^2 = (5)^2 = 25$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2 + 10Z + 25 = -10 + 25 \quad \Rightarrow \quad (Z + 5)^2 = 15$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z + 5 \approx \pm 4$

أما $Z + 5 \approx 4 \quad \Rightarrow \quad Z \approx 4 - 5 \approx -1$

أو $Z + 5 \approx -4 \quad \Rightarrow \quad Z \approx -4 - 5 \approx -9 \quad \Rightarrow \quad S = \{-1, -9\}$

تدرب وحل مسائل حياتية

40 **مدينة بابل :** **مدينة بابل هي مدينة عراقية كانت تقع على نهر الفرات وكانت عاصمة البابليين أيم حكم حمورابي سنة $(1792 - 1750)$ قبل الميلاد . اذا كانت المعادلة $x^2 - 28x + 196 = 0$ تمثل مساحة أحدى القاعات المربعة الشكل اذ x يمثل طول ضلع القاعة . جد طول ضلع القاعة ؟**

الحل :

$x^2 - 28x + 196 = 0 \quad \Longrightarrow \quad (x-14)^2 = 0$

$x - 14 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 14$ طول ضلع القاعة

---

41 **دب الباندا :** **المساحة المخصصة لدب الباندا في حديقة الحيوانات مستطيلة الشكل 126 مترا وعرضها يقل بمقدار 8 متر عن طولها . جد أبعاد المنطقة المخصصة للدب بالتقريب لأقرب عدد صحيح .**

الحل : نفرض الطول x ، العرض $x - 8$

المساحة = الطول × العرض

$x(x-8) = 126 \quad \Longrightarrow \quad x^2 - 8x = 126$

$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 8x + 16 = 126 + 16 \quad \Longrightarrow \quad (x-4)^2 = 142$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 4 \approx \pm 12$

أما $x - 4 \approx 12 \quad \Longrightarrow \quad x \approx 12 + 4 \approx 16$ الطول

أو $x - 4 \approx -12 \quad \Longrightarrow \quad x \approx -12 + 4 \approx -8$ يهمل

$x - 8 = 16 - 8 = 8$ العرض

---

42 **حيتان :** **تجنح بعض المجموعات من الحيتان الى الشاطئ ولا يوجد تفسير علمي لهذه الظاهرة ويحاول حماة البيئة ارجاعها الى البحر . حل المعادلة $x^2 + 20x = 525$ بطريقة اكمال المربع لايجاد قيمة x التي تمثل عدد الحيتان التي جنحن الى أحد شواطئ استراليا .**

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times 20\right)^2 = (10)^2 = 100$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 + 20x + 100 = 525 + 100 \Rightarrow (x+10)^2 = 625$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

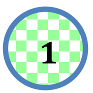
$x + 10 = \pm 25$

أما $x + 10 = 25 \Rightarrow x = 25 - 10 = 15$ عدد الحيتان

أو $x + 10 = -25 \Rightarrow x = -25 - 10 = -35$ يهمل

فكر

43 تحد : حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :



1 $4x(x-6) = 27$

الحل :

$4x^2 - 24x = 27 \ \} \div 4 \Rightarrow x^2 - 6x = \frac{27}{4}$

$\left(\frac{1}{2}\times 6\right)^2 = (3)^2 = 9$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 6x + 9 = \frac{27}{4} + 9 \Rightarrow (x-3)^2 = \frac{27+36}{4}$

$(x-3)^2 = \frac{63}{4}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 3 \approx \pm\frac{8}{4} \Rightarrow x - 3 \approx \pm 2$

أما $x - 3 \approx 2 \Rightarrow x \approx 2 + 3 \approx 5$

أو $x - 3 \approx -2 \Rightarrow x \approx -2 + 3 \approx 1 \Rightarrow S = \{5,1\}$

2 $6y^2 - 48y = 6$

الحل :

$6y^2 - 48y = 6 \ \} \div 6 \quad \Longrightarrow \quad y^2 - 8y = 1$

$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 8y + 16 = 1 + 16 \quad \Longrightarrow \quad (y-4)^2 = 17$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 4 \approx \pm 4$

أما $x - 4 \approx 4 \quad \Longrightarrow \quad x \approx 4 + 4 \approx 8$

أو $x - 4 \approx -4 \quad \Longrightarrow \quad x \approx -4 + 4 \approx 0 \quad \Longrightarrow \quad S = \{8,0\}$

43

---

3 $5Z(Z+4) - 80 = 0$

الحل :

$5Z^2 + 20Z = 80 \ \} \div 5 \quad \Longrightarrow \quad Z^2 + 4Z = 16$

$\left(\frac{1}{2} \times 4\right)^2 = (2)^2 = 4$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2 + 4Z + 4 = 16 + 4 \quad \Longrightarrow \quad (Z+2)^2 = 20$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z + 2 \approx \pm 4$

أما $Z + 2 \approx 4 \quad \Longrightarrow \quad Z \approx 4 - 2 \approx 2$

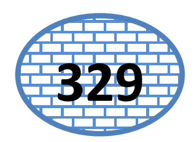
أو $Z + 2 \approx -4 \quad \Longrightarrow \quad Z \approx -4 - 2 \approx -6 \quad \Longrightarrow \quad S = \{2, -6\}$

---

44 **أصحح الخطأ : حلت سوسن المعادلة $4x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 3 = 0$ بطريقة اكمال المربع وكتبت مجموعة الحل للمعادلة بالشكل الآتي : $S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right\}$. اكتشف خطأ سوسن وصححه .**

الحل :

$4x^2 - 4\sqrt{3}\,x = -3 \ \} \div 4 \quad \Longrightarrow \quad x^2 - \sqrt{3}\,x = -\frac{3}{4}$



نضيف الى طرفي المعادلة $\left(\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $x^2 - \sqrt{3}\,x + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \Rightarrow \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$

$$x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

---

45 **حس عددي : هل أن مجموعة الحل للمعادلة $y^2 - 4y + 1 = 0$ تحتوي على قيمتين متساويتين بالمقدار أحدهما سالبة والأخرى موجبة ؟ وضح اجابتك .**

الحل : كلا تحتوي على قيمتين متساويتين ومتشابهتين بالأشارة

$$y^2 - 4y + 4 = 0 \Rightarrow (y-2)^2 = 0$$

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

اكتب **مجموعة الحل للمعادلة : $\frac{1}{81} - \frac{2}{9}Z + Z^2 = 0$**

الحل :

$$\left(\frac{1}{9} - Z\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{9} - Z = 0 \Rightarrow Z = \frac{1}{9}$$

مراجعة الفصل صفحة 93

تدريب 1 **حل المعادلة التالية في R بالمربع الكامل : $4x^2 - 28x + 49 = 0$**

الحل :

$$(2x-7)^2 = 0 \Rightarrow 2x - 7 = 0 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

تدريب 2 حل المعادلة بطريقة اكمال المربع : $x^2 - 12x = 28$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 12\right)^2 = (6)^2 = 36$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 12x + 36 = 28 + 36 \Rightarrow (x - 6)^2 = 64$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 6 = \pm 8$

أما $x - 6 = 8 \Rightarrow x = 8 + 6 = 14$

أو $x - 6 = -8 \Rightarrow x = -8 + 6 = -2 \Rightarrow S = \{14, -2\}$

اختبار الفصل صفحة 95

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

25 $x^2 - 16x + 64 = 0$

الحل :

$(x - 8)^2 = 0 \Rightarrow x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

26 $y^2 - 2\sqrt{5}\,y + 5 = 0$

الحل :

$\left(y - \sqrt{5}\right)^2 = 0 \Rightarrow y - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{5}$

27 $\frac{1}{9} - \frac{2}{3}Z + \frac{1}{4}Z^2 = 0$

الحل :

$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}Z\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2}Z = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}Z = \frac{1}{3} \Rightarrow 3Z = 2 \Rightarrow Z = \frac{2}{3}$

حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع :

28 $x^2 - 14x = 32$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 14\right)^2 = (7)^2 = 49$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 14x + 49 = 32 + 49 \implies (x-7)^2 = 81$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 7 = \pm 9$

أما $x - 7 = 9 \implies x = 9 + 7 = 16$

أو $x - 7 = -9 \implies x = -9 + 7 = -2 \implies S = \{16, -2\}$

---

29 $3y^2 - 12y = -3$

الحل :

$3y^2 - 12y = -3 \ \} \div 3 \implies y^2 - 4y = -1$

$\left(\frac{1}{2} \times 4\right)^2 = (2)^2 = 4$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 4y + 4 = -1 + 4 \implies (y-2)^2 = 3$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 2 = \pm\sqrt{3}$

أما $y - 2 = \sqrt{3} \implies y = \sqrt{3} + 2$

أو $y - 2 = -\sqrt{3} \implies y = 2 - \sqrt{3} \implies S = \{\sqrt{3} + 2, 2 - \sqrt{3}\}$

---

30 $5Z^2 + 6Z = 9$

الحل :

$5Z^2 + 6Z = 9 \ \} \div 5 \implies Z^2 + \frac{6}{5}Z = \frac{9}{5}$

$$\left(\frac{1}{2}\times\frac{6}{5}\right)^2=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$Z^2+\frac{6}{5}Z+\frac{9}{25}=\frac{9}{5}+\frac{9}{25}\quad\Rightarrow\quad\left(Z+\frac{3}{5}\right)^2=\frac{45+9}{25}$$

$$\left(Z+\frac{3}{5}\right)^2=\frac{54}{25}$$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$Z+\frac{3}{5}=\pm\frac{3\sqrt{6}}{5}$$

أما $Z+\frac{3}{5}=\frac{\sqrt{3}}{5}\quad\Rightarrow\quad Z=\frac{\sqrt{3}}{5}-\frac{3}{5}\quad\Rightarrow\quad Z=\frac{\sqrt{3}-3}{5}$

أو $Z+\frac{3}{5}=-\frac{\sqrt{3}}{5}\quad\Rightarrow\quad Z=\frac{-\sqrt{3}}{5}-\frac{3}{5}\quad\Rightarrow\quad Z=\frac{-\sqrt{3}-3}{5}\quad\Rightarrow\quad S=\left\{\frac{\sqrt{3}-3}{5},\frac{-\sqrt{3}-3}{5}\right\}$

الاختيار من متعدد صفحة 111

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

1 $x^2+6x+9=0$ a) $x=6$ **[b) $x=-3$]** c) $x=4$ d) $x=3$

الحل :

$(x+3)^2=0\quad\Rightarrow\quad x+3=0\quad\Rightarrow\quad x=-3$

---

2 $y^2-16y+64=0$ a) $y=-8$ b) $y=16$ c) $y=-16$ **[d) $y=8$]**

الحل :

$(y-8)^2=0\quad\Rightarrow\quad y-8=0\quad\Rightarrow\quad y=8$

3 $4Z^2 - 20Z + 25 = 0$ a) $Z = -\frac{5}{2}$ b) $Z = -\frac{2}{5}$ c) $Z = \frac{5}{2}$ d) $Z = \frac{2}{5}$

الحل :

$$(2Z - 5)^2 = 0 \implies 2Z - 5 = 0 \implies 2Z = 5 \implies Z = \frac{5}{2}$$

---

4 $\frac{1}{16} - \frac{1}{2} + x^2$ a) $x = \frac{1}{4}$ b) $x = -\frac{1}{4}$ c) $x = \frac{1}{2}$ d) $x = -\frac{1}{2}$

الحل :

$$\left(\frac{1}{4} - x\right)^2 = 0 \implies \frac{1}{4} - x = 0 \implies x = \frac{1}{4}$$

---

5 $9y^2 + 5y + \frac{25}{36} = 0$ a) $y = \frac{5}{6}$ b) $y = -\frac{5}{18}$ c) $y = \frac{5}{18}$ d) $y = -\frac{5}{6}$

الحل :

$$\left(3y + \frac{5}{6}\right)^2 = 0 \implies 3y + \frac{5}{6} = 0 \implies 3y = -\frac{5}{6} \implies y = -\frac{8}{18}$$

---

6 $y^2 - 2y + 3 = 0$ a) $y = -3$ b) $y = 3$ c) $y = -\sqrt{3}$ d) $y = \sqrt{3}$

الحل :

$$\left(y - \sqrt{3}\right)^2 = 0 \implies y - \sqrt{3} = 0 \implies y = \sqrt{3}$$

حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع :

7 $x^2 - 12x = 13$ a) $s = \{13, 1\}$ b) $s = \{13, -1\}$ c) $s = \{-13, 1\}$ d) $s = \{-13, -1\}$

الحل :

$$\left(\frac{1}{2} \times 12\right)^2 = (6)^2 = 36$$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$x^2 - 12x + 36 = 13 + 36 \implies (x - 6)^2 = 49$$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x - 6 = \pm 7$$

أما $x - 6 = 7 \implies x = 7 + 6 = 13$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

أو $x-6=-7 \Rightarrow x=-7+6=-1 \Rightarrow S=\{13,-1\}$

8 $4y^2-32y=17$ a) $s=\left\{\frac{1}{2},\frac{17}{2}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{-1}{2},\frac{2}{17}\right\}$ c) $s=\left\{\frac{1}{2},\frac{2}{17}\right\}$ **d)** $s=\left\{\frac{-1}{2},\frac{17}{2}\right\}$

الحل :

$4y^2-32y=17 \ \} \div 4 \Rightarrow y^2-8y=\frac{17}{4}$

$\left(\frac{1}{2}\times 8\right)^2=(4)^2=66$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2-8y+16=\frac{17}{4}+16 \Rightarrow (y-4)^2=\frac{17+64}{4}$

$(y-4)^2=\frac{81}{4}$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y-4=\pm\frac{9}{2}$

أما $y-4=\frac{9}{2} \Rightarrow y=\frac{9}{2}+4=\frac{9+8}{2}=\frac{17}{2}$

أو $y-4=-\frac{9}{2} \Rightarrow y=-\frac{9}{2}+4=\frac{-9+8}{2}=-\frac{1}{2} \Rightarrow S=\left\{-\frac{1}{2},\frac{17}{2}\right\}$

9 $16Z^2-40Z-11=0$ a) $s=\left\{\frac{11}{4},\frac{1}{4}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{-11}{4},\frac{-1}{4}\right\}$ **c)** $s=\left\{\frac{11}{4},\frac{-1}{4}\right\}$ d) $s=\left\{\frac{-11}{4},\frac{1}{4}\right\}$

الحل :

$16Z^2-40Z=11 \ \} \div 16 \Rightarrow Z^2-\frac{5}{2}Z=\frac{11}{16}$

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{16}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2-\frac{5}{2}Z+\frac{25}{16}=\frac{11}{16}+\frac{25}{16} \Rightarrow \left(Z-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{36}{16}$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z-\frac{5}{4}=\pm\frac{6}{4}$

أما $Z-\frac{5}{4}=\frac{6}{4} \Rightarrow Z=\frac{6}{4}+\frac{5}{4}=\frac{11}{4}$

أو $Z-\frac{5}{4}=-\frac{6}{4} \Rightarrow Z=\frac{5}{4}-\frac{6}{4}=-\frac{1}{4} \Rightarrow S=\left\{\frac{11}{4},-\frac{1}{4}\right\}$

---

10 $x^2-\frac{2}{7}x=\frac{9}{7}$ a) $s=\left\{1,\frac{9}{7}\right\}$ b) $s=\left\{-1,\frac{9}{7}\right\}$ c) $s=\left\{1,-\frac{9}{7}\right\}$ d) $s=\left\{-1,-\frac{9}{7}\right\}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{7}\right)^2=\left(\frac{1}{7}\right)^2=\frac{1}{49}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2-\frac{2}{7}x+\frac{1}{49}=\frac{9}{7}+\frac{1}{49} \Rightarrow \left(x-\frac{1}{7}\right)^2=\frac{63+1}{49}$

$\left(x-\frac{1}{7}\right)^2=\frac{64}{49}$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x-\frac{1}{7}=\pm\frac{8}{7}$

أما $x-\frac{1}{7}=\frac{8}{7} \Rightarrow x=\frac{8}{7}+\frac{1}{7}=\frac{9}{7}$

أو $x-\frac{1}{7}=-\frac{8}{7} \Rightarrow x=\frac{1}{7}-\frac{8}{7}=\frac{-7}{7}=-1 \Rightarrow S=\left\{-1,\frac{9}{7}\right\}$

---

11 $y^2-\frac{1}{3}y=\frac{2}{9}$ a) $s=\left\{\frac{3}{2},\frac{1}{3}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{-3}{2},\frac{1}{3}\right\}$ c) $s=\left\{\frac{2}{3},\frac{-1}{3}\right\}$ d) $s=\left\{\frac{-2}{3},\frac{1}{3}\right\}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2-\frac{1}{3}y+\frac{1}{36}=\frac{2}{9}+\frac{1}{36} \Rightarrow \left(y-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{8+1}{36}$

$\left(y-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{9}{36}$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y-\frac{1}{6}=\pm\frac{3}{6}$

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين 07703153998

أما $y-\frac{1}{6}=\frac{3}{6} \Rightarrow y=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

أو $y-\frac{1}{6}=-\frac{3}{6} \Rightarrow y=\frac{1}{6}-\frac{3}{6}=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3} \Rightarrow S=\left\{\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right\}$

---

12 $Z^2+2\sqrt{5}\,Z=4$ a) $s=\{3+\sqrt{5},3-\sqrt{5}\}$ b) $s=\{\sqrt{5}-3,3-\sqrt{5}\}$

c) $s=\{3-\sqrt{5},-3-\sqrt{5}\}$ d) $s=\{\sqrt{5}+3,\sqrt{5}-3\}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\right)^2=(\sqrt{5})^2=5$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2+2\sqrt{5}\,Z+5=4+5 \Rightarrow (Z+\sqrt{5})^2=9$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z+\sqrt{5}=\pm 3$

أما $Z+\sqrt{5}=3 \Rightarrow Z=3-\sqrt{5}$

أو $Z+\sqrt{5}=-3 \Rightarrow Z=-3-\sqrt{5} \Rightarrow S=\{3-\sqrt{5},-3-\sqrt{5}\}$

حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :

13 $x^2-8x=8$ a) $s\approx\{9,1\}$ b) $s\approx\{9,-1\}$ c) $s\approx\{-9,1\}$ d) $s\approx\{-9,-1\}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2}\times 8\right)^2=(4)^2=16$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2-8x+16=8+16 \Rightarrow (x-4)^2=24$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x-4\approx\pm 5$

أما $x-4\approx 5 \Rightarrow x\approx 5+4\approx 9$

أو $x-4\approx -5 \Rightarrow x\approx -5+4\approx -1 \Rightarrow S\approx\{9,-1\}$

14 $y^2 - 18y + 31 = 0$ a) $s \approx \{16, 2\}$ b) $s \approx \{-16, -2\}$ c) $s \approx \{-16, 2\}$ d) $s \approx \{16, -2\}$

الحل :

$y^2 - 18y = -31$

$\left(\frac{1}{2} \times 18\right)^2 = (9)^2 = 81$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 18y + 81 = -31 + 81 \implies (y-9)^2 = 50$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 9 \approx \pm 7$

أما $y - 9 \approx 7 \implies y \approx 7 + 9 \approx 16$

أو $y - 9 \approx -7 \implies y \approx -7 + 9 \approx 2 \implies S \approx \{16,2\}$

حل المعادلات بالقانون العام (الدستور)

يمكن حل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0 \quad , \quad a \neq 0$ باستخدام القانون العام :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

لحل المعادلة بالقانون العام وذلك لإيجاد الجذور الحقيقية للمعادلة التربيعية كما يأتي :

1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة العامة (القياسية) : $ax^2 + bx + c = 0$

2) نكتب قيم المعاملات : a معامل x^2 , b معامل x مع اشارته , c الحد المطلق مع اشارته .

3) نعوض بالقانون العام لإيجاد قيمتي المتغير .

مثال جد مجموعة حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام في R : $x^2 - 3x - 5 = 0$

الحل :

$a = 1 \ , \ b = -3 \ , \ c = -5$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 20}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

أما $x = \frac{3+\sqrt{29}}{2}$

أو $x = \frac{3-\sqrt{29}}{2} \Rightarrow S = \left\{\frac{3+\sqrt{29}}{2}, \frac{3-\sqrt{29}}{2}\right\}$

مثال جد مجموعة حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام في R : $x^2 - 5x - 7 = 0$

الحل :

$a = 1 \ , \ b = -5 \ , \ c = -7$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-7)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 28}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$$

أما $x = \frac{5+\sqrt{53}}{2}$

أو $x = \frac{5-\sqrt{53}}{2} \Rightarrow S = \left\{\frac{5+\sqrt{53}}{2}, \frac{5-\sqrt{53}}{2}\right\}$

المقدار المميز $(\Delta= b^2 - 4ac)$

يمكن معرفة نوع جذري المعادلة التربيعية : $ax^2 + bx + c = 0$ *باستعمال المميز كالآتي :*

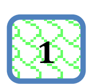
1) اذا كان المميز موجب ومربع كامل يكون نوع الجذران حقيقيان نسبيان .

2) اذا كان المميز موجب وليس مربعا كاملا يكون نوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

3) اذا كان المميز يساوي صفر يكون نوع الجذران حقيقيان متساويان $\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

4) اذا كان المميز سالب يكون نوع الجذران غير حقيقيين (ليس لها حل في R)

مثال **حدد جذري المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا :**



1 $2x^2 + 3x - 2 = 0$

الحل :

$a = 2 \quad , \quad b = 3 \quad , \quad c = -2$

$\Delta= b^2 - 4ac$

$\Delta= (3)^2 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

أما $x = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

أو $x = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$

---

2 $y^2 - 4y - 9 = 0$

الحل :

$a = 1, \quad b = -4 \quad , \quad c = -9$

$\Delta= b^2 - 4ac$

$\Delta= (-4)^2 - 4(1)(-9) = 16 + 36 = 52$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين.

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{52}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2}$$

أما $y = \frac{4+\sqrt{52}}{2}$

أو $y = \frac{4-\sqrt{52}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{4+\sqrt{52}}{2}, \frac{4-\sqrt{52}}{2}\right\}$

---

3 $\mathbf{Z^2 + 8Z = -16}$

الحل :

$$Z^2 + 8Z + 16 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1, \; b = 8 \;, \; c = 16$$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران حقيقيان متساويان (لها جذر حقيقي واحد)

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{-8}{2} = -4$$


4 $\mathbf{x^2 - 2x + 10 = 0}$

الحل :

$a = 1, \; b = -2 \;, \; c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(10) = 4 - 40 = -36$

مقدار المميز سالب لذلك المعادلة ليس لها حل في R .

5 $3x^2 + 5x - 2 = 0$

الحل :

$a = 3 , \quad b = 5 \quad , \quad c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (5)^2 - 4(3)(-2) = 25 + 24 = 49$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2(3)} = \frac{-5 \pm 7}{6}$$

أما $x = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

أو $x = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2 \quad \Rightarrow \quad S = \left\{-2, \frac{1}{3}\right\}$

مثال **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $= 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k+1) \quad , \quad c = 4$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+1)]^2 = -4(1)(4) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k+1)^2 - 16 = 0$

$(k+1)^2 = 16$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 1 = \pm 4$

أما $k + 1 = 4 \quad \Rightarrow \quad k = 4 - 1 = 3$

أو $k + 1 = -4 \quad \Rightarrow \quad k = -4 - 1 = -5$

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 3 \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0$

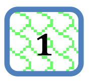
$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$

$k=-5 \quad \Rightarrow \quad x^2-(k+1)x+4=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+4x+4=0 \quad \Rightarrow \quad (x+2)^2=0$

$x+2=0 \quad \Rightarrow \quad x=-2$

تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام في R :


1 $\mathbf{x^2-4x-5=0}$

الحل :

$a=1 \ , \ b=-4 \ , \ c=-5$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(1)(-5)}}{2(1)}=\frac{4\pm\sqrt{16+20}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{4\pm6}{2}$$

أما $x=\frac{4+6}{2}=\frac{10}{2}=5$

أو $x=\frac{4-6}{2}=\frac{-2}{2}=-1 \quad \Rightarrow \quad S=\{5,-1\}$


2 $\mathbf{y^2+5y-1=0}$

الحل :

$a=1 \ , \ b=5 \ , \ c=-1$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$y=\frac{-5\pm\sqrt{(5)^2-4(1)(-1)}}{2(1)}=\frac{-5\pm\sqrt{25+4}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{29}}{2}$$

أما $y=\frac{-5+\sqrt{29}}{2}$ أو $y=\frac{-5-\sqrt{29}}{2} \quad \Rightarrow \quad S=\left\{\frac{-5+\sqrt{29}}{2},\frac{-5-\sqrt{29}}{2}\right\}$

3 $3x^2 - 9x = -2$

الحل :

$3x^2 - 9x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 3 \;,\; b = -9 \;,\; c = 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 24}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{6}$$

أما $x = \frac{9+\sqrt{57}}{6}$

أو $x = \frac{9-\sqrt{57}}{6} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{\frac{9+\sqrt{57}}{6}, \frac{9-\sqrt{57}}{6}\right\}$



4 $4y^2 + 8y = 6$

الحل :

$4y^2 + 8y - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 4 \;,\; b = 8, \; c = -6$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4(4)(-6)}}{2(4)} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 96}}{8} = \frac{-8 \pm \sqrt{160}}{8} = \frac{-8 \pm 4\sqrt{10}}{8}$$

$$y = \frac{4(-2 \pm \sqrt{10})}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

أما $y = \frac{-2+\sqrt{10}}{2}$

أو $y = \frac{-2-\sqrt{10}}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{\frac{-2+\sqrt{10}}{2}, \frac{-2-\sqrt{10}}{2}\right\}$

5 $\mathbf{4x^2 - 12x + 9 = 0}$

الحل :

$a = 4 \ , \ b = -12 \ , \ c = 9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(4)(-12)}}{2(4)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 192}}{8} = \frac{12 \pm \sqrt{336}}{8} = \frac{12 \pm 4\sqrt{21}}{8}$$

$$x = \frac{4(3 \pm \sqrt{21})}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

أما $x = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$

أو $x = \frac{3-\sqrt{21}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{3+\sqrt{21}}{2}, \frac{3-\sqrt{21}}{2}\right\}$



6 $\mathbf{2y^2 - 3 = -5y}$

الحل :

$2y^2 + 5y - 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 2 \ , \ b = 5, \ c = -3$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

أما $y = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

أو $y = \frac{-5-7}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{1}{2}, -3\right\}$

حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا :



7 $\mathbf{2x^2 + 3x = 5}$

الحل :

$2x^2 + 3x - 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 2 , \; b = 3 \; , \; c = -5$

$\Delta = b^2 - 4ac$

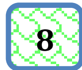
$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

أما $x = \frac{-3+7}{4} = \frac{4}{4} = 1$

أو $x = \frac{-3-7}{4} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{1 , -\frac{5}{2}\right\}$



8 $\mathbf{y^2 - 8y - 12 = 0}$

الحل :

$a = 1 , \; b = -8, \; c = -12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(-12) = 64 + 48 = 112$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{112}}{2(1)} = \frac{8 \pm 4\sqrt{7}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{7}$$

أما $y = 4 + 2\sqrt{7}$

أو $y = 4 - 2\sqrt{7} \quad \Longrightarrow \quad S = \{4 + 2\sqrt{7} \; , \; 4 - 2\sqrt{7}\}$

9 $\mathbf{3x^2 - 7x + 6 = 0}$

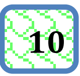
الحل :

$a = 3 \ , \ b = -7 \ , \ c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-7)^2 - 4(3)(6) = 49 - 72 = -23$

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R



10 $\mathbf{y^2 - 2y + 1 = 0}$

الحل :

$a = 1 \ , \ b = -2, \ c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان ولها جذر حقيقي واحد .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$$



11 $\mathbf{7x^2 + 4x = 2}$

الحل :

$7x^2 + 4x - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 7 \ , \ b = 4, \ c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (4)^2 - 4(7)(-2) = 16 + 56 = 72$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{72}}{2(7)} = \frac{-4 \pm 6\sqrt{2}}{14} = \frac{2(-2 \pm 3\sqrt{2})}{14} = \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{7}$$

أما $x = \frac{-2+\sqrt{3}}{7}$

أو $x = \frac{-2-\sqrt{3}}{7} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{-2+\sqrt{3}}{7}, \frac{-2-\sqrt{3}}{7}\right\}$

---

12 $\boldsymbol{y^2 + 12 = -9y}$

الحل :

$y^2 + 9y + 12 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1 \ , \ b = 9 \ , \ c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac =$

$\Delta = (9)^2 - 4(1)(12) = 81 - 48 = 33$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2(1)} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2}$$

أما $y = \frac{-9+\sqrt{33}}{2}$

أو $y = \frac{-9-\sqrt{33}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{-9+\sqrt{33}}{2}, \frac{-9-\sqrt{33}}{2}\right\}$

---

13 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+2)x + 36 = 0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$a = 1 \quad , \quad b = -(k+2) \quad , \quad c = 36$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+2)]^2 = -4(1)(36) = 0 \quad \Longrightarrow \quad (k+2)^2 - 144 = 0$

$(k+2)^2 = 144$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 2 = \pm 12$

أما $k + 2 = 12 \quad \Longrightarrow \quad k = 12 - 2 = 10$

أو $k+2=-12 \quad \Longrightarrow \quad k=-12-2=-14$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k=12 \quad \Longrightarrow \quad x^2-(k+2)x+36=0 \quad \Longrightarrow \quad x^2-12x+36=0 \quad \Longrightarrow \quad (x-6)^2=0$

$x-6=0 \quad \Longrightarrow \quad x=6$

$k=-14 \quad \Longrightarrow \quad x^2-(k+2)x+36=0 \quad \Longrightarrow \quad x^2+12x+36=0 \quad \Longrightarrow \quad (x+6)^2=0$

$x+6=0 \quad \Longrightarrow \quad x=-6$

---

14 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2+25=(k-5)y$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$4y^2-(k-5)y+25=0 \quad \Longrightarrow \quad a=4 \quad , \quad b=-(k-5) \quad , \quad c=25$

$b^2-4ac=0$

$[-(k-5)]^2=-4(4)(25)=0 \quad \Longrightarrow \quad (k-5)^2-400=0$

$(k-5)^2=400$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k-5=\pm 20$

أما $k-5=20 \quad \Longrightarrow \quad k=20+5=25$

أو $k-5=-20 \quad \Longrightarrow \quad k=-20+5=-15$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k=25 \quad \Longrightarrow \quad y^2-(k-5)y+25=0 \quad \Longrightarrow \quad y^2-20y+25=0 \quad \Longrightarrow \quad (y-5)^2=0$

$y-5=0 \quad \Longrightarrow \quad y=5$

$k=-15 \quad \Longrightarrow \quad y^2-(k-5)y+25=0 \quad \Longrightarrow \quad y^2+20y+25=0 \quad \Longrightarrow \quad (y+5)^2=0$

$y+5=0 \quad \Longrightarrow \quad y=-5$

15 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $Z^2 + 16 = (k+4)Z$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$Z^2 - (k+4)Z + 16 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1 \quad , \ b = -(k+4) \quad , \ c = 16$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+4)]^2 = -4(1)(16) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k+4)^2 - 64 = 0$

$(k+4)^2 = 64$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 4 = \pm 8$

أما $k + 4 = 8 \quad \Rightarrow \quad k = 8 - 4 = 4$

أو $k + 4 = -8 \quad \Rightarrow \quad k = -8 - 4 = -12$

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 4 \ \Rightarrow \ Z^2 - (k+4)Z + 16 = 0 \ \Rightarrow \ Z^2 - 8Z + 16 = 0 \ \Rightarrow \ (Z-4)^2 = 0$

$Z - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = 4$

$k = -12 \ \Rightarrow \ Z^2 - (k+4)Z + 16 = 0 \ \Rightarrow \ Z^2 + 8y + 16 = 0 \ \Rightarrow \ (Z+4)^2 = 0$

$Z + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = -8$



بين أن المعادلة $Z^2 - 6Z + 28 = 0$ ليس لها حل في R

الحل :

$a = 1 \ , \ b = -6 \ , \ c = 28$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(28) = 36 - 112 = -76$

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة حل المعادلات التالية باستعمال القانون في R



17 $x^2 - 7x - 14 = 0$

الحل :

$a = 1 , \ b = -7 \ , \ c = -14$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(-14)}}{2(1)} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 56}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{105}}{2}$$

أما $x = \frac{7+\sqrt{105}}{2}$

أو $x = \frac{7-\sqrt{105}}{2} \implies S = \left\{\frac{7+\sqrt{105}}{2}, \frac{7-\sqrt{105}}{2}\right\}$

---

18 $y^2 + 3y - 9 = 0$

الحل :

$a = 1 , \ b = 3 \ , \ c = -9$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 36}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$y = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

أما $y = \frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$

أو $y = \frac{-3-\sqrt{5}}{2} \implies S = \left\{\frac{-3+\sqrt{5}}{2}, \frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right\}$

19 $5x^2 - 8x = -2$

الحل :

$5x^2 - 8x + 2 = 0 \implies a = 5,\ b = -8\ ,\ c = 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(5)(2)}}{2(5)} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 40}}{10} = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{10}$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{10} = \frac{2(4 \pm \sqrt{6})}{10} = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{5}$$

أما $x = \frac{4+\sqrt{6}}{5}$

أو $x = \frac{4-\sqrt{6}}{5} \implies S = \left\{\frac{4+\sqrt{6}}{5}, \frac{4-\sqrt{6}}{5}\right\}$

---

20 $6y^2 + 8y = 1$

الحل :

$6y^2 + 8y - 1 = 0 \implies a = 6,\ b = 8\ ,\ c = -1$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4(6)(-1)}}{2(6)} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 24}}{12} = \frac{-8 \pm \sqrt{88}}{12}$$

$$y = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{12} = \frac{2(-4 \pm \sqrt{21})}{12} = \frac{-4 \pm \sqrt{21}}{6}$$

أما $y = \frac{-4+\sqrt{21}}{6}$

أو $y = \frac{-4-\sqrt{21}}{6} \implies S = \left\{\frac{-4+\sqrt{21}}{6}, \frac{-4-\sqrt{21}}{6}\right\}$

---

21 $9x^2 - 8(3x + 2) = 0$

الحل :

$9x^2 - 24x - 16 = 0 \implies a = 9,\ b = -24\ ,\ c = -16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4(9)(-16)}}{2(9)} = \frac{24 \pm \sqrt{576 + 576}}{18}$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{1152}}{18} = \frac{24 \pm 24\sqrt{2}}{18} = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{3}$$

أما $x = \frac{4+4\sqrt{2}}{3}$

أو $x = \frac{4-4\sqrt{2}}{3} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{4+4\sqrt{2}}{3}, \frac{4-4\sqrt{2}}{3}\right\}$

---

22 $\mathbf{2y^2 - 2 = -10y}$

الحل :

$2y^2 + 10y - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 2, \; b = 10, \; c = -2$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 16}}{4} = \frac{-10 \pm \sqrt{116}}{4}$$

$$y = \frac{-10 \pm 2\sqrt{29}}{4} = \frac{2(-5 \pm \sqrt{29})}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

أما $y = \frac{-5+\sqrt{29}}{2}$

أو $y = \frac{-5-\sqrt{29}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{-5+\sqrt{29}}{2}, \frac{-5-\sqrt{29}}{2}\right\}$

حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا :



$\mathbf{x^2 + 4x = 5}$

الحل :

$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1, \; b = 4, \; c = -5$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (4)^2 - 4(1)(-5) = 16 + 20 = 36$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

أما $x = \frac{-4+6}{2} = \frac{2}{2} = 1$

أو $x = \frac{-4-6}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \quad \Longrightarrow \quad S = \{1, -5\}$



24 $y^2 - 2y - 10 = 0$

الحل :

$a = 1 \;,\; b = -2 \;,\; c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

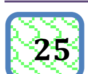
$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-10) = 4 + 40 = 44$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{44}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{44}}{2}$$

أما $y = \frac{2+\sqrt{44}}{2}$

أو $y = \frac{2-\sqrt{44}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{2+\sqrt{44}}{2}, \frac{2-\sqrt{44}}{2}\right\}$



25 $2x^2 - 5x + 7 = 0$

الحل :

$a = 2 \;,\; b = -5 \;,\; c = 7$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(7) = 25 - 56 = -31$

مقدار المميز سالب ليس لها حل في R ونوع الجذران غير حقيقيين .

26 $y^2 - 14y + 49 = 0$

الحل :

$a = 1\ ,\ b = -14\ ,\ c = 49$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-14)^2 - 4(1)(49) = 196 - 196 = 0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان (لهل جذر حقيقي واحد)

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{14}{2} = 7$$

---

27 $9x^2 + 6x = 2$

الحل :

$9x^2 + 6x - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 9\ ,\ b = 6\ ,\ c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (6)^2 - 4(9)(-2) = 36 + 72 = 98$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{98}}{2(9)} = \frac{-6 \pm 7\sqrt{2}}{18}$$

أما $x = \frac{-6+7\sqrt{2}}{18}$

أو $x = \frac{-6-7\sqrt{2}}{18} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{-6+7\sqrt{2}}{18}, \frac{-6-7\sqrt{2}}{18}\right\}$

28 $y^2 + 12 = -8y$

الحل :

$y^2 + 8y + 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1 \;,\; b = 8 \;,\; c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(12) = 64 - 48 = 16$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيان .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{2(1)} = \frac{-8 \pm 4}{2}$$

أما $y = \frac{-8+4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

أو $y = \frac{-8-4}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \quad \Rightarrow \quad S = \{-2, -6\}$

---

29 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+6)x + 49 = 0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $= 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k+6) \quad , \quad c = 49$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+6)]^2 - 4(1)(49) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k+6)^2 - 196 = 0$

$(k+6)^2 = 196$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 6 = \pm 14$

أما $k + 6 = 14 \quad \Rightarrow \quad k = 14 - 6 = 8$

أو $k + 6 = -14 \quad \Rightarrow \quad k = -14 - 6 = -20$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 8 \Rightarrow \quad x^2 - (k+6)x + 49 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 14x + 49 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-7)^2 = 0$

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

$k = -20 \Rightarrow x^2 - (k+6)x + 49 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x+7)^2 = 0$

$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$

---

30 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2 + 36 = (k-6)y$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$4y^2 - (k-6)y + 36 = 0 \Rightarrow a = 4 \quad , \quad b = -(k-6) \quad , \quad c = 36$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k-6)]^2 - 4(4)(36) = 0 \Rightarrow (k-6)^2 - 576 = 0$

$(k-6)^2 = 576$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k - 6 = \pm 24$

أما $k - 6 = 24 \Rightarrow k = 24 + 6 = 30$

أو $k - 6 = -24 \Rightarrow k = -24 + 6 = -18$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 30 \Rightarrow 4y^2 - (k-6)y + 36 = 0 \Rightarrow 4y^2 - 24y + 36 = 0 \Rightarrow (2y-6)^2 = 0$

$2y - 6 = 0 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3$

$k = -18 \Rightarrow 4y^2 - (k-6)y + 36 = 0 \Rightarrow 4y^2 + 24y + 36 = 0 \Rightarrow (2y+6)^2 = 0$

$2y + 6 = 0 \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow y = -\frac{6}{2} = -3$

31 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $Z^2 + 81 = (k+9)Z$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$Z^2 - (k+9)Z + 81 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1 \quad , \quad b = -(k+9) \quad , \quad c = 81$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+9)]^2 - 4(1)(81) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k+9)^2 - 324 = 0$

$(k+9)^2 = 324$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 9 = \pm 18$

أما $k + 9 = 18 \quad \Rightarrow \quad k = 18 - 9 = 9$

أو $k + 9 = -18 \quad \Rightarrow \quad k = -18 - 9 = -27$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 9 \quad \Rightarrow \quad Z^2 - (k+9)Z + 81 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z^2 - 18 + 81 = 0 \quad \Rightarrow \quad (Z-9)^2 = 0$

$Z - 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = 9$

$k = -27 \quad \Rightarrow \quad Z^2 - (k+9)Z + 81 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z^2 + 18Z + 81 = 0 \quad \Rightarrow \quad (Z+9)^2 = 0$

$Z + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = -9$

32 **بين أن المعادلة $2Z^2 - 3Z + 10 = 0$ ليس لها حل في R ؟**

الحل :

$a = 2 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(10) = 9 - 80 = -71$

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R

تدرب وحل مسائل حياتية

33 **العاب نارية :** **في احدى المناسبات اطلقت مجموعة من الألعاب النارية عموديا في الهواء ووصلت الى ارتفاع $140m$. احسب الزمن الذي وصلت به الى هذا الارتفاع اذا كانت المعادلة التالية : $5t^2 + 60t = 140$ تمثل العلاقة بين الارتفاع بالأمتار الذي وصلت اليه الألعاب النارية بعد t ثانية .**



الحل : الطريقة الاولى

$5t^2 + 60t - 140 = 0 \quad \} \div 5$

$t^2 + 12t - 28 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1 , \quad b = 12 , \quad c = -28$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(1)(28)}}{2(1)} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 112}}{2}$$

$$t = \frac{-12 \pm \sqrt{256}}{2} = \frac{-12 \pm 16}{2}$$

أما $t = \frac{-12+16}{2} = \frac{4}{2} = 2$ الزمن

أو $t = \frac{-12-16}{2} = \frac{-28}{2} = -14$ يهمل

الطريقة الثانية :

$5t^2 + 60t - 140 = 0 \quad \} \div 5 \quad \Longrightarrow \quad t^2 + 12t - 28 = 0$

$(t + 14)(t - 2) = 0$ الحد الوسط $-2t + 14t = +12t$

أما $t + 14 = 0 \quad \Longrightarrow \quad t = -14$ يهمل

أو $t - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad t = 2$ الزمن

34 تجارة : يحسب سامر سعر الكلفة للبدلة الرجالية الواحدة ثم يضيف عليها مبلغ للربح ويبيعها للزبائن بمبلغ 120 الف دينار اذا كانت p في المعادلة $p^2 - 30p + 225 = 0$ تمثل مبلغ ربح سامر في البدلة الواحدة بألوف الدنانير فما سعر كلفة البدلة الواحدة ؟

الحل : الطريقة الاولى

$a = 1 , \quad b = -30 , \quad c = 225$

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(1)(225)}}{2(1)} = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{2}$$

$$p = \frac{30}{2} = 15$$

الطريقة الثانية :

$p^2 - 30p + 225 = 0 \quad \Longrightarrow \quad (p-15)^2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad p - 15 = 0 \quad \Longrightarrow \quad p = 15$

35 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+4)x = -9$ متساويين ؟**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$x^2 - (k+4)x + 9 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1 \;,\; b = -(k+4) \;,\; c = 9$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+4)]^2 - 4(1)(9) = 0 \quad \Longrightarrow \quad (k+4)^2 - 36 = 0$

$(k+4)^2 = 36$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 4 = \pm 6$

أما $k + 4 = 6 \quad \Longrightarrow \quad k = 6 - 4 = 2$

أو $k + 4 = -6 \quad \Longrightarrow \quad k = -6 - 4 = -10$

36 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $y^2 + 25 = (k-2)y$ متساويين ؟**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$y^2 - (k-2)y + 25 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1 \;,\; b = -(k-2) \;,\; c = 25$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k-2)]^2 - 4(1)(25) = 0 \quad \Longrightarrow \quad (k-2)^2 - 100 = 0$

$(k-2)^2 = 100$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k - 2 = \pm 10$

أما $k - 2 = 10 \quad \Longrightarrow \quad k = 10 + 2 = 12$

أو $k - 2 = -10 \quad \Longrightarrow \quad k = -10 + 2 = -8$

37 بين أن المعادلة $Z^2 - 6Z + 18 = 0$ ليس لها حل في R ؟

الحل :

$a = 1 \quad , \quad b = -6 \quad , \quad c = 18$

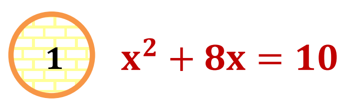
$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(18) = 36 - 72 = -36$

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R

فكر



38 تحد : حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا :



1 $x^2 + 8x = 10$

الحل :

$x^2 + 8x - 10 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad a = 1 \ , \ b = 8 \ , \ c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(-10) = 64 + 40 = 104$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{104}}{2(1)} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{26}}{2} = \frac{2(-4 \pm \sqrt{26})}{2} = -4 \pm \sqrt{26}$$

أما $x = -4 + \sqrt{26}$

أو $x = -4 - \sqrt{26} \qquad \Rightarrow \qquad S = \{-4 + \sqrt{26} , -4 - \sqrt{26}\}$

---

2 $3y^2 - 6y - 42 = 0$

الحل :

$3y^2 - 6y - 42 = 0 \ \} \div 3 \quad \Rightarrow \quad y^2 - 2y - 14 = 0$

$a = 1 \ , \quad b = -2 \ , \quad c = -14$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-14) = 4 + 56 = 60$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{60}}{2(1)} = \frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{2} = \frac{2\left(1 \pm \sqrt{15}\right)}{2} = 1 \pm \sqrt{15}$$

أما $x = 1 + \sqrt{15}$

أو $x = 1 - \sqrt{15} \quad \Longrightarrow \quad S = \{1 + \sqrt{15}, 1 - \sqrt{15}\}$

---

3 $\mathbf{5Z^2 + 7Z = -4}$

الحل :

$5Z^2 + 7Z + 4 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 5 \ , \ b = 7 \ , \ c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (7)^2 - 4(5)(4) = 49 - 80 = -31$

مقدار المميز سالب ليس لها حل في R نوع الجذران غير حقيقيان .



$\mathbf{4x^2 - 16(1 - x) = 0}$

الحل :

$4x^2 - 16 + 16x = 0 \ \} \div 4 \quad \Longrightarrow \quad x^2 + 4x - 4 = 0$

$a = 1 \ , \quad b = 4 \ , \quad c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (4)^2 - 4(1)(-4) = 16 + 16 = 32$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2(1)} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

أما $x = -2 + 2\sqrt{2}$

أو $x = -2 - \sqrt{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \{-2 + \sqrt{2}, -2 - \sqrt{2}\}$

---

39 **أصحح الخطأ : قال سعد أن المعادلة $2x^2 - 3x - 9 = 0$ لي لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية . اكتشف خطأ سعد وصححه .**

الحل :

$a = 2 \ , \quad b = -3 \ , \quad c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-9) = 9 + 72 = 81$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{81}}{2(2)} = \frac{3 \pm 9}{4}$$

أما $x = \frac{3+9}{4} = \frac{12}{4} = 3$

أو $x = \frac{3-9}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{3, -\frac{3}{2}\right\}$

---

40 **حس عددي : استعملت مروة المقدار المميز لكتابة جذري المعادلة $Z^2 - 8Z + 16 = 0$ دون تحليلها . فسر كيف استطاعت مروة كتابة جذري المعادلة .**

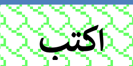
الحل :

$a = 1 \ , \quad b = -8 \ , \quad c = 16$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$

قيمة المقدار المميز يساوي صفر ولها جذر حقيقي واحد .


اكتب نوع جذري المعادلة $x^2 + 100 = 20x$ باستعمال المقدار المميز دون حلها .

الحل :

$x^2 - 20x + 100 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1 \;, \quad b = -20 \;, \quad c = 100$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-20)^2 - 4(1)(100) = 400 - 400 = 0$

قيمة المقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران حقيقيان متساويان ولها جذر حقيقي واحد .

مراجعة الفصل صفحة 94

تدريب 1 جد مجموعة الحل للمعادلة باستعمال القانون العام : $x^2 - 3x - 8 = 0$

الحل :

$a = 1 \;, \; b = -3 \;, \; c = -8$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 32}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2}$$

أما $x = \frac{3+\sqrt{41}}{2}$

أو $x = \frac{3-\sqrt{41}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{3+\sqrt{41}}{2} , \frac{3-\sqrt{41}}{2}\right\}$

تدريب 2 حدد جذور المعادلة : $2x^2 - 7x - 3 = 0$

الحل :

$a = 2 \;, \quad b = -7 \;, \quad c = -3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(-3) = 49 + 24 = 73$

المقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيان .

اختبار الفصل صفحة 95

جد مجموعة حلول المعادلات التالية باستعمال القانون العام في R

31 $x^2 - 3x - 7 = 0$

الحل :

$a = 1 \; , \; b = -3 \; , \; c = -7$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-7)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 28}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$$

أما $x = \frac{3+\sqrt{37}}{2}$

أو $x = \frac{3-\sqrt{37}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{3+\sqrt{37}}{2}, \frac{3-\sqrt{37}}{2}\right\}$

32 $3y^2 - 12y = -3$

الحل :

$3y^2 - 12y + 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 3 \; , \; b = -12 \; , \; c = 3$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(3)(3)}}{2(3)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 36}}{6} = \frac{12 \pm \sqrt{108}}{6}$$

$$y = \frac{12 \pm 6\sqrt{3}}{6} = \frac{6(2 \pm \sqrt{3})}{6} = 2 \pm \sqrt{3}$$

أما $y = 2 + \sqrt{3}$

أو $y = 2 - \sqrt{3} \quad \Longrightarrow \quad S = \{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$

33 $5Z^2 + 6Z = 9$

الحل :

$5Z^2 + 6Z - 9 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 5 \; , \; b = 6 \; , \; c = -9$

$$Z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-6\pm\sqrt{(6)^2-4(5)(-9)}}{2(5)}=\frac{6\pm\sqrt{36+180}}{10}=\frac{6\pm\sqrt{216}}{10}$$

$$Z=\frac{6\pm6\sqrt{6}}{10}=\frac{2(3\pm3\sqrt{6})}{10}=\frac{3\pm3\sqrt{6}}{5}$$

أما $Z=\frac{3+3\sqrt{6}}{5}$

أو $Z=\frac{3-3\sqrt{6}}{5} \quad \Rightarrow \quad S=\left\{\frac{3+3\sqrt{6}}{5},\frac{3-3\sqrt{6}}{5}\right\}$

حدد جذور المعالة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا :



34 $\mathbf{2x^2+8x+8=0}$

الحل :

$a=2\ ,\ b=8\ ,\ c=8$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(8)^2-4(2)(8)=64-64=0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان ولها جذر حقيقي واحد .

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-8\pm\sqrt{0}}{2(2)}=\frac{-8}{4}=-2$$

---

35 $\mathbf{y^2-6y-9=0}$

الحل :

$a=1\ ,\ b=-6\ ,\ c=-9$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-6)^2-4(1)(-9)=36+36=72$

مقدار المميز موجب وليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيان .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{72}}{2(1)} = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{4} = \frac{2(3 \pm 3\sqrt{2})}{4} = \frac{3 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

أما $y = \frac{3+3\sqrt{2}}{2}$

أو $y = \frac{3-3\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{\frac{3+3\sqrt{2}}{2}, \frac{3-3\sqrt{2}}{2}\right\}$



36 **$4Z^2 - 3Z + 7 = 0$**

الحل :

$a = 4\ ,\ b = -3\ ,\ c = 7$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(4)(7) = 9 - 784 = -775$

مقدار المميز سالب ونوع الجذران غير حقيقيان وليس لها حل في R .

---

37 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+6)x + 9 = 0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$a = 1\ ,\ b = -(k+6)\ ,\ c = 9$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+6)]^2 - 4(1)(9) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k+6)^2 - 36 = 0$

$(k+6)^2 = 36$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 6 = \pm 6$

أما $k + 6 = 6 \quad \Rightarrow \quad k = 6 - 6 = 0$

أو $k + 6 = -6 \quad \Rightarrow \quad k = -6 - 6 = -12$

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 0 \Rightarrow \quad x^2 - (k+6)x + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 6x + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-3)^2 = 0$

$x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

$k = -12 \quad \Rightarrow \quad x^2 - (k+6)x + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 6x + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x+3)^2 = 0$

$x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -3$

---

38 **ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $9y^2 + 25 = (k-8)y$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .**

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $= 0$

$9y^2 - (k-8)y + 25 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 9 \quad , \quad b = -(k-8) \quad , \quad c = 25$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k-8)]^2 - 4(9)(25) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k-8)^2 - 900 = 0$

$(k-8)^2 = 900$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k - 8 = \pm 30$

أما $k - 8 = 30 \quad \Rightarrow \quad k = 30 + 8 = 38$

أو $k - 8 = -30 \quad \Rightarrow \quad k = -30 + 8 = -22$

التحقق: نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 38 \quad \Rightarrow \quad 9y^2 - (k-8)y + 25 = 0 \quad \Rightarrow \quad 9y^2 - 30y + 25 = 0 \quad \Rightarrow \quad (3y-5)^2 = 0$

$3y - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3y = 5 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{5}{3}$

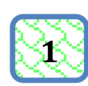
$k = -22 \quad \Rightarrow \quad 9y^2 - (k-8)y + 25 = 0 \quad \Rightarrow \quad 9y^2 + 30y + 25 = 0 \quad \Rightarrow \quad (3y+5)^2 = 0$

$$3y + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3y = -5 \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{5}{3}$$

الاختيار من متعدد صفحة 112

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد مجموعة الحل للمعادلات باستعمال القانون العام في R :

 1 $x^2 - 3x - 4 = 0$ a) $s = \{4, 1\}$ b) $s = \{4, -1\}$ c) $s = \{-4, 1\}$ d) $s = \{-4, -1\}$

الحل :

$a = 1 , \ b = -3 \ , \ c = -4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2}$$

أما $x = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$

أو $x = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \implies S = \{4, -1\}$

 2 $y^2 - 5y - 5 = 0$ a) $s = \left\{\frac{3+5\sqrt{5}}{2}, \frac{3-5\sqrt{5}}{2}\right\}$ b) $s = \left\{\frac{5+3\sqrt{5}}{4}, \frac{3-5\sqrt{5}}{4}\right\}$

c) $s = \left\{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}, \frac{5-3\sqrt{5}}{2}\right\}$ d) $s = \left\{\frac{5+3\sqrt{3}}{2}, \frac{3-3\sqrt{3}}{2}\right\}$

الحل :

$a = 1 , \ b = -5 \ , \ c = -5$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 20}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$y = \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

أما $y = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$ أو $y = \frac{5-3\sqrt{5}}{2} \implies S = \left\{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}, \frac{3-3\sqrt{5}}{2}\right\}$

3 $\mathbf{2x^2 - 8x = -3}$

a) $s = \left\{\frac{4+\sqrt{10}}{2}, \frac{4-\sqrt{10}}{2}\right\}$ ✓ b) $s = \left\{\frac{2+\sqrt{10}}{2}, \frac{4+\sqrt{10}}{2}\right\}$

c) $s = \left\{\frac{4+\sqrt{5}}{4}, \frac{4-\sqrt{5}}{4}\right\}$ d) $s = \left\{\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2-\sqrt{5}}{2}\right\}$

الحل :

$$2x^2 - 8x + 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 2, \ b = -8, \ c = 3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 24}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{4}$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{2(4 \pm \sqrt{10})}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$$

أما $x = \frac{4+\sqrt{10}}{2}$ أو $x = \frac{4-\sqrt{10}}{2} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{4+\sqrt{10}}{2}, \frac{4-\sqrt{10}}{2}\right\}$



4 $\mathbf{7y^2 + 9y = 1}$

a) $s = \left\{\frac{9+\sqrt{109}}{14}, \frac{9-\sqrt{109}}{14}\right\}$ b) $s = \left\{\frac{-9+\sqrt{109}}{14}, \frac{-9-\sqrt{109}}{14}\right\}$

c) $s = \left\{\frac{9+\sqrt{109}}{7}, \frac{9-\sqrt{109}}{7}\right\}$ d) $s = \left\{\frac{-9+\sqrt{109}}{7}, \frac{-9-\sqrt{109}}{7}\right\}$

الحل :

$$7y^2 + 9y - 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 7, \ b = 9, \ c = -1$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4(7)(-1)}}{2(7)} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 28}}{14} = \frac{-9 \pm \sqrt{109}}{14}$$

أما $y = \frac{-9+\sqrt{109}}{14}$ أو $y = \frac{-9-\sqrt{109}}{14} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{-9+\sqrt{109}}{14}, \frac{-9-\sqrt{109}}{14}\right\}$



5 $\mathbf{3x^2 - 6(2x + 1) = 0}$

a) $s = \{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$ b) $s = \{2 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}\}$

c) $s = \{2 + \sqrt{6}, 2 - \sqrt{6}\}$ ✓ d) $s = \{6 + \sqrt{6}, 6 - \sqrt{6}\}$

الحل :

$$3x^2 - 12x - 6 = 0 \ \} \div 3 \quad \Longrightarrow \quad x^2 - 4x - 2 = 0$$

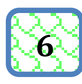
$a = 1 \;,\; b = -4 \;,\; c = -2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{16+8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$x = \frac{2(2 \pm \sqrt{6})}{2} = 2 \pm \sqrt{6}$$

أما $x = 2 + \sqrt{6}$ أو $x = 2 - \sqrt{6} \implies S = \{2+\sqrt{6}, 2-\sqrt{6}\}$

حدد جذور المعادلة باستعمال المميز :



6 $x^2 - 6x - 7 = 0$

a) جذران حقيقيان نسبيان . (الإجابة المحددة)

b) جذران حقيقيان غير نسبيين .

c) جذر حقيقي واحد $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

d) جذرين غير حقيقيين (مجموعة الحل في $R = \emptyset$)

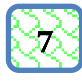
الحل :

$a = 1 \;,\quad b = -6 \;,\quad c = -7$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(-7) = 36 + 28 = 64$

مقدار المميز موجب ومربع كامل والجذران حقيقيان نسبيان .



7 $2y^2 - 3y - 8 = 0$

a) جذران حقيقيان نسبيان .

b) جذران حقيقيان غير نسبيين . (الإجابة المحددة)

c) جذر حقيقي واحد $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

d) جذرين غير حقيقيين (مجموعة الحل في $R = \emptyset$)

الحل :

$a = 2 \;,\quad b = -3 \;,\quad c = -8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-8) = 9 + 64 = 73$ المميز موجب ليس مربع كامل الجذران حقيقيان غير نسبيين

8 $8x^2 - 8x + 2 = 0$

a) جذران حقيقيان نسبيان .

b) جذران حقيقيان غير نسبيين .

c) جذر حقيقي واحد $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

d) جذرين غير حقيقيين (مجموعة الحل في $R = \emptyset$)

الحل :

$a = 8 \;, \quad b = -8 \;, \quad c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-8)^2 - 4(8)(2) = 64 - 64 = 0$

المميز يساوي صفر والجذران حقيقيان متساويان لها جذر حقيقي واحد .



9 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $y^2 - (k + 10)y + 16 = 0$ متساويين ؟

a) $k = 2 , -18$ b) $k = -2 , -18$ c) $k = 6 , 14$ d) $k = -6 , -14$

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$a = 1 \quad , \quad b = -(k + 10) \quad , \quad c = 16$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k + 10)]^2 - 4(1)(16) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k + 10)^2 - 16 = 0$

$(k + 10)^2 = 16$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 10 = \pm 4$

أما $k + 10 = 4 \quad \Rightarrow \quad k = 4 - 10 = -6$

أو $k + 10 = -4 \quad \Rightarrow \quad k = -4 - 10 = -14$

---

10 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4x^2 + 144 = (k - 2)x$ متساويين ؟

a) $k = -6 , -2$ b) $k = 6 , 2$ c) $k = -26 , 22$ d) $k = 26 , -22$

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز = 0

$4x^2 - (k - 2)x + 144 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1 \quad , \quad b = -(k - 2) \quad , \quad c = 144$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k-2)]^2 - 4(1)(144) = 0 \quad \Rightarrow \quad (k-2)^2 - 576 = 0$

$(k-2)^2 = 576$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k - 2 = \pm 24$

أما $k - 2 = 24 \quad \Rightarrow \quad k = 24 + 2 = 26$

أو $k - 2 = -24 \quad \Rightarrow \quad k = -24 + 2 = -22$

حل المعادلات الكسرية

نستعمل تحليل المقادير الجبرية لحل المعادلات الكسرية التي في مقامها متغير وذلك بتخلص من الكسور .ثم حلها بإحدى طرق التحليل السابقة .



اذا كان ثمن شراء التحفية الواحدة $2x + 3$ الف دينار وثمن شراع ست تحفيات $x^2 + 3x - 1$ الف دينار فاذا كان ثمن تحفية واحدة الى ثمن ست تحفيات $\frac{1}{3}$ فما ثمن شراء تحفية واحدة ؟

الحل :

$\frac{\text{ثمن تحفية واحدة}}{\text{ثمن ست تحفيات}} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{2x+3}{x^2+3x-1} = \frac{1}{3}$ الطرفين في الوسطين

$x^2 + 3x - 1 = 6x + 9 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 3x - 1 - 6x - 9 = 0$

$x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x+2)(x-5) = 0$

أما $x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$ يهمل

أو $x - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 5$

$2x + 3 = 2(5) + 3 = 10 + 3 = 13$ الف ثمن شراء تحفية واحدة



جد مجموعة الحل للمعادلة التالية ثم تحقق من صحة الحل :

$$5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3}$$

الحل :

$$5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3} \; \} \times 3x$$

$$3x(5x) + 3x\left(\frac{x-2}{3x}\right) = 3x\left(\frac{2}{3}\right) \quad \Longrightarrow \quad 15x^2 + x - 2 = 2x$$

$$15x^2 + x - 2 - 2x = 0 \quad \Longrightarrow \quad 15x^2 - x - 2 = 0$$

$$(5x-2)(3x+1) = 0$$

أما $5x - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 5x = 2 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{2}{5}$

أو $3x + 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 3x = -1 \quad \Longrightarrow \quad x = -\frac{1}{3} \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{\frac{2}{5}, -\frac{1}{3}\right\}$

التحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x = \frac{2}{5} \quad \Longrightarrow \quad 5\left(\frac{2}{5}\right) + \frac{\frac{2}{5} - 2}{3\left(\frac{2}{5}\right)} = 2 + \frac{\frac{2-10}{5}}{\frac{6}{5}} = 2 + \frac{-8}{6} = 2 - \frac{4}{3} = \frac{6-4}{3} = \frac{2}{3}$$ الطرف الايمن

$$x = -\frac{1}{3} \quad \Longrightarrow \quad 5\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{\frac{-1}{3} - 2}{3\left(-\frac{1}{3}\right)} = -\frac{5}{3} + \frac{\frac{-1-6}{3}}{-\frac{3}{3}} = -\frac{5}{3} + \frac{-7}{-3} = \frac{-5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{2}{3}$$ الايمن

مثال

جد مجموعة الحل للمعادلة في R : $\frac{x}{x-3} + \frac{4x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$

الحل :

$$\frac{x}{x-3} + \frac{4x}{x+3} = \frac{18}{(x+3)(x-3)} \quad \} \times (x+3)(x-3)$$

$$(x+3)(x-3)\left(\frac{x}{x-3}\right)+(x+3)(x-3)\left(\frac{4x}{x+3}\right)=(x+3)(x-3)\left(\frac{18}{(x+3)(x-3)}\right)$$

$$x(x+3)+4x(x-3)=18 \implies x^2+3x+4x^2-12x-18=0$$

$$5x^2-9x-18=0 \implies (x-3)(5x+6)=0$$

أما $x-3=0 \implies x=3$

أو $5x+6=0 \implies 5x=-6 \implies x=-\frac{6}{5} \implies S=\left\{3,-\frac{6}{5}\right\}$

مثال جد مجموعة حل المعادلة : $\frac{2}{x+2}-\frac{x}{2-x}=\frac{x^2+4}{x^2-4}$

الحل :

$$\frac{2}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)} \quad \}\times(x+2)(x-2)$$

$$(x+2)(x-2)\left(\frac{2}{x+2}\right)+(x+2)(x-2)\left(\frac{x}{x-2}\right)=(x+2)(x-2)\left(\frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)}\right)$$

$$2(x-2)+x(x+2)=x^2+4 \implies 2x-4+x^2+2x=x^2+4$$

$$4x-4+x^2=x^2+4 \implies 4x-4+x^2-x^2-4=0$$

$$4x-8=0 \implies 4x=8 \implies x=\frac{8}{4}=2$$

مثال جد مجموعة الحل للمعادلة في R وتحقق من صحة الحل : $\frac{x}{x-1}+\frac{3x}{x+1}=\frac{12}{x^2-1}$

الحل :

$$\frac{x}{x-1}+\frac{3x}{x+1}=\frac{12}{(x+1)(x-1)} \quad \}\times(x+1)(x-1)$$

$$(x+1)(x-1)\left(\frac{x}{x-1}\right)+(x+1)(x-1)\left(\frac{3x}{x+1}\right)=(x+1)(x-1)\left(\frac{12}{(x+1)(x-1)}\right)$$

$$x(x+1)+3x(x-1)=12 \implies x^2+x+3x^2-3x-12=0$$

$$4x^2-2x-12=0 \implies (2x-4)(2x+3)=0$$

أما $2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$

أو $2x + 3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow S = \left\{2, -\frac{3}{2}\right\}$

التحقق من صحة الحل : نعوض قيم x بالمعادلة الأصلية :

الطرف الايسر $x = 2 \Rightarrow \frac{x}{x-1} + \frac{3x}{x+1} = \frac{2}{2-1} + \frac{3(2)}{2+1} = \frac{2}{1} + \frac{6}{3} = 2 + 2 = 4$

الطرف الايمن $\frac{12}{x^2-1} = \frac{12}{(2)^2-1} = \frac{12}{3} = 4$

تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

1 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{6}{4x^2}$

الحل :

$\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2x^2} \quad \} \times \quad 2x^2$

$2x^2\left(\frac{1}{x}\right) + 2x^2\left(\frac{1}{2}\right) = 2x^2\left(\frac{3}{2x^2}\right) \Rightarrow 2x + x^2 = 3$

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-1) = 0$

أما $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

الطرف الايسر $x = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$

الطرف الايمن $\frac{6}{4x^2} = \frac{6}{4(1)^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

2 $\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y}$

الحل :

$$\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y} \quad \} \times 10y$$

$$10y\left(\frac{y}{2}\right) - 10y\left(\frac{7}{5}\right) = 10y\left(\frac{3}{10y}\right) \quad \Rightarrow \quad 5y(y) - 2y(7) = 3$$

$$5y^2 - 14y - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad (y-3)(5y+1) = 0$$

أما $y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$ أو $5y + 1 = 0 \Rightarrow 5y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{5}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y = 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{2} - \frac{7}{5} = \frac{15-14}{10} = \frac{1}{10}$$ الطرف الايسر

$$\frac{3}{10y} = \frac{3}{10(3)} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$ الطرف الايمن

---

3 $\frac{x+4}{2} = \frac{3}{2x}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$$2x(x+4) = 3(2) \quad \Rightarrow \quad 2x^2 + 8x = 6$$

$$2x^2 + 8x - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 2 \ , \ b = 8 \ , \ c = -6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4(2)(-6)}}{2(2)} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 48}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{112}}{4}$$

$$x = \frac{-8 \pm 4\sqrt{7}}{4} = \frac{4(-2 \pm \sqrt{7})}{4} = -2 \pm \sqrt{7}$$

أما $x = -2 + \sqrt{7}$ أو $x = -2 - \sqrt{7}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x = -2 + \sqrt{7} \quad \Rightarrow \quad \frac{x+4}{2} = \frac{-2+\sqrt{7}+4}{2} = \frac{2+\sqrt{7}}{2}$$ الطرف الايسر

$$\frac{3}{2x} = \frac{3}{2(-2+\sqrt{7})} = \frac{3}{-4+2\sqrt{7}} \times \frac{-4-2\sqrt{7}}{-4-2\sqrt{7}} = \frac{-12-6\sqrt{7}}{(-4)^2-(2\sqrt{7})^2} = \frac{-12-6\sqrt{7}}{16-28}$$

$$= \frac{-6(2+\sqrt{7})}{-12} = \frac{2+\sqrt{7}}{2}$$ الطرف الايمن

---

4 $\quad \frac{y+1}{2y^2} = \frac{3}{4}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$$2y^2(3) = 4(y+1) \quad \Rightarrow \quad 6y^2 = 4y + 4$$

$$6y^2 - 4y - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 6 \;,\quad b = -4 \;,\; c = -4$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(6)(-4)}}{2(6)} = \frac{4 \pm \sqrt{16+96}}{12} = \frac{4 \pm \sqrt{112}}{12}$$

$$y = \frac{4 \pm 4\sqrt{7}}{12} = \frac{4(1 \pm \sqrt{7})}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

أما $y = \frac{1+\sqrt{7}}{3}$ أو $y = \frac{1-\sqrt{7}}{3}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y = \frac{1+\sqrt{7}}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{y+1}{2y^2} = \frac{\frac{1+\sqrt{7}}{3}+1}{2\left(\frac{1+\sqrt{7}}{3}\right)^2} = \frac{\frac{1+\sqrt{7}+3}{3}}{2\left(\frac{1+2\sqrt{7}+7}{9}\right)} = \frac{\frac{4+\sqrt{7}}{3}}{2\left(\frac{8+2\sqrt{7}}{9}\right)}$$

الطرف الايسر $= \frac{\frac{4+\sqrt{7}}{3}}{\frac{16+4\sqrt{7}}{9}} = \frac{4+\sqrt{7}}{3} \times \frac{9}{16+4\sqrt{7}} = \frac{4+\sqrt{7}}{1} \times \frac{3}{4(4+\sqrt{7})} = \frac{3}{4}$

الطرف الأيمن = الطرف الايسر

---

5 $\frac{5x+14}{x-5} = \frac{x^2}{x-5}$

الحل :

$$\frac{5x+14}{x^2} = \frac{x-5}{x-5} \Rightarrow \frac{5x+14}{x^2} = 1$$ الطرفين في الوسطين

$$x^2 = 5x+14 \Rightarrow x^2-5x-14=0 \Rightarrow (x-7)(x+2)=0$$

أما $x-7=0 \Rightarrow x=7$ أو $x+5=0 \Rightarrow x=-5$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x=7 \Rightarrow \frac{5x+14}{x-5} = \frac{5(7)+14}{7-5} = \frac{35+14}{2} = \frac{49}{2}$$ الطرف الايسر

$$\frac{x^2}{x-5} = \frac{(7)^2}{7-5} = \frac{49}{2}$$ الطرف الايمن

---

6 $\frac{1}{y^2-6} = \frac{2}{y+3}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$$2y^2-12 = y+3 \Rightarrow 2y^2-12-y-3=0$$

$$2y^2-y-15=0 \Rightarrow (2y+5)(y-3)=0$$

أما $2y+5=0 \Rightarrow 2y=-5 \Rightarrow y=-\frac{5}{2}$ أو $y-3=0 \Rightarrow y=3$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$y = 3 \Rightarrow \frac{1}{y^2 - 6} = \frac{1}{(3)^2 - 6} = \frac{1}{9 - 6} = \frac{1}{3}$ الطرف الايسر

$\frac{2}{y+3} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ الطرف الايمن

جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

7 $\frac{3}{x+2} - \frac{2}{x-1} = 1$

الحل :

$$\frac{3}{x+2} - \frac{2}{x-1} = 1 \quad \} \times (x+2)(x-1)$$

$$(x+2)(x-1)\left(\frac{3}{x+2}\right) - (x+2)(x-1)\left(\frac{2}{x-1}\right) = (x+2)(x-1)$$

$$3(x-1) - 2(x+2) = x^2 - x + 2x - 2$$

$$3x - 3 - 2x - 4 = x^2 + x - 2 \quad \Rightarrow \quad x - 7 = x^2 + x - 2$$

$x^2 + x - 2 - x + 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -5$ العدد السالب ليس جذر تربيعي

$S = \{\emptyset\}$

---

8 $\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{17}{y^2-4}$

الحل :

$$\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{17}{(y+2)(y-2)} \quad \} \times (y+2)(y-2)$$

$$(y+2)(y-2)\left(\frac{y-4}{y+2}\right) - (y+2)(y-2)\left(\frac{2}{y-2}\right) = (y+2)(y-2)\left(\frac{17}{(y+2)(y-2)}\right)$$

$$(y-2)(y-4) - 2(y+2) = 17 \quad \Rightarrow \quad y^2 - 4y - 2y + 8 - 2y - 4 - 17 = 0$$

$$y^2 - 8y - 13 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1 \ , \quad b = -8 \ , \quad c = -13$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(-13)}}{2(1)} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 52}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{116}}{2}$$

$$y = \frac{8 \pm 2\sqrt{29}}{2} = \frac{2(4 \pm \sqrt{29})}{2} = 4 \pm \sqrt{29}$$

أما $y = 4 + \sqrt{29}$ أو $y = 4 - \sqrt{29}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y = 4 + \sqrt{29} \implies y^2 - 8y - 13 = (4 + \sqrt{29})^2 - 8(4 + \sqrt{29}) - 13$$

$= 16 + 8\sqrt{29} + 29 - 32 - 8\sqrt{29} - 13 = 45 - 45 = 0$ الطرف الايمن

---

9 $\frac{9}{x^2 - x - 6} - \frac{5}{x - 3} = 1$

الحل :

$$\frac{9}{(x-3)(x+2)} - \frac{5}{x-3} = 1 \quad \} \times (x-3)(x+2)$$

$$(x-3)(x+2)\left(\frac{9}{(x-3)(x+2)}\right) - (x-3)(x+2)\left(\frac{5}{x-3}\right) = (x-3)(x+2)$$

$$9 - 5(x+2) = x^2 + 2x - 3x - 6$$

$$9 - 5x - 10 = x^2 - x - 6 \implies -1 - 5x = x^2 - x - 6$$

$$x^2 - x - 6 + 1 + 5x = 0 \implies x^2 + 4x - 5 = 0 \implies (x+5)(x-1) = 0$$

أما $x + 5 = 0 \implies x = -5$ أو $x - 1 = 0 \implies x = 1$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x = 1 \implies \frac{9}{x^2 - x - 6} - \frac{5}{x - 3} = \frac{9}{(1)^2 - 1 - 6} - \frac{5}{1 - 3} = \frac{9}{-6} - \frac{5}{-2} = \frac{-3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

الطرف الأيمن

10 $\frac{12}{y^2-16}+\frac{6}{y+4}=2$

الحل :

$$\frac{12}{(y+4)(y-4)}+\frac{6}{y+4}=2 \quad \}\times(y+4)(y-4)$$

$$(y+4)(y-4)\left(\frac{12}{(y+4)(y-4)}\right)+(y+4)(y-4)\left(\frac{6}{y+4}\right)=2(y+4)(y-4)$$

$$12+6(y-4)=2(y^2-16)$$

$$12+6y-24=2y^2-32 \quad \Rightarrow \quad 6y-12=2y^2-32$$

$$2y^2-32-6y+12=0 \quad \Rightarrow \quad 2y^2-6y-20=0 \quad \Rightarrow \quad (y-5)(2y+4)=0$$

أما $y-5=0 \Rightarrow y=5$ أو $2y+4=0 \Rightarrow 2y=-4 \Rightarrow y=-\frac{4}{2}=-2$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y=5 \quad \Rightarrow \quad \frac{12}{y^2-16}+\frac{6}{y+4}=\frac{12}{(5)^2-16}+\frac{6}{5+4}=\frac{12}{9}+\frac{6}{9}=\frac{18}{9}=2$$ الطرف الايمن

---

11 $\frac{2x}{x+1}+\frac{3x}{x-1}=\frac{8+7x+3x^2}{x^2-1}$

الحل :

$$\frac{2x}{x+1}+\frac{3x}{x-1}=\frac{8+7x+3x^2}{(x+1)(x-1)} \quad \}\times(x+1)(x-1)$$

$$(x+1)(x-1)\left(\frac{2x}{x+1}\right)+(x+1)(x-1)\left(\frac{3x}{x-1}\right)=(x+1)(x-1)\left(\frac{8+7x+3x^2}{(x+1)(x-1)}\right)$$

$$2x(x-1)+3x(x+1)=8+7x+3x^2$$

$$2x^2-2x+3x^2+3x-8-7x-3x^2$$

$$2x^2-6x-8=0 \quad \Rightarrow \quad (x-4)(2x+2)=0$$

أما $x-4=0 \implies x=4$ أو $2x+2=0 \implies 2x=-2 \implies x=-\frac{2}{2}=-1$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

الطرف الايسر $x=4 \implies \frac{2x}{x+1}+\frac{3x}{x-1}=\frac{2(4)}{4+1}+\frac{3(4)}{4-1}=\frac{8}{5}+\frac{12}{3}=\frac{24+60}{15}=\frac{84}{15}$

الطرف الايمن $\frac{8+7x+3x^2}{x^2-1}=\frac{8+7(4)+3(4)^2}{(4)^2-1}=\frac{8+28+48}{15}=\frac{84}{15}$

---

12 $\frac{3y}{y-1}+\frac{2y}{y-6}=\frac{2y^2-15y+20}{y^2-7y+6}$

الحل :

$$\frac{3y}{y-1}+\frac{2y}{y-6}=\frac{2y^2-15y+20}{(y-1)(y-6)} \quad \} \times (y-1)(y-6)$$

$$(y-1)(y-6)\left(\frac{3y}{y-1}\right)+(y-1)(y-6)\left(\frac{2y}{y-6}\right)=(y-1)(y-6)\left(\frac{2y^2-15y+20}{(y-1)(y-6)}\right)$$

$$3y(y-6)+2y(y-1)=2y^2-15y+20$$

$$3y^2-18y+2y^2-2y-2y^2+15y-20=0$$

$$3y^2-5y-20=0 \implies a=3\ ,\quad b=-5\ ,\quad c=-20$$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(3)(-20)}}{2(3)}=\frac{5\pm\sqrt{25+240}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{265}}{6}$$

أما $y=\frac{5+\sqrt{265}}{6}$ أو $y=\frac{5-\sqrt{265}}{6}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y=\frac{5+\sqrt{265}}{6} \implies 3y^2-5y-20=3\left(\frac{5+\sqrt{265}}{6}\right)^2-5\left(\frac{5+\sqrt{265}}{6}\right)-20$$

$$= 3\left(\frac{25 + 10\sqrt{265} + 265}{36}\right) - \frac{25 + 5\sqrt{265}}{6} - 20 = \frac{290 + 10\sqrt{265}}{12} - \frac{25 + 5\sqrt{265}}{6} - 20$$

$$= \frac{290 + 10\sqrt{265} - 50 - 10\sqrt{265} - 240}{12} = \frac{0}{12} = 0$$ الطرف الايمن

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

13 $\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$

الحل :

$$\frac{2}{3x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \quad \} \times 3x \quad \Rightarrow \quad 3x\left(\frac{2}{3x}\right) + 3x\left(\frac{1}{3}\right) = 3x\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$2 + x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 3 - 2 = 1$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3(1)^2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$ الطرف الايسر

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{1} = 1$$ الطرف الايمن

---

14 $\frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = 0$

الحل :

$$\frac{3y}{4} - \frac{2}{4y} + \frac{1}{4} = 0 \quad \} \times 4y \quad \Rightarrow \quad 4y\left(\frac{3y}{4}\right) - 4y\left(\frac{2}{4y}\right) + 4y\left(\frac{1}{4}\right) = 0$$

$$3y^2 - 2 + y = 0 \quad \Rightarrow \quad 3y^2 + y - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad (y + 1)(3y - 2) = 0$$

أما $y+1=0 \implies y=-1$ أو $3y-2=0 \implies 3y=2 \implies y=\frac{2}{3}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيمy في المعادلة الأصلية :

$$y=-1 \implies \frac{3y}{4}-\frac{6}{12y}+\frac{1}{4}=\frac{3(-1)}{4}-\frac{2}{4(-1)}+\frac{1}{4}=\frac{-3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{0}{4}=0$$ الطرف الايمن

---

15 $\frac{5x}{3}=\frac{3}{5x}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$$5x(5x)=3(3) \implies 25x^2=9 \implies x^2=\frac{9}{25}$$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x=\pm\frac{3}{5} \implies$ أما $x=\frac{3}{5}$ أو $x=-\frac{3}{5}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيمx في المعادلة الأصلية :

$$x=\frac{3}{5} \implies \frac{5x}{3}=\frac{5\left(\frac{3}{5}\right)}{3}=\frac{3}{3}=1$$ الطرف الايسر

$$\frac{3}{5x}=\frac{3}{5\left(\frac{3}{5}\right)}=\frac{3}{3}=1$$ الطرف الايمن

---

16 $\frac{1-y}{y^2+y}=\frac{6}{7}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$$6(y^2+y)=7(1-y) \implies 6y^2+6y=7-7y$$

$$6y^2+6y-7+7y=0 \implies 6y^2+13y-7=0 \implies a=6\ ,b=13\ ,\quad c=-7$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-13 \pm \sqrt{(13)^2 - 4(6)(-7)}}{2(6)} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 168}}{12}$$

$$y = \frac{-13 \pm \sqrt{337}}{12}$$

أما $y = \frac{-13+\sqrt{337}}{12}$ أو $y = \frac{-13-\sqrt{337}}{12}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y = \frac{-13 + \sqrt{337}}{12} \Rightarrow 6y^2 + 13y - 7 = 6\left(\frac{-13 + \sqrt{337}}{12}\right)^2 + 13\left(\frac{-13 + \sqrt{337}}{12}\right) - 7$$

$$= 6\left(\frac{169 - 26\sqrt{337} + 337}{144}\right) + \frac{-169 + 13\sqrt{337}}{12} - 7$$

$$= \frac{506 - 26\sqrt{337}}{24} + \frac{-169 + 13\sqrt{337}}{12} - 7 = \frac{506 - 26\sqrt{337} - 338 + 26\sqrt{337} - 168}{24}$$

$$= \frac{506 - 506}{24} = \frac{0}{24} = 0$$ الطرف الايمن

17 $\frac{9x+22}{x^2} = 1$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$x^2 = 9x + 22 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Rightarrow (x - 11)(x + 2) = 0$

أما $x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11$ أو $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x = -2 \Rightarrow \frac{9x + 22}{x^2} = \frac{9(-2) + 22}{(-2)^2} = \frac{-18 + 22}{4} = \frac{4}{4} = 1$$ الطرف الايمن

18 $\frac{9}{(y+2)^2} = \frac{4y}{y+2}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$4y(y+2)^2 = 9(y+2) \quad \Longrightarrow \quad 4y(y+2)^2 - 9(y+2) = 0$

$(y+2)[4y(y+2) - 9] = 0 \quad \Longrightarrow \quad (y+2)(4y^2 + 8y - 9) = 0$

أما $y + 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad y = -2$

أو $4y^2 + 8y - 9 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 4 \;,\; b = 8 \;,\; c = -9$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4(4)(-9)}}{2(4)} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 144}}{8} = \frac{-8 \pm \sqrt{208}}{8}$$

$$y = \frac{-8 \pm 4\sqrt{13}}{8} = \frac{4\left(-2 \pm \sqrt{13}\right)}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{13}}{2}$$

أما $y = \frac{-2+\sqrt{13}}{2}$ أو $y = \frac{-2-\sqrt{13}}{2}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$y = -2 \quad \Longrightarrow \quad (y+2)(4y^2 + 8y - 9) = (-2+2)[4(-2)^2 + 8(-2) - 9]$

$= (0)(16 - 16 - 9) = (0)(-9) = 0$ الطرف الايمن

جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

19 $\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1$

الحل :

$\frac{3(x-3) - 2(x-4)}{(x-4)(x-3)} = 1 \quad \Longrightarrow \quad \frac{3x - 9 - 2x + 8}{x^2 - 3x - 4x + 12} = 1$

$\frac{x - 1}{x^2 - 7x + 12} = 1$ الطرفين في الوسطين

$x^2 - 7x + 12 = x - 1 \quad \Longrightarrow \quad x^2 - 7x + 12 - x + 1 = 0$

$x^2 - 8x + 13 = 0 \implies a = 1 , \quad b = -8 , \quad c = 13$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(13)}}{2(1)} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 52}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(4 \pm \sqrt{3})}{2} = 4 \pm \sqrt{3}$$

أما $x = 4 + \sqrt{3}$ أو $x = 4 - \sqrt{3}$

---

20 $\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{82}{y^2-25}$

الحل :

$$\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{82}{(y+5)(y-5)} \; \} \times (y+5)(y-5)$$

$$(y+5)(y-5)\left(\frac{y-5}{y+5}\right) - (y+5)(y-5)\left(\frac{y+5}{y-5}\right) = (y+5)(y-5)\left(\frac{82}{(y+5)(y-5)}\right)$$

$$(y-5)(y-5) - (y+5)(y+5) = 82$$

$$y^2 - 5y - 5y + 25 - (y^2 + 5y + 5y + 25) = 82$$

$$y^2 - 10y + 25 - y^2 - 10y - 25 = 82 \implies -20y = 82$$

$$y = \frac{82}{-20} = -\frac{41}{10}$$

---

21 $\frac{6-x}{x^2+x-12} - \frac{2}{x+4} = 1$

الحل :

$$\frac{6-x}{(x+4)(x-3)} - \frac{2}{x+4} = 1 \; \} \times (x+4)(x-3)$$

$$(x+4)(x-3)\left(\frac{6-x}{(x+4)(x-3)}\right) - (x+4)(x-3)\left(\frac{2}{x+4}\right) = (x+4)(x-3)$$

$$6 - x - 2(x-3) = x^2 - 3x + 4x - 12$$

$6-x-2x+6=x^2+x-12 \quad \Rightarrow \quad 12-3x=x^2+x-12$

$x^2+x-12-12+3x=0$

$x^2+4x-24=0 \quad \Rightarrow \quad a=1 \ , \quad b=4 \ , \quad c=-24$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-4\pm\sqrt{(4)^2-4(1)(-24)}}{2(1)}=\frac{-4\pm\sqrt{16+96}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{112}}{2}$$

$$x=\frac{-4\pm4\sqrt{7}}{2}=-2\pm2\sqrt{7}$$

أما $x=-2+\sqrt{7}$ او $x=-2-\sqrt{7}$

---

22 $\frac{4+8y}{y^2-9}+\frac{6}{y+3}=3$

الحل :

$$\frac{4+8y}{(y+3)(y-3)}+\frac{6}{y+3}=3 \ \}\times(y+3)(y-3)$$

$$(y+3)(y-3)\left(\frac{4+8y}{(y+3)(y-3)}\right)+(y+3)(y-3)\left(\frac{6}{y+3}\right)=3(y+3)(y-3)$$

$4+8y+6(y-3)=3(y^2-9)$

$4+8y+6y-18=3y^2-27 \quad \Rightarrow \quad -14+14y=3y^2-27$

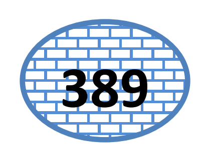
$3y^2-27+14-14y=0 \quad \Rightarrow \quad 3y^2-14y-13=0$

$a==3 \ , \quad b=-14 \ , \quad c=-13$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4(3)(-13)}}{2(3)}=\frac{14\pm\sqrt{196+156}}{6}$$

$$y=\frac{14\pm\sqrt{352}}{6}=\frac{14\pm4\sqrt{22}}{6}=\frac{2(7\pm2\sqrt{22})}{6}=\frac{7\pm2\sqrt{22}}{3}$$

أما $y=\frac{7+2\sqrt{22}}{3}$ أو $y=\frac{7-2\sqrt{22}}{3}$



23 $\frac{x}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{x^2+4x+16}{x^2-4}$

الحل :

$$\frac{x}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{x^2+4x+16}{(x+2)(x-2)} \quad \}\times(x+2)(x-2)$$

$$(x+2)(x-2)\left(\frac{x}{x+2}\right)+(x+2)(x-2)\left(\frac{x}{x-2}\right)=(x+2)(x-2)\left(\frac{x^2+4x+16}{(x+2)(x-2)}\right)$$

$$x(x-2)+x(x+2)=x^2+4x+16$$

$$x^2-2x+x^2+2x-x^2-4x-16=0$$

$$x^2-4x-16=0 \quad\Rightarrow\quad a=1\ ,\quad b=-4\ ,\quad c=-16$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(1)(-16)}}{2(1)}=\frac{4\pm\sqrt{16+64}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{80}}{2}$$

$$x=\frac{4\pm4\sqrt5}{2}=2\pm2\sqrt5$$

أما $x=2+2\sqrt5$ أو $x=2-2\sqrt5$

---

24 $\frac{2y}{y-6}+\frac{y}{y-5}=\frac{3y^2-6y-12}{y^2-11y+30}$

الحل :

$$\frac{2y}{y-6}+\frac{y}{y-5}=\frac{3y^2-6y-12}{(y-6)(y-5)} \quad \}\times(y-6)(y-5)$$

$$(y-6)(y-5)\left(\frac{2y}{y-6}\right)+(y-6)(y-5)\left(\frac{y}{y-5}\right)=(y-6)(y-5)\left(\frac{3y^2-6y-12}{(y-6)(y-5)}\right)$$

$$2y(y-5)+y(y-6)=3y^2-6y-12$$

$$2y^2-10y+y^2-6y=3y^2-6y-12 \quad\Rightarrow\quad 3y^2-16y-3y^2+6y+12=0$$

$$-10y+12=0 \quad\Rightarrow\quad 10y=12 \quad\Rightarrow\quad y=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

25 **رياضة : اذا أراد راكب دراجة قطع مسافة 60km بين مدينتين A, B بسرعة معينة ولو زادت سرعته بمقدار 10 km/h لتمكن من قطع هذه المسافة بزمن يقل ساعة واحدة عن الزمن الأول . جد سرعته أولا .**

الحل : نفرض السرعة الأولى = V

السرع الثانية = V + 10

الزمن الأول = $\frac{60}{V}$, الزمن الثاني = $\frac{60}{V+10}$

الزمن الأول – الزمن الثاني = 1

الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

$$\frac{60}{V}-\frac{60}{V+10}=1 \quad \}\times V(V+10)$$

$$V(V+10)\left(\frac{60}{V}\right)-V(V+10)\left(\frac{60}{V+10}\right)=V(V+10)$$

$$60(V+10)-60V=V^2+10V$$

$$60V+600-60V=V^2+10V \quad \Longrightarrow \quad V^2+10V-600=0$$

$$(V+30)(V-20)=0$$

أما $V+30=0 \Longrightarrow V=-30$ يهمل

أو $V-20=0 \Longrightarrow V=20\ km/h$ سرعته أولا

---

26 **نقل مسافرين : تقطع طائرة الخطوط الجوية العراقية المسافة 350km بين مدينة بغداد واربيل بسرعة معينة ولو زادت سرعة الطائرة بمقدار 10 km/h لتمكنت الطائرة من قطع المسافة بزمن يقل 10 دقائق عن الزمن الأول . جد سرعة الطائرة أولا .**

الحل : نفرض السرعة الأولى = V

السرعة الثانية = V + 10

الزمن الأول = $\frac{60}{V}$, الزمن الثاني = $\frac{60}{V+10}$

الزمن الأول – الزمن الثاني = $\frac{1}{6}$

الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

نحول الزمن من دقائق الى ساعة

$\frac{10}{60}=\frac{1}{6}$

$$\frac{350}{V} - \frac{350}{V+10} = \frac{1}{6} \quad \} \times 6V(V+10)$$

$$6V(V+10)\left(\frac{350}{V}\right) - 6V(V+10)\left(\frac{350}{V+10}\right) = 6V(V+10)\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$2100(V+10) - 210V = V^2 + 10V$$

$$2100V + 21000 - 2100V = V^2 + 10V \quad \Rightarrow \quad V^2 + 10V - 21000 = 0$$

$$(V+150)(V-140) = 0$$

أما $V + 150 = 0 \Rightarrow V = -150$ يهمل

أو $V - 140 = 0 \Rightarrow V = 140\ km/h$ سرعة الطائرة أولا

---

27 سباق : **شارك نوفل في سباق ثلاثي وتضمن السباق السباحة وركوب الدراجة والجري واستغرق ساعتين لأنهاء السباق كما موضح في الجدول المجاور على اعتبار x تعبر عن معدل سرعته في السباحة . جد معدل السرعة التقريبية في سباق السباحة .**

	المسافة km	السرعة km/h	الزمن
السباحة	$d_s = 1$	x	t_s
ركوب الدراجة	$d_b = 20$	$5x$	t_b
الجري	$d_r = 4$	$x + 4$	t_r

الحل :

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$

$$\frac{1}{x} = 2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2} = 0.5 \quad km/h$$ معدل السرعة في سباق السباحة

فكر

28 تحدٍ : جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R :

1 $\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2-15x+14}{x^2-25}$

الحل :

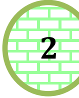
$$\frac{3}{x+5} - \frac{4}{x-5} = \frac{x^2-15x+14}{(x+5)(x-5)} \quad \} \times (x+5)(x-5)$$

$$3(x-5) - 4(x+5) = x^2 - 15x + 14$$

$$3x - 15 - 4x - 20 = x^2 - 15x + 14 \quad \Rightarrow \quad -x - 35 = x^2 - 15x + 14$$

$$x^2 - 15x + 14 + x + 35 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$(x-7)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 7$$



2 $\frac{5}{x+\sqrt{2}} + \frac{5}{x-\sqrt{2}} = \frac{x^2+22x+36}{x^2-2}$

الحل :

$$\frac{5}{x+\sqrt{2}} + \frac{5}{x-\sqrt{2}} = \frac{x^2+22x+36}{(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})} \quad \} \times (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$$

$$5(x-\sqrt{2}) + 5(5+\sqrt{2}) = x^2 + 22x + 36$$

$$5x - 5\sqrt{2} + 5x + 5\sqrt{2} = x^2 + 22x + 36 \quad \Rightarrow \quad 10x = x^2 + 22x + 36$$

$$x^2 + 22x + 36 - 10x = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 12x + 36 = 0$$

$$(x+6)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -6$$

29 أصحح الخطأ : استعمل نمير المقدار المميز لبيان جذور المعادلة :

$$\frac{2}{x-7} \times \frac{1}{x-1} = 1$$

فقال نمير أن للمعادلة جذران نسبيان حقيقيان . اكتشف خطأ نمير وصححه .



الحل :

$$\frac{2}{x^2 - x - 7x + 7} = 1 \quad \Longrightarrow \quad \frac{2}{x^2 - 8x + 7} = 1$$ الطرفين في الوسطين

$$x^2 - 8x + 7 = 2 \quad \Longrightarrow \quad x^2 - 8x + 7 - 2 = 0$$

$$x^2 - 8x + 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1\ , \quad b = -8\ , \quad c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(5) = 64 - 20 = 44$$

المميز موجب وليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

اكتب قيم x التي تجعل للمعادلة ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R :

$$\frac{1}{x+6} + \frac{5}{x-6} = 1$$

الحل :

$$\frac{1}{x+6} + \frac{5}{x-6} = 1\ \} \times (x+6)(x-6)$$

$$x - 6 + 5(x+6) = (x+6)(x-6)$$

$$x - 6 + 5x + 30 = x^2 - 36 \quad \Longrightarrow \quad 6x + 24 = x^2 - 36$$

$$x^2 - 36 - 6x - 24 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x^2 - 6x - 60 = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = 1\ , b = -6\ , \quad c = -60$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(-60)}}{2(1)} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 240}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{276}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{69}}{2} = 3 \pm \sqrt{69}$$

قيم $x = 3 - \sqrt{69}$ أو $x = 3 + \sqrt{69}$ أما

مراجعة الفصل صفحة 94

تدريب جد مجموعة حل المعادلة في R وتحقق من صحة الحل :

$$\frac{2x}{x-4}+\frac{x}{x+4}=\frac{32}{x^2-16}$$

الحل :

$$\frac{2x}{x-4}+\frac{x}{x+4}=\frac{32}{(x+4)(x-4)}\ \}\times(x+4)(x-4)$$

$$2x(x+4)+x(x-4)=32$$

$$2x^2+8x+x^2-4x-32=0 \quad\Longrightarrow\quad 3x^2+4x-32=0$$

$$(x+4)(3x-8)=0$$

أما $x+4=0 \Longrightarrow x=-4$ أو $3x-8=0 \Longrightarrow 3x=8 \Longrightarrow x=\frac{8}{3}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x=\frac{8}{3} \Longrightarrow \frac{2x}{x-4}+\frac{x}{x+4}=\frac{2\left(\frac{8}{3}\right)}{\frac{8}{3}-4}+\frac{\frac{8}{3}}{\frac{8}{3}+4}=\frac{\frac{16}{3}}{\frac{8-12}{3}}+\frac{\frac{8}{3}}{\frac{8+12}{3}}=\frac{16}{-4}+\frac{8}{20}=-4+\frac{2}{5}$$

$$=\frac{-20+2}{5}=-\frac{18}{5}$$ الطرف الايسر

$$\frac{32}{x^2-16}=\frac{32}{\left(\frac{8}{3}\right)^2-16}=\frac{32}{\frac{64}{9}-16}=\frac{32}{\frac{64-144}{9}}=\frac{32}{-\frac{80}{9}}=32\times\left(-\frac{9}{80}\right)=-\frac{18}{5}$$ الطرف الايمن

اختبار الفصل صفحة 95

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

39 $\frac{6x}{5} = \frac{5}{6x}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$$36x^2 = 25 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{25}{36} \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{25}{36}} \quad \Rightarrow \quad x = \pm\frac{5}{6}$$

أما $x = \frac{6}{5}$ أو $x = -\frac{6}{5}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$x = \frac{5}{6} \quad \Rightarrow \quad \frac{6x}{5} = \frac{6\left(\frac{5}{6}\right)}{5} = \frac{5}{5} = 1$$ الطرف الايسر

$$\frac{5}{6x} = \frac{5}{6\left(\frac{5}{6}\right)} = \frac{5}{5} = 1$$ الطرف الايمن

40 $\frac{1}{6y^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{y}$

الحل :

$$\frac{1}{6y^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{y} \ \} \times 6y^2$$

$$1 + 3y^2 = 6y \quad \Rightarrow \quad 3y^2 - 6y + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1\ , \quad b = -6\ , \quad c = 1$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(3)(1)}}{2(3)} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 12}}{6} = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{6}$$

$$y = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

أما $y = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$ أو $y = \frac{3-\sqrt{6}}{3}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y = \frac{3+\sqrt{6}}{3} \implies \frac{1}{6y^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6\left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6\left(\frac{9+6\sqrt{6}+6}{9}\right)} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2\left(\frac{15+6\sqrt{6}}{3}\right)} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2(5+2\sqrt{6})} + \frac{1}{2} = \frac{1}{10+4\sqrt{6}} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{10+4\sqrt{6}} \times \frac{10-4\sqrt{6}}{10-4\sqrt{6}} + \frac{1}{2} = \frac{10-4\sqrt{6}}{100-96} + \frac{1}{2} = \frac{10-4\sqrt{6}}{4} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5-2\sqrt{6}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{6-2\sqrt{6}}{2} = 3-\sqrt{6}$$ الطرف الايسر

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{\frac{3+\sqrt{6}}{3}} = \frac{3}{3+\sqrt{6}} \times \frac{3-\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}} = \frac{3(3-\sqrt{6})}{9-6} = \frac{3(3-\sqrt{6})}{3} = 3-\sqrt{6}$$ الطرف الايمن

---

41 $\frac{Z+4}{Z^2} = \frac{1}{2}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$$Z^2 = 2Z + 8 \implies Z^2 - 2Z - 8 = 0 \implies (Z-4)(Z+2) = 0$$

أما $Z - 4 = 0 \implies Z = 4$ أو $Z + 2 = 0 \implies Z = -2$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$$Z = 4 \implies \frac{Z+4}{Z^2} = \frac{4+4}{(4)^2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$ الطرف الايمن

جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

42 $\frac{4}{x-5}-\frac{3}{x-2}=1$

الحل :

$$\frac{4}{x-5}-\frac{3}{x-2}=1 \quad \}\times(x-5)(x-2)$$

$$4(x-2)-3(x-5)=(x-5)(x-2)$$

$$4x-8-3x+15=x^2-2x-5x+10$$

$$x+7=x^2-7x+10 \quad \Rightarrow \quad x^2-7x+10-x-7=0$$

$$x^2-8x+3=0 \quad \Rightarrow \quad a=1 \ , \ b=-8 \ , \quad c=3$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4(1)(3)}}{2(1)}=\frac{8\pm\sqrt{64-12}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{52}}{2}$$

$$x=\frac{8\pm2\sqrt{13}}{2}=4\pm\sqrt{13}$$

أما $x=4+\sqrt{13}$ أو $x=4-\sqrt{13}$

---

43 $\frac{2y}{y+2}+\frac{y}{2-y}=\frac{7}{y^2-4}$

الحل :

$$\frac{2y}{y+2}-\frac{y}{y-2}=\frac{7}{(y+2)(y-2)} \quad \}\times(y+2)(y-2)$$

$$2y(y-2)-y(y+2)=7 \quad \Rightarrow \quad 2y^2-4y-y^2-2y=7$$

$$y^2-6y-7=0 \quad \Rightarrow \quad (y-7)(y+1)=0$$

أما $y-7=0 \Rightarrow y=7$ أو $y+1=0 \Rightarrow y=-1$

الاختيار من متعدد صفحة 113

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

1 $\frac{2}{12x^2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4x}$ a) $s=\left\{2,\frac{1}{2}\right\}$ b) $s=\left\{-2,\frac{1}{2}\right\}$ c) $s=\left\{2,-\frac{1}{2}\right\}$ d) $s=\left\{-2,-\frac{1}{2}\right\}$

الحل :

$$\frac{1}{6x^2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4x} \quad \} \times 12x^2$$

$$2-2x^2=3x \implies 2x^2+3x-2=0 \implies (x+2)(2x-1)=0$$

أما $x+2=0 \implies x=-2$ أو $2x-1=0 \implies 2x=1 \implies x=\frac{1}{2} \implies S=\left\{-2,\frac{1}{2}\right\}$

---

2 $\frac{5}{6}-\frac{7}{6y}+\frac{y}{3}=0$ a) $s=\left\{1,-\frac{7}{2}\right\}$ b) $s=\left\{-1,-\frac{7}{2}\right\}$ c) $s=\left\{1,\frac{7}{2}\right\}$ d) $s=\left\{-1,\frac{7}{2}\right\}$

الحل :

$$\frac{5}{6}-\frac{7}{6y}+\frac{y}{3}=0 \quad \} \times 6y$$

$$5y-7+2y^2=0 \implies 2y^2+5y-7=0 \implies (2y+7)(y-1)=0$$

اما $2y+7=0 \implies 2y=-7 \implies y=-\frac{7}{2}$ او $y-1=0 \implies y=1 \implies S=\left\{1,-\frac{7}{2}\right\}$

---

3 $\frac{8x}{5}=\frac{5}{8x}$ a) $s=\left\{\frac{5}{8},-\frac{8}{5}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{5}{8},\frac{8}{5}\right\}$ c) $s=\left\{\frac{5}{8},-\frac{5}{8}\right\}$ d) $s=\left\{\frac{8}{5},-\frac{8}{5}\right\}$

الحل : الطرفين في الوسطين

$$64x^2=25 \implies x^2=\frac{25}{64} \implies x=\pm\sqrt{\frac{25}{64}} \implies x=\pm\frac{5}{8} \implies S=\left\{\frac{5}{8},-\frac{5}{8}\right\}$$

4 $\frac{1+2y}{3y+9}=\frac{y}{2}$ **a)** $s=\left\{1,\frac{1}{3}\right\}$ **b)** $s=\left\{-1,\frac{1}{3}\right\}$ **c)** $s=\left\{2,\frac{1}{3}\right\}$ **d)** $s=\left\{-2,\frac{1}{3}\right\}$

الحل : الطرفين في الوسطين

$y(3y+9)=2(1+2y) \implies 3y^2+9y=2+4y$

$3y^2+9y-2-4y=0 \implies 3y^2+5y-2=0 \implies (y+2)(3y-1)=0$

أما $y+2=0 \implies y=-2$

أو $3y-1=0 \implies 3y=1 \implies y=\frac{1}{3} \implies S=\left\{-2,\frac{1}{3}\right\}$


5 $\frac{16x-64}{x^2}=1$ **a)** $x=-8$ **b)** $x=8$ **c)** $x=-6$ **d)** $x=6$

الحل : الطرفين في الوسطين

$x^2=16x-64 \implies x^2-16x+64=0 \implies (x-8)^2=0$

$x-8=0 \implies x=8$


6 $\frac{6}{y+1}=\frac{3y}{(y+1)^2}$ **a)** $s=\{1,-2\}$ **b)** $s=\{-2,-1\}$ **c)** $s=\{1,2\}$ **d)** $s=\{2,-1\}$

الحل : الطرفين في الوسطين

$6(y+1)^2=3y(y+1)$

$6(y^2+2y+1)=3y^2+3y \implies 6y^2+12y+6-3y^2-3y=0$

$3y^2+9y+6=0 \quad \} \div 3$

$y^2+3y+2=0 \implies (y+2)(y+1)=0$

أما $y+2=0 \implies y=-2$ أو $y+1=0 \implies y=-1 \implies S=\{-2,-1\}$

جد مجموعة حل لكل معادلة من المعادلات التالية في R :

7 $\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-1}=1$ a) $s=\{2+\sqrt{7},2-\sqrt{7}\}$ b) $s=\{1+\sqrt{3},1-\sqrt{3}\}$ c) $s=\{1+\sqrt{7},1-\sqrt{7}\}$ d) $s=\{2+\sqrt{3},2-\sqrt{3}\}$

الحل :

$$\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-1}=1 \ \}\times(x-2)(x-1)$$

$$2(x-1)-3(x-2)=(x-2)(x-1)$$

$$2x-2-3x+6=x^2-x-2x+2 \Rightarrow -x+4=x^2-3x+2$$

$$x^2-3x+2+x-4=0 \Rightarrow x^2-2x-2=0 \Rightarrow a=1, \quad b=-2, \quad c=-2$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(1)(-2)}}{2(1)}=\frac{2\pm\sqrt{4+8}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{12}}{2}$$

$$x=\frac{2\pm2\sqrt{3}}{2}=1\pm\sqrt{3}$$

أما $x=1+\sqrt{3}$ أو $x=1-\sqrt{3} \Rightarrow S=\{1+\sqrt{3},1-\sqrt{3}\}$

---

8 $\frac{y-6}{y+6}-\frac{y+6}{y-6}=\frac{24y^2+6}{y^2-36}$ a) $y=-\frac{1}{3}$ b) $y=-\frac{1}{2}$ c) $y=\frac{1}{3}$ d) $y=\frac{1}{2}$

الحل :

$$\frac{y-6}{y+6}-\frac{y+6}{y-6}=\frac{24y^2+6}{(y+6)(y-6)} \ \}\times(y+6)(y-6)$$

$$(y-6)(y-6)-(y+6)(y+6)=24y^2+6$$

$$y^2-6y-6y+36-(y^2+6y+6y+36)=24y^2+6$$

$$y^2-12y-36-y^2-6y-6y-36=24y^2+6$$

$$-24y=24y^2+6 \Rightarrow 24y^2+24y+6=0\}\div 6 \Rightarrow 4y^2+4y+1=0$$

$$(2y+1)^2=0 \Rightarrow 2y+1=0 \Rightarrow 2y=-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$$

9 $\frac{7-x}{x^2+x-20}-\frac{3}{x+5}=0$ a) $s=\left\{\frac{3+\sqrt{37}}{2},\frac{3-\sqrt{37}}{2}\right\}$ b) $s=\left\{\frac{3+\sqrt{29}}{2},\frac{3-\sqrt{29}}{2}\right\}$ c) $s=\left\{\frac{3+\sqrt{27}}{2},\frac{3-\sqrt{27}}{2}\right\}$ d) $s=\left\{\frac{3+\sqrt{21}}{2},\frac{3-\sqrt{21}}{2}\right\}$

الاختيارات خطأ

الحل :

$$\frac{7-x}{(x+5)(x-4)}-\frac{3}{x+5}=0 \;\}\times(x+5)(x-4)$$

$$7-x-3(x-4)=0 \quad \Rightarrow \quad 7-x-3x+12=0$$

$$19-4x=0 \quad \Rightarrow \quad 4x=19 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{19}{4}$$

---

10 $\frac{x}{x+3}-\frac{x}{x-3}=\frac{x^2+12x+81}{x^2-9}$ a) $x=-9$ b) $x=9$ c) $x=-8$ d) $x=8$

الحل :

$$\frac{x}{x+3}-\frac{x}{x-3}=\frac{x^2+12x+81}{(x+3)(x-3)} \;\}\times(x+3)(x-3)$$

$$x(x-3)-x(x+3)=x^2+12x+81$$

$$x^2-3x-x^2-3x=x^2+12x+81 \quad \Rightarrow \quad -6x=x^2+12x+81$$

$$x^2+12x+81+6x=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+18x+81=0$$

$$(x+9)^2=0 \quad \Rightarrow \quad x+9=0 \quad \Rightarrow \quad x=-9$$

---

11 $\frac{3y}{y-4}+\frac{y}{y-2}=\frac{5y^2-4y+8}{y^2-6y+8}$ a) $s=\{4,-2\}$ b) $s=\{-4,-2\}$ c) $s=\{-4,2\}$ d) $s=\{4,2\}$

الحل :

$$\frac{3y}{y-4}+\frac{y}{y-2}=\frac{5y^2-4y+8}{(y-4)(y-2)} \;\}\times(y-4)(y-2)$$

$$3y(y-2)+y(y-4)=5y^2-4y+8$$

$$3y^2-6y+y^2-4y=5y^2-4y+8$$

$$4y^2-10y=5y^2-4y+8 \quad \Rightarrow \quad 5y^2-4y+8-4y^2+10y=0$$

$y^2 + 6y + 8 = 0 \implies (y+4)(y+2) = 0$

أما $y + 4 = 0 \implies y = -4$

أو $y + 2 = 0 \implies y = -2 \implies S = \{-4, -2\}$

خطة حل المسألة (كتابة المعادلة)

مثال تقطع باخرة شحن مسافة $240km$ بين الميناء A والميناء B بسرعة معينة ولو زادت سرعتها $10\ km/h$ لتتكنت من قطع المسافة بزمن يقل ساعتين عن الزمن الأول . جد سرعة الباخرة أولا .

الحل :

الزمن $= \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

نفرض سرعة الباخرة الأولى $= V$, الزمن الأول $= \frac{240}{V}$

سرعة الباخرة الثانية $= V + 10$, الزمن الثاني $= \frac{240}{V+10}$

الزمن الأول – الزمن الثاني $= 2$

$\frac{240}{V} - \frac{240}{V+10} = 2 \quad \} \times V(V+10)$

$240(V+10) - 240V = 2V(V+10)$

$240V + 2400 - 240V = 2V^2 + 20V \implies 2V^2 + 20V - 2400 = 0 \quad \} \div 2$

$V^2 + 10V - 1200 = 0 \implies (V+40)(V-30) = 0$

أما $V + 40 = 0 \implies V = -40$ يهمل

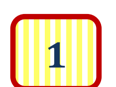
أو $V - 30 = 0 \implies V = 30\ km/h$ سرعة الباخرة أولا

تحقق من صحة الحل :

الزمن الأول $\frac{240}{V} = \frac{240}{30} = 8h$, الزمن الثاني $\frac{24}{V+10} = \frac{240}{30+10} = \frac{240}{40} = 6h$

مسائل

حل المسائل التالية باستراتيجية (كتابة المعادلة)



نافورة : زرعت منطقة مربعة الشكل طول ضلعها 4m بالورد وسط حديقة فندق مربعة الشكل فكانت مساحة المنطقة المتبقية من الحديقة المحيطة بها $84m^2$. ما طول ضلع الحديقة ؟

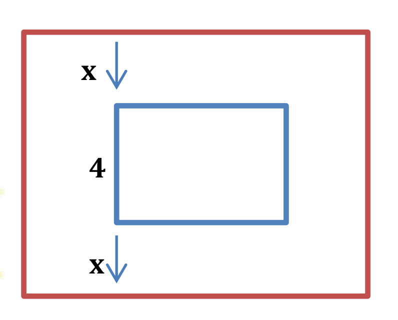
الحل : نفرض طول ضلع الحديقة المتبقية 2x

طول الحديقة $= 2x + 4$

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$A_1 = 4 \times 4 = 16m^2$

$A_1 + A_2 = 16 + 84 = 100m^2$ مساحة الحديقة الكلية



$100 = (2x+4)^2 \quad \Longrightarrow 100 = 4x^2 + 16x + 16$

$4x^2 + 16x + 16 - 100 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 4x^2 + 16x - 84 = 0 \;\} \div 4$

$x^2 + 4x - 21 = 0 \quad \Longrightarrow \quad (x+7)(x-3) = 0$

أما $x + 7 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = -7$ يهمل

أو $x - 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 3$

$2x + 4 = 2(3) + 4 = 10m$ طول ضلع الحديقة

---

2 أسد بابل : هو تمثال لأسد عثر عليه في مدينة بابل الأثرية في العراق في سنة 1776 وهو مصنوع من حجر البازلت الأسود الصلب وموضوع على منصة منتصف منطقة مستطيلة الشكل طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها $15m^2$. فما أبعادها ؟

الحل : نفرض العرض $= x$ والطوال $x + 2$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$x(x+2) = 15 \quad \Longrightarrow \quad x^2 + 2x - 15 = 0 \quad \Longrightarrow \quad (x+5)(x-3) = 0$

أما $x + 5 = 0 \;\Longrightarrow\; x = -5$ يهمل أو $x - 3 = 0 \;\Longrightarrow\; x = 3m$ العرض

الطول $x + 2 = 3 + 2 = 5m$

---

3 **الأسد : وهو من اقوى الحيوانات الموجودة على وجه الأرض ويلقب الأسد بملك الغابة نسبة الى قوته بين الحيوانات في الغابة اذا كانت المعادلة $x^2 - 30x = 175$ تمثل المساحة التي يبسط الأسد سيطرته عليها بالكيلومترات . ما طول ضلع المنطقة ؟**

الحل :

$x^2 - 30x - 175 = 0 \quad \Longrightarrow \quad (x - 35)(x + 5) = 0$

أما $x - 35 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 35\ km$ طول ضلع المنطقة

أو $x + 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = -5$ يهمل

---

4 **ألعاب نارية : في أحدى المناسبات أطلقت مجموعة من الألعاب النارية عموديا في الهواء وصلت الى ارتفاع $140m$. احسب الزمن الذي وصلت به الى هذا الارتفاع اذا كانت المعادلة الآتية : $2t^2 - 30t = 200$ تمثل العلاقة بين الارتفاع بالأمتار التي تصل اليه الألعاب النارية بعد t ثانية .**

الحل :

$2t^2 - 30t - 200 = 0 \ \} \div 2$

$t^2 - 15t - 100 = 0 \quad \Longrightarrow \quad (t - 20)(t + 5) = 0$

أما $t - 20 = 0 \quad \Longrightarrow \quad t = 20\ s$

أو $t + 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad t = -5$ يهمل

تم بحمد الله اكمال الجزء الأول من المنهج الجديد

اعداد المدرس // رائد علي عبد الحسين

اعدادية أم قصر للبنين

رقم الهاتف // 07703153998


موقع
ملازمنا
mlazemna.com